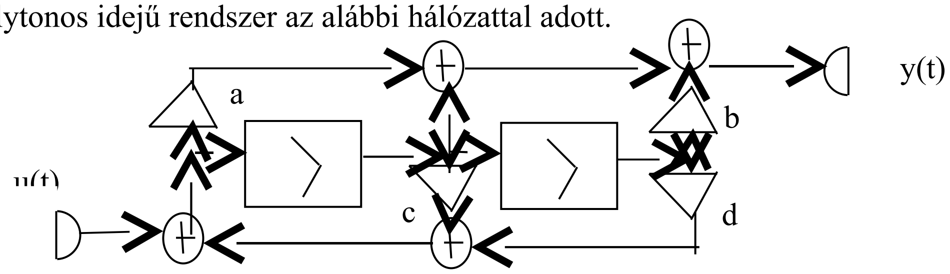
JAVÍTÁSI PÉLDÁNY

Nagypélda

A folytonos idejű rendszer az alábbi hálózattal adott.



a) Jelölje be az ábrába az állapotváltozókat, és adja meg a rendszer állapotváltozós leírását normál alakban! (3 pont)

b) Adja meg az a, b, c és d paraméterekre vonatkozóan a hálózat stabilitásának feltételét! (2 pont)

c) Adja meg az a, b, c és d paraméterekre vonatkozóan annak a feltételét, hogy a rendszer ugrásválaszának (az ε(t) derjesztőjelre adott válaszának) a kezdeti értéke 0 legyen! (1 pont)

d) Az a, b, c és d paraméterek valamely értéke mellett a rendszer állapotváltozós leírásában szereplő mennyiségek a szokásos jelöléssel:

$$\underline{\underline{A}} = \begin{bmatrix} -2 & --0{,}64 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},\quad \underline{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},\qquad \underline{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 3 \end{bmatrix},\quad d = 0{,}5.$$

Adja meg a rendszer impulzusválaszát! (4 pont)

Megoldás

a) A baloldali integrátor kimeneti jele x_1, a jobboldalié x_2.

$x_1'(t) = c\,x_1(t) + d\,x_2(t) + u(t)$

$x_2'(t) = x_1(t)$

$y(t)=(1 + a\,c)x_1(t)+(b + a\,d)x_2(t) + a\,u(t)$

Fordított választás

$x_1'(t) = x_2(t)$

$x_2'(t) = d\,x_1(t) + c\,x_2(t) + u(t)$

$y(t) = (b + a\,d)\,x_1(t) + (1 + a\,c)\,x_2(t) + a\,u(t)$

3 pont

b) $P(\lambda) = -\lambda\,(c - \lambda) - d = \lambda^2 - c\,\lambda - d$. A hálózat stabilis, ha $c < 0$ és $d < 0$, (ekkor $P(\lambda)$ Hurwitz polinom), a és b tetszőleges. 2 pont

c) $x_1(+0) = x_2(+0) = 0$, ha a gerjesztőjel belépő és korlátos. ε(t)-re ez teljesűl, ezért a feltétel: $a = 0$. (b, c és d tetszőleges). 1 pont

d) $h(t) = d\,\delta(t) + \varepsilon(t)\,\underline{c}^T\, e^{\underline{\underline{A}}t}\,\underline{b}$, ahol $e^{\underline{\underline{A}}t} = \underline{\underline{L}}_1\, e^{\lambda_1 t} + \underline{\underline{L}}_2\, e^{\lambda_2 t}$.

$P(\lambda) = -\lambda\,(-2 - \lambda) + 0{,}64 = \lambda^2 + 2\,\lambda + 0{,}64 = 0$ $\lambda_1 = -1{,}6$; $\lambda_2 = -0{,}4$.

$$\underline{\underline{L}}_1 = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2}\left(\underline{\underline{A}} - \lambda_2\,\underline{\underline{E}}\right) = \frac{1}{-1{,}2}\begin{bmatrix} -1{,}6 & -0{,}64 \\ 1 & 0{,}4 \end{bmatrix} = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} 8 & 3{,}2 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{L}}_2 = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(\underline{\underline{A}} - \lambda_1\,\underline{\underline{E}}\right) = \frac{1}{1{,}2}\begin{bmatrix} -0{,}4 & -0{,}64 \\ 1 & 1{,}6 \end{bmatrix} = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} -2 & -3{,}2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}.$$ (Ellenőrzés: $\underline{\underline{L}}_1+\underline{\underline{L}}_2=\underline{\underline{E}}$)

$$h(t) = 0{,}5\,\delta(t) + \varepsilon(t)\left(\begin{bmatrix} 0 & 3 \end{bmatrix}\frac{1}{6}\begin{bmatrix} 8 & 3{,}2 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}e^{-1{,}6\,t} + \begin{bmatrix} 0 & 3 \end{bmatrix}\frac{1}{6}\begin{bmatrix} -2 & -3{,}2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}e^{-0{,}4\,t}\right) =$$

$$= 0{,}5\,\delta(t) + \varepsilon(t)\left(\begin{bmatrix} -2{,}5 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}e^{-1{,}6\,t} + \begin{bmatrix} 2{,}5 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}e^{-0{,}4\,t}\right) =$$

$$= 0{,}5\,\delta(t) + \varepsilon(t)\left(-2{,}5\,e^{-1{,}6\,t} + 2{,}5\,e^{-0{,}4\,t}\right).$$ 4 pont

Kispéldák

JAVÍTÁSI PÉLDÁNY

1. Adja meg annak a kritériumát, hogy az x[k] DI jel véges energiájú legyen!

   $\sum_{k=-\infty}^{\infty} x^2[k] < \infty$ 1 pont

2. Lineáris-e az az FI rendszer, amelynek gerjesztés-válasz kapcsolata: y(t) = 2 u(t) + 2 ? Indokolja válaszát!

   Nem, mert pl. 2 u(t) jelre a válasz 4 u(t) + 2, és nem $2\,(2\,u(t)+2)$ 1 pont

3. Egy DI rendszer impulzusválasza: h[k] = 5 ε[k] $0{,}8^k$, gerjesztőjele: u[k] = 10 (konstans). Adja meg a rendszer válaszjelét!

   250 1 pont $\left(y[k] = \sum_{i=-\infty}^{\infty} u[k-i]\,h[i] = 50 \sum_{i=0}^{\infty} 0{,}8^i = 250 \right)$

4. Egy lineáris, invariáns, kauzális, GV stabilis DI rendszer válaszjelét az $u_1[k]$ bemeneti jelre $y_1[k]$, az $u_2[k]$ bemeneti jelre $y_2[k]$ jelöli. Mit állíthatunk $y_1[k]$ és $y_2[k]$ kapcsolatáról, ha k = 10-re $u_2[10] = u_1[10] + 5$, minden más k-ra $u_2[k] = u_1[k]$? Indokolja válaszát!

   $y_1[k] = y_2[k]$, ha k < 10, mert a rendszer kauzális. 1 pont

5. Egy diszkrét idejű rendszer állapotváltozós leírása az alábbi:

   x[k+1] = 0,8 x[k] + 2 u[k]; y[k] = -x[k] + 2 u[k].

Adja meg a rendszer impulzusválaszának a k = 0 és k = 1 ütemhez tartozó értékét!

   h[0] = 2,, h[1] = - 2. 1 pont