

1. Oldja meg az  $y' + \frac{2}{x} = 3$ ,  $y(1) = 5$  kezdeti érték problémát! (17p)
  2. Legyen  $f_n(x) = x^n + \frac{1}{x^n}$ ,  $x \in (1, \infty)$ .  $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = f(x) = ?$ ,  $\|f_n - f\| = ?$  Egyenletes-e a konvergencia az  $(1, \infty)$ -on? (12p)
  3.  $f(x, y) = \frac{xye^{2x}}{y^2 + 1}$ ,  $x_0=0$ ,  $y_0=1$ ,  $\underline{v}=(1,2)$ ,  $\left. \frac{\partial f}{\partial \underline{v}} \right|_{(x_0, y_0)} = ?$  (12p)
  4. Milyen képletekkel számolhatjuk ki egy hatványsor konvergencia sugarát? Az egyik képletet bizonyítsa be! (10p)
  5. Cserélje fel az integrálok sorrendjét:  $\int_0^2 \int_{2x^3}^{x^4} f(x, y) dy dx$ -ben, ahol  $f$  folytonos, korlátos függvény (Indokoljon!)! (10p)
  6. Határozza meg a  $z=x^2+y^2$  és a  $z=5$  felületekkel határolt térrész (korlátos| térfogatát! (15p)
  7. Írja le a komplex integrálra vonatkozó Cauchy-Goursat alaptételt és annak három következményét. Az egyiket bizonyítsa be! (14p)
  8. (a) Milyen tartományokon lehet  $z_0=i$  körüli Laurent sorba fejteni az  $f(z) = \frac{1}{z} + \frac{1}{z-2}$  függvényt? Írja le azt a sorfejtést, amely a  $z=1$ -et tartalmazó tartományon érvényes.  
(b) Milyen típusú szakadásai vannak az  $f(z)=\sin z$  függvénynek? (20p)
- Kettesért:**
9.  $\operatorname{Re} z_1 = ?$   $\operatorname{Im} z_1 = ?$   $\operatorname{Re} z_2 = ?$   $\operatorname{Im} z_2 = ?$ , ha  $z_1 = \ln(-1+i)$  és  $z_2 = e^{\ln 6 - i}$ ! (8p)
  10. Írja fel az  $f(x) = \sqrt[3]{(1+5x^2)^2}$ ,  $x_0=0$  körüli Taylor sorát, annak konvergencia sugarát! (hatod fokú tagig) (12p)