B_2 Mat. IZH (2003. 03. 02.) 90'

Hallgató neve és kódja

Gyak. vezető:

---

1 (10p.) Határozza meg a $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{1+2x^{2n}}$ függvénysor konvergencia-tartományát.

2. (10p.) Írja fel az $f(x) = 11^x$ függvény az $x_0 = 0$ pont körüli Taylor-sorát. Hol érvényes a sorfejtés?

3. (10p.) Legyen $f(x) = \begin{cases} x & \text{ha } -\pi < x < \pi \\ 0 & \text{ha } x = (2k+1)\pi,\ k = 0, \pm 1, \dots \end{cases}$ és 2π-periodikus.

Írja fel az $f(x)$ Fourier-sorát. Hol érvényes a sorfejtés? Egyenletesen konvergens-e a sor az egész számegyenesen?

4 (10p.) Legyen $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Számítsa ki $A^2 + 2A^{-1} + 3A^T$

5 (20p.) Határozza meg az alábbi mátrix spektrálfelbontását

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -8 & -12 \\ 1 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

6. (20p.) Legyen V a legfeljebb n-edfokú valós algebrai polinomok lineáris tere a szokásos összeadás és számmal-való szorzás műveletekre nézve. Igazolja, hogy $B = \{1, x, x^2, \dots, x^n\}$ rendszer egy bázis V-ben. Határozza meg a $Tp = p + p'$ $(p \in V)$ operátor a B-re vonatkozó mátrixát, pozitív sajátértékeit és hozzá~~tar~~ tartozó sajátvektorokat.

68-80 = jeles, 56-67 = jó, 46-55 = közepes, 32-43 = elégséges, 0-31 = elégtelen.