**1.** Ismertesse az egyszerűsített Bode-diagramos stabilitásvizsgálati eljárást (általános Bode-kritérium, Bode-kritérium minimálfázisú hálózatok esetén, a fázistartalék és az amplitúdótartalék fogalma és Bode-diagramos illusztrációja)!

Visszacsatolt rendszerek kimenet/bemenet típusú átviteli függvénye:

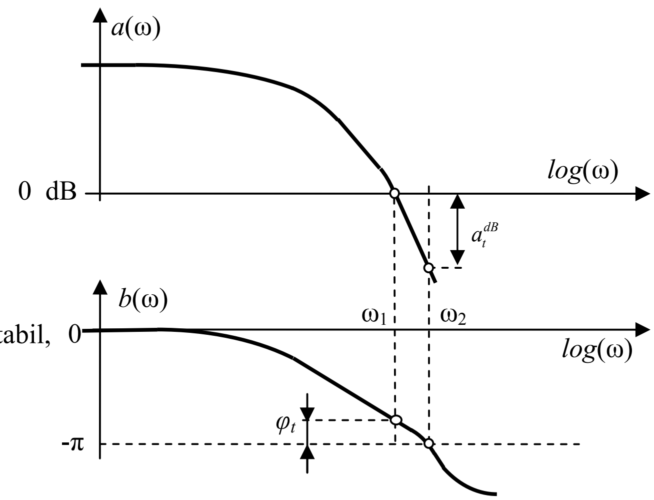
$$\frac{u_{ki}}{u_{be}} = A_{id}\frac{(\beta A)(s)}{1+(\beta A)(s)}$$ Ahol $(\beta A)(s)$ a hurokerősítés

A rendszer a stabilitás határhelyzetében van, ha: $(\beta A)(j\omega) = -1 = 1 * e^{-j\pi}$

Bode-diagram: $a(\omega) = 20\lg|\beta A(j\omega)|$ amplitúdó karakterisztika

$b(\omega) = Arc\{\beta A(j\omega)\}$ fázis karakterisztika

A hurokerősítés Bode-diagramja alapján eldönthető a stabilitás:




1. A rendszer $\varphi_t > 0$ fázistartalékkal stabil, ha:

$$a(\omega_1) = 0\ dB \quad \text{és}$$
$$b(\omega_1) = -\pi + \varphi_t$$

**2.** A rendszer $a_t^{dB} < 0$ amplitúdó tartalékkal stabil, ha:

$$b(\omega_2) = -\pi \quad \text{és}$$
$$a(\omega_2) = a_t^{dB} < 0\ dB$$

Minimálfázisú rendszerekben (nincs zérus a jobb félsíkon) elég az amplitúdó karakterisztika ismerete, ugyanis Bode-tétele szerint:

$$b(\omega_1) \cong \frac{\pi}{2}\left.\frac{d\{\lg|\beta A(j\omega)|\}}{d\{\lg(\omega/\omega_1)\}}\right|_{\omega=\omega_1} = \frac{\pi}{2}\frac{1}{20}\left.\frac{d\{a(\omega)\}}{d\{\lg(\omega/\omega_1)\}}\right|_{\omega=\omega_1} = \frac{\pi}{2}\frac{M(\omega_1)}{20}$$

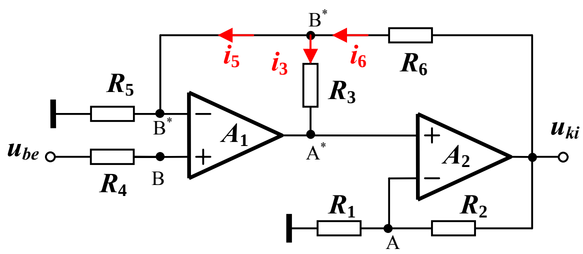
Ahol $M(\omega)$ az amplitúdó karakterisztika meredeksége *dB*/*Dekád*-ban

Pld: ha $M(\omega_1)$ = -30 dB/D → $b_1(\omega_1) = -\frac{3\pi}{4} > -\pi$

## 2.) **Példa**

Határozza meg az alábbi kapcsolás paramétereit!

$R_1 = R_2 = R_4 = R_5 = R_6 = R$




**a.)** $\dfrac{u_{ki}}{u_{be}} = ?$, $R_3 = R$, $A_1$ és $A_2$ ideális

**b.)** $\dfrac{u_{ki}}{u_{be}} = ?$, $R_3 \to \infty$, $A_1$ és $A_2$ ideális

**c.)** $\dfrac{u_{ki}}{u_{be}}(s) = ?$, $R_3 \to \infty$, $A_2$ ideális

$$A_1(s) = \frac{A_0}{(1 + s/\omega_1)(1 + s/\omega_2)},$$

$A_0 = 10^5$, $\omega_1 = 10$ rad/s, $\omega_2 = 10^6$ rad/s ,

**d.)** $\zeta = ?$

**Megoldások:**

**a.)** $\dfrac{u_{ki}}{u_{be}} = ?$, $R_3 = R$, $A_1$ és $A_2$ ideális

Mivel az erősítők bemenetein nem folyik áram, az A pont potenciálja: $u_A = u_{ki} \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} = \dfrac{u_{ki}}{2}$

a B pont potenciálja: $u_B = u_{be}$. Az erősítők ideálisak ($A_1 \to \infty$, $A_2 \to \infty$) ezért a két bemenetük azonos potenciálon van. A feszültség szempontjából $A^* = A$ és $B^* = B$ .
Ezért:

$$i_5 = \frac{u_B}{R_5} = \frac{u_{be}}{R_5}, \quad i_3 = \frac{u_B - u_A}{R_3} = \frac{u_{be} - u_{ki}/2}{R_3}, \quad i_6 = \frac{u_{ki} - u_B}{R_6} = \frac{u_{ki} - u_{be}}{R_6}$$

A felső $B^*$ csomópont csomóponti egyenlete:

$$i_3 + i_5 - i_6 = \frac{u_{be} - u_{ki}/2}{R_3} + \frac{u_{be}}{R_5} - \frac{u_{ki} - u_{be}}{R_6} = \frac{3u_{be} - 3u_{ki}/2}{R} = 0$$

Amiből: $\dfrac{u_{ki}}{u_{be}} = 2$

**b.)** $\dfrac{u_{ki}}{u_{be}} = ?$, $R_3 \to \infty$, $A_1$ és $A_2$ ideális

Az a.) pont ismeretében, $i_3 = 0$ és így: $i_5 - i_6 = \dfrac{u_{be}}{R_5} - \dfrac{u_{ki} - u_{be}}{R_6} = \dfrac{2u_{be} - u_{ki}}{R} = 0$

Amiből: $\dfrac{u_{ki}}{u_{be}} = 2$

*Másként:* Ha az $R_3$ hiányzik, akkor észrevehetjük, hogy a végtelen erősítésű első fokozattal kaszkádba kapcsolódik a +2-t erősítő második fokozat. Így a kapcsolás leegyszerüsödik egy ideális, nem invertáló kapcsolásra, melynek jól ismert átvitele:

$$A_{id} = \frac{u_{ki}}{u_{be}} = 1 + \frac{R_6}{R_5} = 2$$

**c.)** $\dfrac{u_{ki}}{u_{be}}(s) = ?$, $R_3 \to \infty$, $A_1$ valóságos, $A_2$ ideális

Ha $A_1$ valóságos (azaz véges erősítésű), akkor B* és B potenciálja különböző lesz.

$$u_B = u_{be} \quad \text{és} \quad u_{B^*} = u_{ki}\frac{R_5}{R_5 + R_6} = \frac{u_{ki}}{2}$$

(A második fokozat erősítése továbbra is $\left(1 + \dfrac{R_2}{R_1}\right) = 2$ )

Ezzel:

$$u_{ki} = A_1(s)\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\left[u_B - u_{B^*}\right] = 2A_1(s)\left[u_{be} - \frac{u_{ki}}{2}\right]$$

Amiből:

$$\frac{u_{ki}}{u_{be}} = 2\frac{A_1(s)}{1 + A_1(s)} = A_{id}\frac{A_0}{A_0 + (1 + s/\omega_1)(1 + s/\omega_2)} =$$

$$= A_{id}\frac{A_0}{1 + A_0}\frac{1}{1 + \dfrac{s}{1 + A_0}\left(\dfrac{1}{\omega_1} + \dfrac{1}{\omega_2}\right) + \dfrac{s^2}{(1 + A_0)\omega_1\omega_2}} =$$

$$= A_{id}\frac{A_0}{1 + A_0}\frac{1}{1 + 2\zeta\dfrac{s}{\omega_p} + \dfrac{s^2}{\omega_p^2}}$$

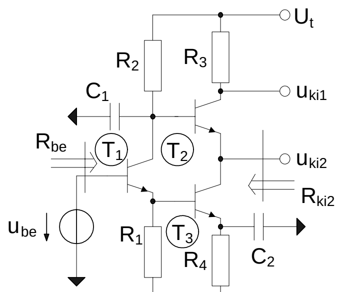
Ahol: $\omega_p = \sqrt{(1 + A_0)\omega_1\omega_2} \cong \sqrt{10^5 10^6 10} = 10^6 \ rad/\sec$

**d.)** $\zeta = ?$

Az elsőfokú tagok azonosságából:

$$\zeta = \frac{1}{2}\frac{\omega_p}{1 + A_0}\left(\frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2}\right) = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{\dfrac{\omega_1}{\omega_2}} + \sqrt{\dfrac{\omega_2}{\omega_1}}}{\sqrt{1 + A_0}} \cong \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\omega_2}{A_0\omega_1}} = \frac{1}{2}\left(\frac{10^6}{10^5 10}\right)^{0.5} = \frac{1}{2}$$

**3.) Példa** Határozza meg az alábbi kapcsolás munkapontját és kisjelű paramétereit!




$T_1$: n-p-n tranzisztor, $\beta_1$=$B_1$=99, $U_{BE0}$=0,6 V,

$T_2$ , $T_3$ : n-p-n tranzisztorok, $\beta_2$=$B_2$= $\beta_3$=$B_3 \to \infty$ ,

$U_{BE0}$=0,6 V, $U_t = 15$ V, $C_1 \to \infty$, $C_2 \to \infty$

$R_1 = 7{,}2\ \text{k}\Omega$, $R_2 = 6\ \text{k}\Omega$, $R_3 = 5{,}2\ \text{k}\Omega$, $R_4 = 6{,}9\ \text{k}\Omega$

**a.)** $I_{E01}$=?,

**b.)** $\frac{u_{ki1}}{u_{be}} = ?$ , $r_{d1}$=$r_{d2}$= $r_{d3}$=13 Ω,

**c.)** $\frac{u_{ki2}}{u_{be}} = ?$ , $r_{d1}$=$r_{d2}$= $r_{d3}$=13 Ω,

**d.)** $R_{be}$=?, $R_{ki2}$ = ?, $r_{d1}$=$r_{d2}$= $r_{d3}$=13 Ω,

**Megoldás:**

**a.)** $I_{E01}$=?

Vezérlés mentes állapotban ($u_{be}$= 0) $T_1$ bázis-emitter körére felírható hurok egyenlet ($i_{B3}$= 0):

$$U_t = U_{BE0} + I_{E01} R_1$$

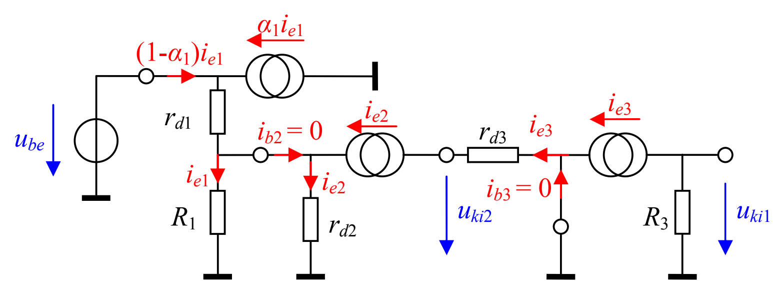
Ebből:

$$\boxed{I_{E01} = \frac{U_t - U_{BE0}}{R_1} = \frac{15 - 0.6}{7.2} = 2\ mA}$$

**5p**

**b.)** $\frac{u_{ki1}}{u_{be}} = ?$ , $r_{d1}$=$r_{d2}$= $r_{d3}$=13 Ω

A felírható egyenletek:




$$i_{e1} = \frac{u_{be}}{r_{d1} + R_1}$$

$$i_{e2} = i_{e1} \frac{R_1}{r_{d2}} \qquad i_{e3} = i_{e2} \qquad u_{ki1} = -i_{e3} R_3 = -\frac{R_1}{r_{d1} + R_1} \frac{R_3}{r_{d2}} u_{be} \qquad u_{ki2} = -i_{e3} r_{d3} = -\frac{R_1}{r_{d1} + R_1} \frac{r_{d3}}{r_{d2}} u_{be}$$

$$\boxed{\frac{u_{ki1}}{u_{be}} = -\frac{R_1}{r_{d1} + R_1} \frac{R_3}{r_{d2}} = -\frac{7200}{7213} \frac{5200}{13} = -399.3}$$

**5p**

**c.)** $\frac{u_{ki2}}{u_{be}} = ?$

$$\boxed{\frac{u_{ki2}}{u_{be}} = -\frac{R_1}{r_{d1} + R_1} \frac{r_{d3}}{r_{d2}} = -\frac{7200}{7213} = -0.9982 \cong -1}$$

**5p**

**d.)** $R_{be}$=?, $R_{ki2}$ = ?

$$\boxed{R_{be} = \frac{u_{be}}{i_{be}} = \frac{(r_{d1} + R_1) i_{e1}}{(1 - \alpha_1) i_{e1}} = (1 + \beta_1)(r_{d1} + R_1) = 100 * 7213 = 721.3\ k\Omega}$$

$$\boxed{R_{ki2} = r_{d3} = 13\ \Omega}$$

**5p**

**e.) MÁR NEM A VIZSGA RÉSZE** ( Csak a példa kedvéért)

$I_{E02}$=?, $I_{E03}$=?, $U_{ki10}$=?, $U_{ki20}$=?

Vezérlés mentes állapotban ($u_{be}$ = 0) és kihasználva, hogy: $i_{B3}$= 0 írhatjuk:

$$I_{E01}R_1 = U_{BE0} + I_{E02}R_4 \qquad I_{E02} = \frac{I_{E01}R_1 - U_{BE0}}{R_4} = \frac{2*7.2-0.6}{6.9} = \frac{13.8}{6.9} = 2\ mA$$

Mivel: $\beta_2$=$B_2$= $\beta_3$=$B_3 \to \infty$ , ezért: $I_{E03} = I_{C02} = A_2 I_{E02} =$ 1*2 = 2 $mA$

A kimeneti, munkaponti potenciálok:

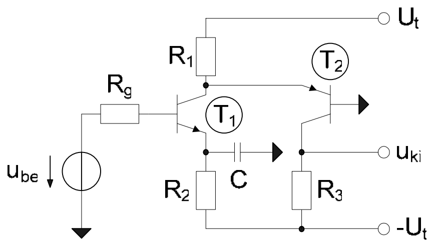
$$U_{ki10} = U_t - I_{C03}R_3 = 15 - 2*5.2 = 15 - 10.4 = +4.6\ V$$

$$U_{ki20} = U_t - I_{C01}R_2 - U_{BE03} = 15 - 0.99*2*6 - 0.6 = 15 - 12.48 = +2.52\ V$$

$$U_{E20} = -U_t + I_{E02}R_4 = -15 + 2*6.9 = -1.2\ V$$

## 4.) Példa

Határozza meg az alábbi kapcsolás frekvenciafüggő paramétereit!




$T_1$: n-p-n tranzisztorok, $\beta_1 = B_1 = 99$, $U_{BE0} = 0{,}6$ V

$T_2$: p-n-p tranzisztor, $\beta_2 = B_2 = 99$, $U_{EB0} = 0{,}6$ V,

$U_t = 12$ V, $R_1 = 11{,}4/1{,}99$ kΩ, $R_2 = 11{,}3$ kΩ, $R_3 = 10$ kΩ,

$R_g = 10$ kΩ,

**a.)** $I_{E01} = ?$,

**b.)** $\dfrac{u_{ki}}{u_{be}} = ?,\ C \to \infty$,

**c.)** $\dfrac{u_{ki}}{u_{be}}(s) = ?$, ha $C = 10\ \mu\text{F}$, a pólus és a zérus értéke ($r_{d1} = r_{d2} = 26\ \Omega$),

**d.)** $\dfrac{u_{ki}}{u_{be}}(s) = ?$, ha $C_{bc1} = 2$ pF, $C_{be1} = 20$ pF,

(a $T_2$ kapacitásait elhanyagoljuk.)

**Megoldás:**

**a.)** $I_{E01} = ?$

A munkapont meghatározásánál: $u_{be} = 0$. A $T_1$ emitter-körére felírható hurok egyenlet:

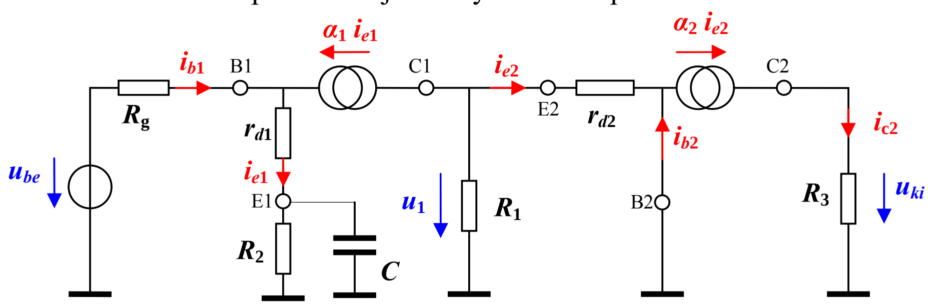
$$U_t = I_{B01} R_g + U_{BE0} + I_{E01} R_2 = U_{BE0} + I_{E01}\left(R_2 + (1 - A_1) R_g\right) \qquad A_1 = \frac{B_1}{1 + B_1} = 0.99$$

Ebből:

$$\boxed{I_{E01}} = \frac{U_t - U_{BE0}}{R_2 + (1 - A_1) R_g} = \frac{12 - 0.6}{11.3 + 0.1} = \boxed{1\ mA} \qquad r_{d1} = \frac{U_T}{I_{E01}} = 26\Omega$$

**5p**

**b.)** $\dfrac{u_{ki}}{u_{be}} = ?$ $\quad C \to \infty$ $\quad$ A kapcsolás kisjelű helyettesítő képe:




Mivel $C \to \infty$, $T_1$ emittere váltóáramúlag most föld-potenciálon van, ezért a bemenő körre felírható hurok egyenlet:

$$u_{be} = i_{b1} R_g + i_{e1} r_{d1} = (1 - \alpha_1) i_{e1} R_g + i_{e1} r_{d1}$$

Amiből:

$$i_{e1} = \frac{u_{be}}{r_{d1} + (1 - \alpha_1) R_g}$$

A $T_1$ kollektorában folyó $i_{c1}$ áramból az áramosztó képletével számolhatjuk $T_2$ $i_{e2}$ emitter, majd $i_{c2}$ kollektor áramát:

$$i_{c2} = \alpha_2 i_{e2} = -\alpha_2 \frac{R_1}{R_1 + r_{d2}} i_{c1} = -\alpha_2 \frac{R_1}{R_1 + r_{d2}} \alpha_1 i_{e1}$$

Az előző egyenlet felhasználásával a transzfer függvény:

$$\boxed{A_u} = \frac{u_{ki}}{u_{be}} = \frac{i_{c2} R_3}{u_{be}} = -\frac{\alpha_1 \alpha_2 R_1 R_3}{(r_{d1} + (1 - \alpha_1) R_g)(R_1 + r_{d2})} = -\frac{0.99^2 * 5730 * 10000}{(26 + 100)(5730 + 26)} = \boxed{-77.43}$$

**5p**

**c.)** $\frac{u_{ki}}{u_{be}}(s)=?$ ha $C=10\ \mu F$

Ha a kapacitás véges, $T_1$ emitter ágában megváltoznak az impedancia viszonyok. Az előző esethez képest a változás:

$$r_{d1} \quad \rightarrow \quad r_{d1}+R_2\times\frac{1}{sC}=r_{d1}+\frac{R_2}{1+sR_2C}$$

$$\frac{u_{ki}}{u_{be}}(s)=-\frac{\alpha_1\alpha_2R_1R_3}{\left(r_{d1}+\frac{R_2}{1+sR_2C}+(1-\alpha_1)R_g\right)(R_1+r_{d2})}=$$

$$=-\frac{\alpha_1\alpha_2R_1R_3(1+sR_2C)}{\left(r_{d1}+R_2+(1-\alpha_1)R_g+sCR_2(r_{d1}+(1-\alpha_1)R_g)\right)(R_1+r_{d2})}=$$

$$=-\frac{\alpha_1\alpha_2R_1R_3}{(r_{d1}^*+R_2)(R_1+r_{d2})}\frac{1+sCR_2}{1+sC(R_2\times r_{d1}^*)}=-A_0\frac{1+\frac{s}{\omega_z}}{1+\frac{s}{\omega_p}}$$

Ahol: $r_{d1}^*=r_{d1}+(1-\alpha_1)R_g=26+100=126\ \Omega$

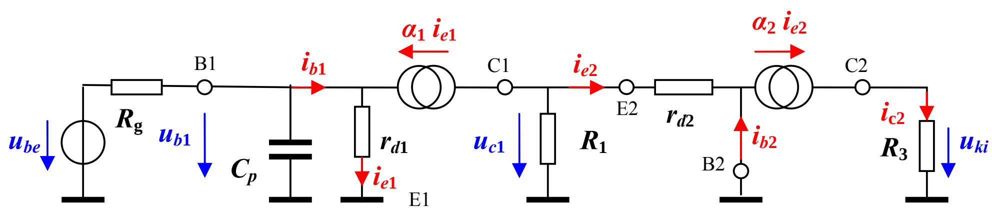
Az egyenáramon mérhető erősítés: $A_0=\frac{\alpha_1\alpha_2R_1R_3}{(r_{d1}^*+R_2)(R_1+r_{d2})}=\frac{0.99^2*5730*10000}{11426*5756}=0.854$

$$\omega_z=\frac{1}{CR_2}=\frac{1}{10^{-5}1.13*10^4}=8.85\ rad/\sec\Rightarrow 1.4\ Hz$$

$$\omega_p=\frac{1}{C(R_2\times r_{d1}^*)}\cong\frac{1}{Cr_{d1}^*}=\frac{1}{10^{-5}1.26*10^2}=794\ rad/\sec\Rightarrow 126.4\ Hz$$

**5p**

**d.)** $\frac{u_{ki}}{u_{be}}(s)=?$, ha $C_{bc1}=2$ pF, $C_{be1}=20$ pF, (a $T_2$ kapacitásait elhanyagoljuk.)




Ahol:

$$C_p=C_{be1}+(1-A_1)C_{bc1}=C_{be1}+2C_{bc1}=22\ pF\,,\quad R_p=R_g\times(1+\beta_1)r_{d1}=10\times2.6=2.063\ k\Omega$$

Mivel: $A_1=\frac{u_{c1}}{u_{b1}}=-\frac{R_1\times r_{d2}}{r_{d1}}\cong-\frac{r_{d2}}{r_{d1}}=-1$ ( Miller kapacitás: $(1-A_1)C_{bc1}$)

$$\frac{u_{ki}}{u_{be}}(s)=A_u\frac{1}{1+s/\omega_{p2}}=-77.43\frac{1}{1+s/\omega_{p2}}$$

**5p**

$$\omega_{p2}=\frac{1}{R_pC_p}=\frac{1}{2.063*10^3*22*10^{-12}}=\frac{1000}{45.38}10^6=22\ Mrad/\sec=3.5\ MHz$$

## 5.) Példa

Határozza meg az alábbi kapcsolás kisjelű paramétereit!

T: n-p-n tranzisztor, $\beta = B = 99$, $r_d = 13\,\Omega$, a tranzisztor kapacitásai elhanyagolhatók, $U_{BE0} = 0{,}6$ V,

A műveleti erősítő ideális,

**a.)** $I_{E0} = ?$ ,

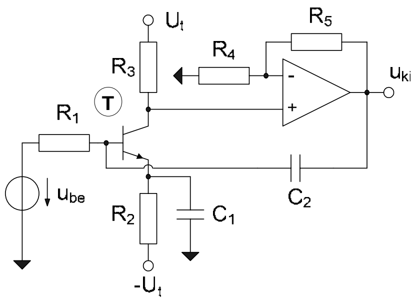
**b.)** $\frac{u_{ki}}{u_{be}} = ?$ , ha $C_1 \to \infty, C_2 = 0$ ,

**c.)** $U_{ki0}$=?, a kimeneti egyenfeszültség,

**d.)** $\omega_f$ = ?, felső határfrekvencia, ha $C_1 \to \infty, C_2 = 47\,\text{pF}$ .

$U_t = 15\,\text{V},\ R_1 = 10\,\text{k}\Omega,\ R_2 = 7{,}1\,\text{k}\Omega,\ R_3 = 6{,}5\,\text{k}\Omega,$

$R_4 = 10\,\text{k}\Omega,\ R_5 = 10\,\text{k}\Omega$




**Megoldás:**

**a.)** $I_{E0} = ?$

A munkapont meghatározásánál: $u_{be} = 0$. A $T$ emitter-körére felírható hurok egyenlet:

$$U_t = I_{B0}R_1 + U_{BE0} + I_{E0}R_2 = U_{BE0} + I_{E0}\left(R_2 + (1-A)R_1\right) \qquad A = \frac{B}{1+B} = 0.99$$

Ebből:
$$I_{E0} = \frac{U_t - U_{BE0}}{R_2 + (1-A)R_1} = \frac{15-0.6}{7.1+0.1} = 2\ mA \qquad r_d = \frac{U_T}{I_{E0}} = 13\ \Omega$$

**5p**

**b.)** $\frac{u_{ki}}{u_{be}} = ?$ , ha $C_1 \to \infty, C_2 = 0$

A tranzisztoros fokozat erősítése:

$$A_{10} = \frac{u_c}{u_{be}} = \frac{-R_3 i_c}{R_1 i_b + r_d i_e} = \frac{-\alpha R_3 i_e}{\left[(1-\alpha)R_1 + r_d\right] i_e} = -\frac{\alpha R_3}{(1-\alpha)R_1 + r_d} = -\frac{0.99 * 6.5}{0.01 * 10 + 0.013} = -56.94$$

A műveleti erősítő erősítése:
$$A_{20} = \frac{u_{ki}}{u_c} = 1 + \frac{R_5}{R_4} = 1 + \frac{10}{10} = 2$$

$$A_0 = \frac{u_{ki}}{u_{be}} = A_{10}A_{20} = -113.9$$

**5p**

**c.)** $U_{ki0}$=?, a kimeneti egyenfeszültség

A kollektor munkaponti (egyen) feszültsége (a ME ideális, $R_{be} \to \infty$ ):

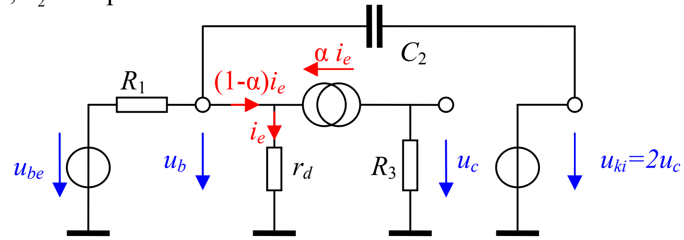
$$U_{C0} = U_t - I_{C0}R_3 = U_t - AI_{E0}R_3 = 15 - 0.99 * 2 * 6.5 = 2.13\ V$$

$$U_{ki0} = A_{u2}U_{C0} = 2 * 2.13 = 4.26\ V$$

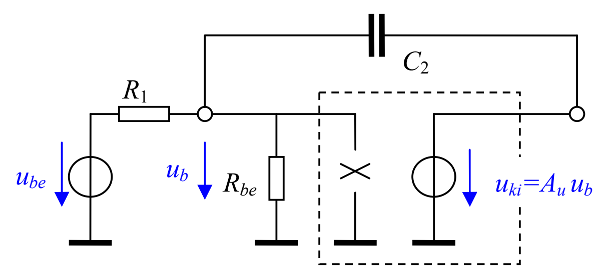
**5p**

**d.)** $\omega_f$ = ?, felső határfrekvencia, ha $C_1 \to \infty, C_2 = 47\,\mathrm{pF}$

A kisjelű helyettesítő kép:




Ezzel ekvivalens hálózat:




Ahol:

$$A_u = \frac{u_{ki}}{u_b} = -\frac{2\alpha R_3}{r_d} =$$

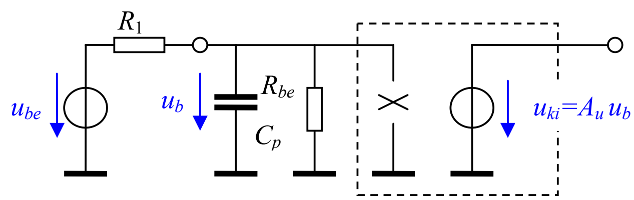
$$= -\frac{2*0.99*6.5}{0.013} = -990$$

$$R_{be} = (1+\beta)r_d = 100*0.013 = 1.3\ k\Omega$$

A Miller-hatást figyelembe véve:

$$C_p = (1-A_u)C_2 =$$

$$= (1+990)*47\,pF = 46.58\ nF$$




Ennek alapján:

$$\boxed{\frac{u_{ki}}{u_{be}}(s) = A_0 \frac{1}{1+s/\omega_f}}$$

**5p**

$$A_0 = A_u \frac{R_{be}}{R_1+R_{be}} = -A_{20}\frac{(1+\beta)r_d}{(1+\beta)r_d+R_1}\frac{\alpha R_3}{r_d} = -\frac{\alpha R_3}{r_d+(1-\alpha)R_1}A_{20} = A_{10}A_{20} = -113.9$$

$$\boxed{\omega_f} = \frac{1}{C_p(R_1 \times R_{be})} = \frac{1}{46.58*10^{-9}*(10\times 1.3)*10^3} = \frac{10^6}{53.59} = 18.66\ krad/\sec \Rightarrow \boxed{2.97\ kHz}$$