

Neve (nyomatott betűvel):	Neptun kód:			Gyak.vez.:	
Aláírás:	I.	II.	III..	Összes	Javító

I. Nagy kérdés

1. Vegyen fel csomóponti potenciálokat, jelölje azokat az ábrán. Írja fel a csomóponti potenciálok és az U_L feszültség meghatározásához szükséges egyenletrendszert. (2 pont)

2. Számítsa ki a csomóponti potenciálokat, az U_L feszültséget és az R_L ellenállás teljesítményét, ha $U_s = 12 \text{ V}$, $R_1 = 30 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 60 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_4 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_5 = 40 \text{ k}\Omega$ és $R_L = 8 \text{ k}\Omega$. (3 pont)

3. Távolítsa el az U_s feszültségforrást és az R_L ellenállást. Határozza meg az ABCD kétkapu inverz hibrid karakterisztikájának paramétereit. Rajzolja le a kétkapu inverz hibrid karakterisztikájának természetes helyettesítő kapcsolását! Melyik hibrid típusú karakterisztikák nem értelmezettek (válaszát indokolja)? (4 pont)

4. Ellenőrizze a 2. pontban kapott feszültségértéket az inverz hibrid karakterisztika felhasználásával. Rajzolja le a hálózati modellt, amelynek segítségével elvégzi a számolást! (1 pont)

II. Nagy kérdés

Az ábrán látható hálózat állandósult állapotban van (nulla kezdeti feltételek). A $t = 0$ időpillanatban zárjuk a kapcsolót. A válaszjel az R_3 ellenállás feszültsége.

1. Határozza meg az állapotváltozós leírás normálalakját. (3 pont)

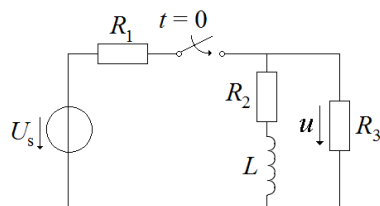
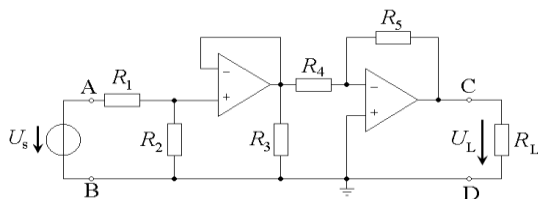
2. Számítsa ki az u válaszjelet, ha a hálózat paramétereinek és a gerjesztés valamely számszerű értéke mellett az állapotváltozós normálalak a következő alakba írható

$$\frac{di_L}{dt} = -2i_L + 8,$$

$$u = -2i_L + 16. \quad (4 \text{ pont})$$

3. Határozza meg a hálózat τ időállandóját és ábrázolja a válaszjelet a $[0, 5\tau]$ intervallumban. (1 pont)

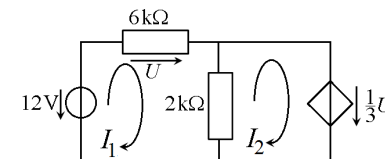
4. A hálózat paramétereik legyenek $U_s = 24 \text{ V}$, $R_1 = 3 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 6 \text{ k}\Omega$, és $L = 2 \text{ mH}$. Rajzolja le a hálózatot a $t = +0$ időpillanatnak megfelelő állapotban, a tekercset a megfelelő forrással helyettesítve. Ennek a hálózatnak a segítségével határozza meg az $u(+0)$ értékét. (2 pont)



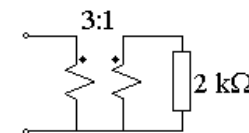
III. Kis kérdések (minden kérdésre 1, 1/2, vagy 0 pont kapható. Csak a végeredményt pontozzuk!)

1. Hány független Kirchhoff feszültségtörvény írható egy hálózatban, ha a csomópontok száma 6 és a hálózat 8 csatolatlan kétpólust tartalmaz?

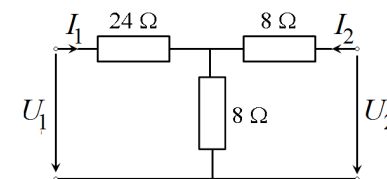
2. Írja fel az I_1 és I_2 hurokáramok meghatározásához szükséges egyenletrendszert.



3. Határozza meg a bemeneti ellenállást.



4. Adja meg a kétkapú admitancia karakterisztika mátrixának G_{11} elemét!



5. Egy lineáris, invariáns és kauzális rendszer állapotváltozós normálalakja, ha az időt ms mérjük:

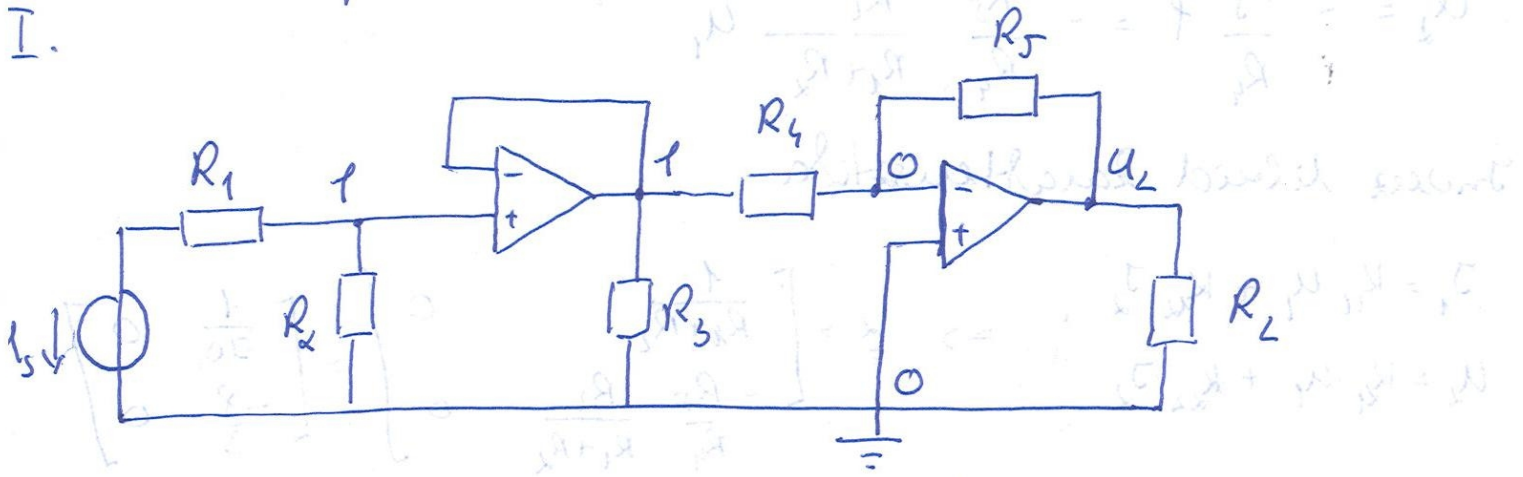
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 10 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix} u, \quad y = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + 9u.$$

Határozza meg a rendszer időállandóit.

Megjegyzés:

admitancia karakterisztika	inverz hibrid karakterisztika	az ideális transzformátor egyenletei
$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$	$U_1 = nU_2$ $I_2 = -nI_1$

I.



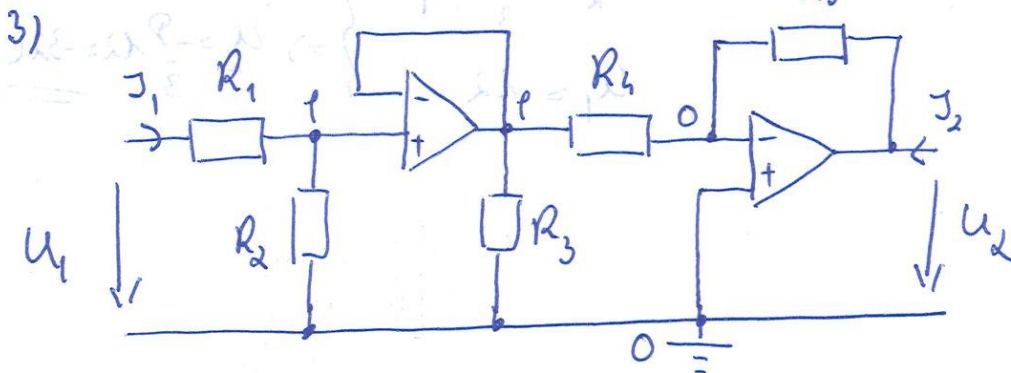
1) $\frac{f - U_s}{R_1} + \frac{f}{R_2} = 0$ vagy feszültségosztással $f = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_s$

$-\frac{f}{R_4} - \frac{U_L}{R_5} = 0$

2) $f = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_s = \frac{60}{30 + 60} \cdot 12 = \frac{6}{9} \cdot 12 = 8 \text{ V}$

$U_L = -\frac{R_5}{R_4} f = -\frac{40}{10} \cdot 8 = -32 \text{ V}$

$P_L = U_L \cdot I_L = \frac{U_L^2}{R_L} = \frac{32^2}{8} = 128 \text{ mW}$



$U_1 = R_1 J_1 + R_2 J_1$

$\Rightarrow J_1 = \frac{U_1}{R_1 + R_2}$

vagy

$f = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_1$

$J_1 = \frac{1}{R_1} (U_1 - f) = \frac{1}{R_1} \left(1 - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) U_1 = \frac{1}{R_1} \frac{R_1 + R_2 - R_2}{R_1 + R_2} U_1 = \frac{1}{R_1 + R_2} U_1$

$$u_2 = -\frac{R_5}{R_4} u_1 = -\frac{R_5}{R_4} \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_1$$

Invezzi libeid karakterisztika

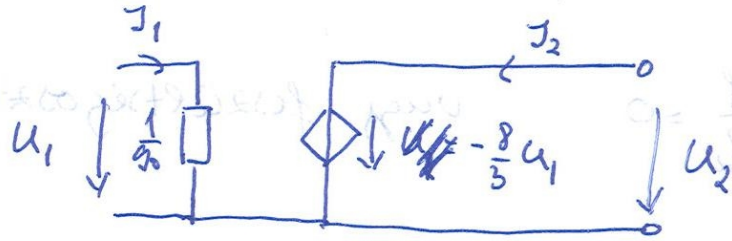
$$J_1 = k_{11} u_1 + k_{12} J_2$$

$$u_2 = k_{21} u_1 + k_{22} J_2$$

$$\Rightarrow K = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1 + R_2} & 0 \\ -\frac{R_5}{R_4} \frac{R_2}{R_1 + R_2} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{90} & 0 \\ -\frac{8}{3} & 0 \end{bmatrix}$$

$$J_1 = \frac{1}{90} u_1$$

$$u_2 = -\frac{8}{3} u_1$$



impedancia karakterisztika

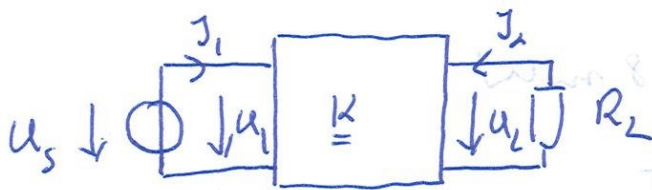
$$u_1 = 90 J_1$$

$$u_2 = -\frac{8}{3} \cdot 90 J_1 = -240 J_1$$

$$R = \begin{bmatrix} 90 & 0 \\ -240 & 0 \end{bmatrix}$$

- az admittancia és a libeid karakterisztika nem létezik, mivel

$G = R^{-1}$ és $H = K^{-1}$ nem invertálható ($\det(R) = 0$ és $\det(K) = 0$)



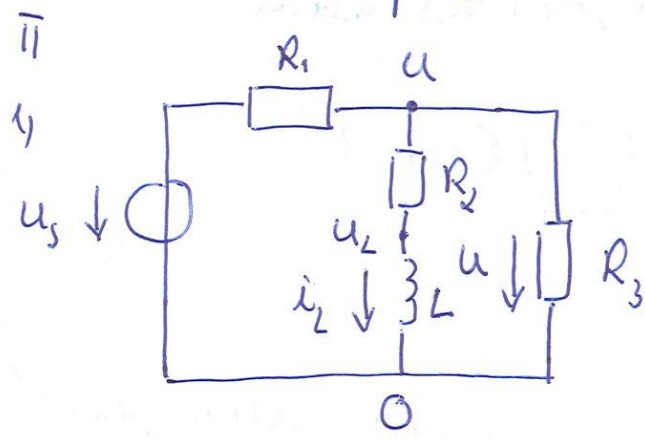
$$J_1 = \frac{1}{90} u_1$$

$$u_2 = -\frac{8}{3} u_1$$

$$u_1 = 12$$

$$\Rightarrow u_2 = -\frac{8}{3} \cdot 12 = -32 \text{ V}$$

A csopont



$$\frac{u - u_s}{R_1} + i_L + \frac{u}{R_3} = 0$$

$$\frac{u - u_L}{R_2} = i_L$$

$$u_L = L \frac{di_L}{dt}$$

$$u \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \right) = -i_L + \frac{u_s}{R_1}$$

$$u \frac{R_1 + R_3}{R_1 R_3} = -i_L + \frac{u_s}{R_1}$$

$$u = - \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} i_L + \frac{R_3}{R_1 + R_3} u_s$$

$$u - u_L = i_L R_2 \Rightarrow L \frac{di_L}{dt} = -R_2 i_L + u$$

$$L \frac{di_L}{dt} = -R_2 i_L + \left(-\frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} \right) i_L + \frac{R_3}{R_1 + R_3} u_s$$

$$\Rightarrow \frac{di_L}{dt} = -\frac{1}{L} \left(R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} \right) i_L + \frac{1}{L} \frac{R_3}{R_1 + R_3} u_s$$

$$u = - \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} i_L + \frac{R_3}{R_1 + R_3} u_s$$

állapotát.
normálalak

$$2) \frac{di_L}{dt} = -2 i_L + 8 \quad i_L = i_L^f + i_L^g$$

szabad válasz $i_L^f = k e^{\lambda t} = k e^{-2t}$

gyújtott válasz $0 = -2 i_L^g + 8 \Rightarrow i_L^g = 4 \text{ mA}$

teljes válasz $i_L = k e^{-2t} + 4$

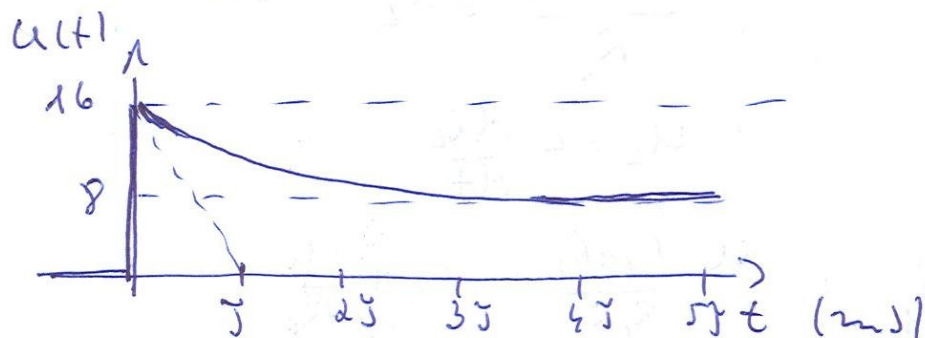
$$i_L(-0) = i_L(+0)$$

$$0 = k + 4 \Rightarrow k = -4$$

$$i_L(t) = 4(1 - e^{-2t}) \varepsilon(t) \text{ mA. az időt ms néve}$$

$$u(t) = -8(1 - e^{-2t}) + 16 = \underline{\underline{8(1 + e^{-2t}) \varepsilon(t) \text{ V}}}$$

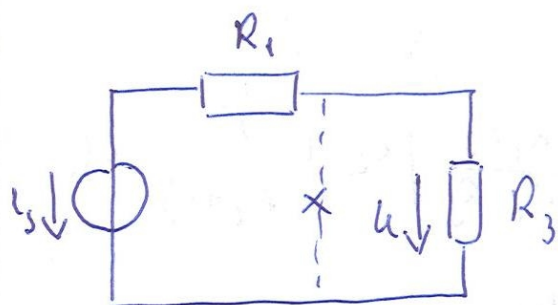
$$3) \tau = \frac{1}{|\lambda|} = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ ms}$$



$$t=+0 \quad u(t=0) = 16 \text{ V}$$

$$t \rightarrow \infty \quad u(t \rightarrow \infty) = 8 \text{ V}$$

$$4) t=+0 \quad \begin{array}{c} L \\ \text{---} \\ \xrightarrow{i_L} \end{array} \equiv \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \\ \xrightarrow{i_L(-0)} \end{array} \quad \text{mivel } i_L(-0) = 0 \text{ \\ \text{szaladkás!}}$$



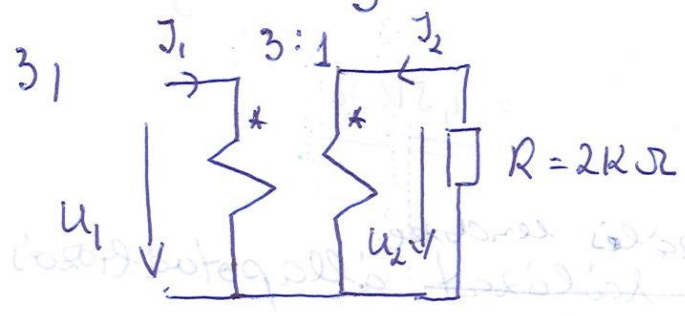
$$u(t=0) = \frac{R_3}{R_1 + R_3} u_s = \frac{6}{3+6} \cdot 24 = 16 \text{ V}$$

III Kishindisok

1) $\rho = b - n + 1 = 8 - 6 + 1 = 3$ független K.F. változó

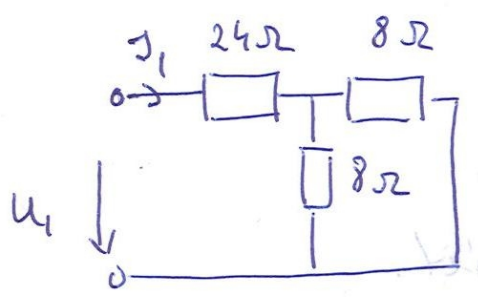
2) $-12 + 6I_1 + 2(I_1 - I_2) = 0$
 $\frac{1}{3}u + 2(I_2 - I_1) = 0$ } leolvasnival

$u = 12 - \frac{1}{3}u$



$R_{lec} = \frac{u_1}{I_1} = \frac{n u_2}{-\frac{1}{n} I_2} = n^2 \left| -\frac{u_2}{I_2} \right| =$
 $= n^2 R_2 = 3^2 \cdot 2 = 9 \cdot 2 = 18 k\Omega$

4) $I_1 = G_{11} u_1 + u_{12} u_2 \Rightarrow G_{11} = \frac{I_1}{u_1} \Big|_{u_2=0}$



$u_1 = I_1 \left(24 + \frac{8 \times 8}{4} \right) = I_1 \cdot 28$

$\Rightarrow G_{11} = \frac{u_1}{I_1} = \frac{1}{28} S$

5. tau_1 = 1/3 ms tau_2 = 1/5 ms

Neve (nyomatott betűvel):	Neptun kód:			Gyak.vez.:	
Aláírás:	I.	II.	III..	Összes	Javító

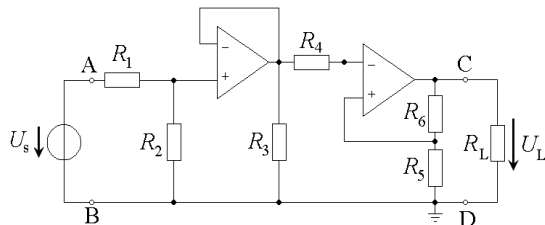
I. Nagy kérdés

1. Vegyen fel csomóponti potenciálokat, jelölje azokat az ábrán. Írja fel a csomóponti potenciálok és az U_L feszültség meghatározásához szükséges egyenletrendszert. (2 pont)

2. Számítsa ki a csomóponti potenciálokat, az U_L feszültséget és az R_L ellenállás teljesítményét, ha $U_s = 5 \text{ V}$, $R_1 = 20 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 30 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_4 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_5 = 30 \text{ k}\Omega$, $R_6 = 60 \text{ k}\Omega$ és $R_L = 90 \text{ k}\Omega$. (3 pont)

3. Távolítsa el az U_s feszültségforrást és az R_L ellenállást. Határozza meg az ABCD kétkapu inverz hibrid karakterisztikájának paramétereit. Rajzolja le a kétkapu inverz hibrid karakterisztikájának természetes helyettesítő kapcsolását! Melyik hibrid típusú karakterisztikák nem értelmezettek (válaszát indokolja)? (4 pont)

4. Ellenőrizze a 2. pontban kapott feszültségértéket az inverz hibrid karakterisztika felhasználásával. Rajzolja le a hálózati modellt, amelynek segítségével elvégzi a számolást! (1 pont)



II. Nagy kérdés

Az ábrán látható hálózat állandósult állapotban van (nulla kezdeti feltételek). A $t = 0$ időpillanatban zárjuk a kapcsolót. A válaszjel az R_3 ellenállás feszültsége.

1. Határozza meg az állapotváltozós leírás normálalakját. (3 pont)

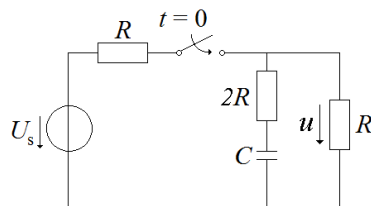
2. Számítsa ki az u válaszjelet, ha a hálózat paramétereinek és a gerjesztés valamely számszerű értéke mellett az állapotváltozós normálalak a következő alakba írható

$$\frac{du_C}{dt} = -0.2u_C + 0.5,$$

$$u = \frac{1}{5}u_C + 2. \quad (4 \text{ pont})$$

3. Határozza meg a hálózat τ időállandóját és ábrázolja a válaszjelet a $[0, 5\tau]$ intervallumban. (1 pont)

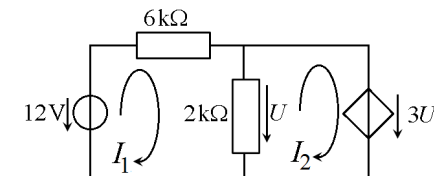
4. A hálózat paramétereire legyenek $U_s = 5 \text{ V}$, $R = 2 \text{ k}\Omega$ és $C = 1 \mu\text{F}$. Rajzolja le a hálózatot a $t = +0$ időpillanatnak megfelelő állapotban, a kondenzátort a megfelelő forrással helyettesítve. Határozza meg az $u(+0)$ értékét. (2 pont)



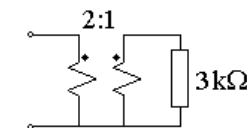
III. Kis kérdések (minden kérdésre 1, 1/2, vagy 0 pont kapható. Csak a végeredményt pontozzuk!)

1. Hány független Kirchhoff feszültségtörvény írható egy hálózatban, ha a csomópontok száma 8 és a hálózat 12 csatolatlan kétpólust tartalmaz?

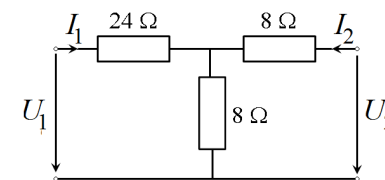
2. Írja fel az I_1 és I_2 hurokáramok meghatározásához szükséges egyenletrendszert.



3. Határozza meg a bemeneti ellenállást.



4. Adja meg a kétkapú admitancia karakterisztika mátrixának G_{12} elemét!



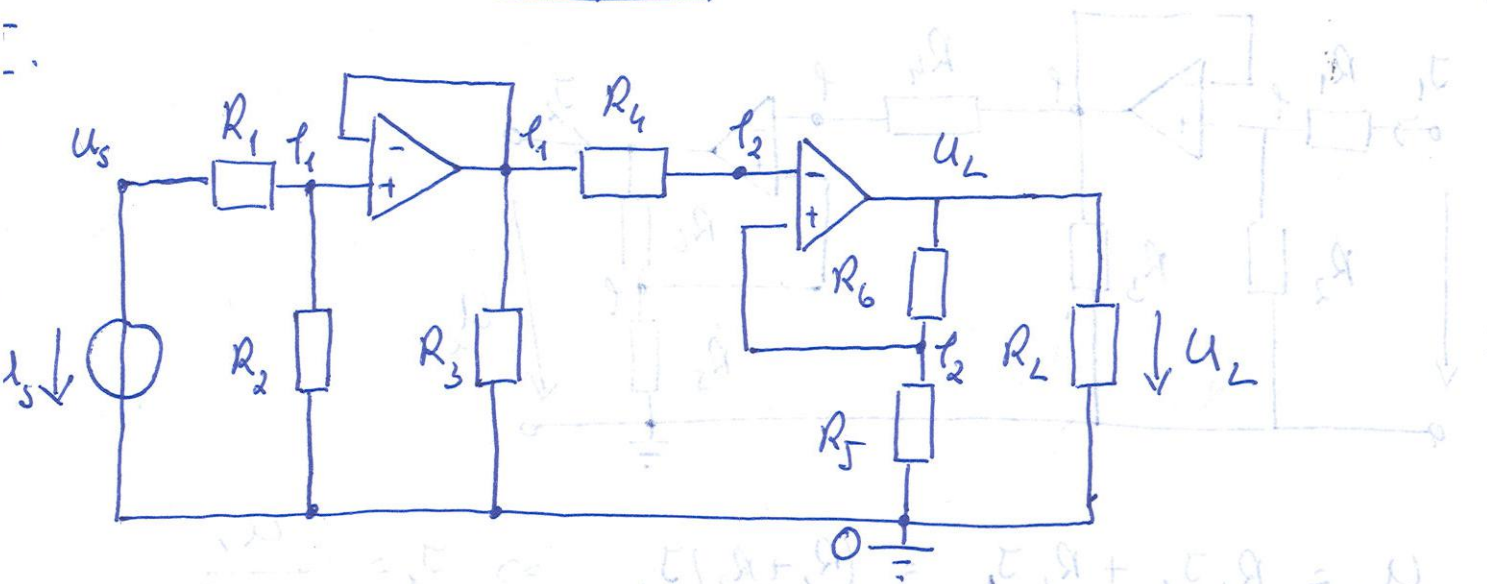
5. Egy lineáris, invariáns és kauzális rendszer állapotváltozós normálalakja, ha az időt ms mérjük:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 \\ -4 \end{bmatrix} u, \quad y = [9 \quad 12] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + 16u.$$

Határozza meg a rendszer időállandóit.

Megjegyzés:

admitancia karakterisztika	inverz hibrid karakterisztika	az ideális transzformátor egyenletei
$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$	$U_1 = nU_2$ $I_2 = -nI_1$



2) nem szükséges lit potenciált levezetni, já a $i_1 = i_2 = I$

$$\frac{i_1 - U_s}{R_1} + \frac{i_1}{R_2} = 0 \quad \text{vagy} \quad i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_s \quad (\text{feszültségosztás})$$

$$\frac{i_2 - i_1}{R_4} = 0$$

$$\frac{i_2}{R_5} + \frac{i_2 - U_L}{R_6} = 0$$

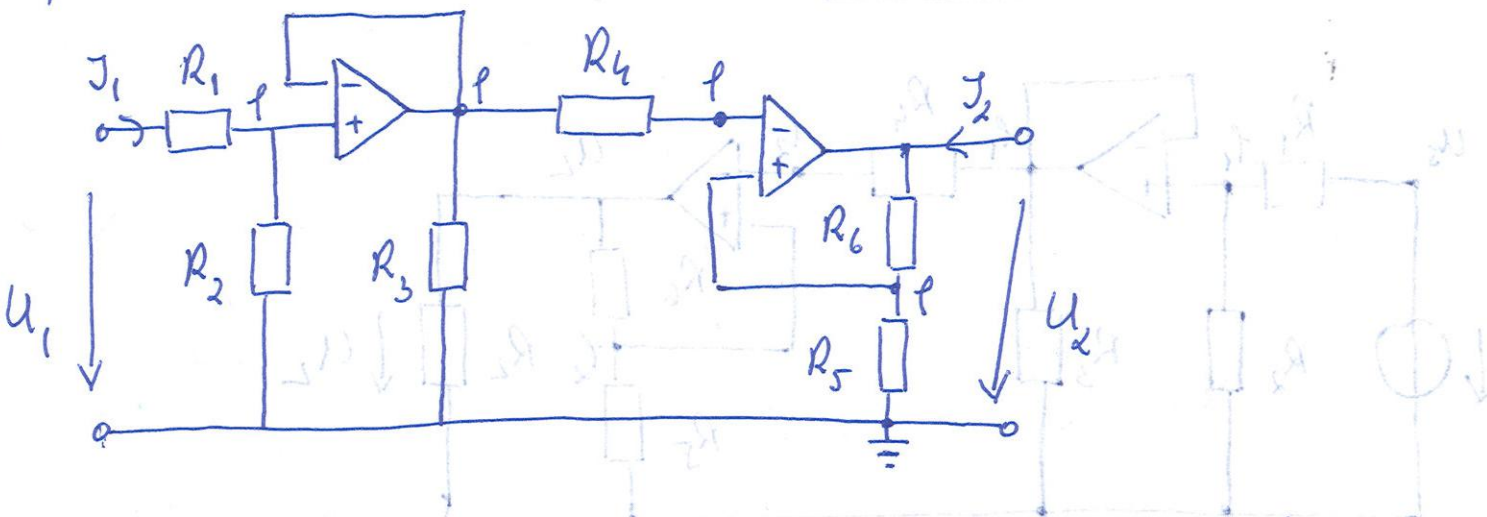
2a) $i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_s = \frac{30}{20 + 30} \cdot 5 = 3 \text{ V}$

$$i_2 = i_1 = 3 \text{ V}$$

$$i_2 \left(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \right) = \frac{U_L}{R_6} \Rightarrow U_L = \left(1 + \frac{R_6}{R_5} \right) i_2 = \left(1 + \frac{60}{30} \right) 3 = 9 \text{ V}$$

$$P = U_L I_L = \frac{U_L^2}{R_L} = \frac{9^2}{90} = \frac{9}{10} = 0.9 \text{ mW}$$

c)



$$U_1 = R_1 J_1 + R_2 J_2 = (R_1 + R_2) J_1 \Rightarrow J_1 = \frac{U_1}{R_1 + R_2}$$

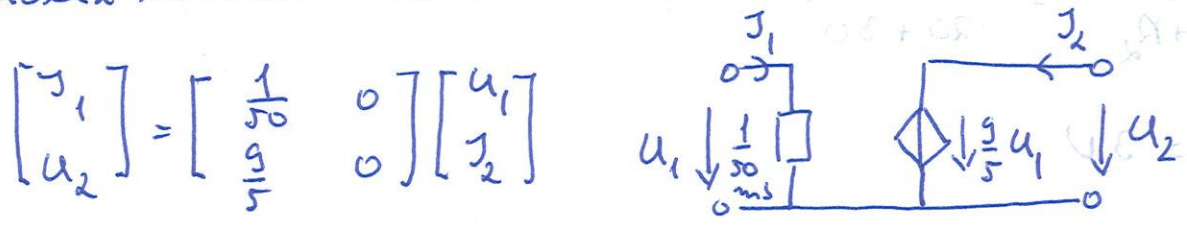
Uagy

$$J_1 = \frac{U_1 - \varphi}{R_1} = \frac{U_1}{R_1} - \frac{R_2}{R_1(R_1 + R_2)} U_1 \Rightarrow U_1 = \frac{1}{R_1} \left(1 - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) U_1 = \frac{1}{R_1 + R_2} U_1$$

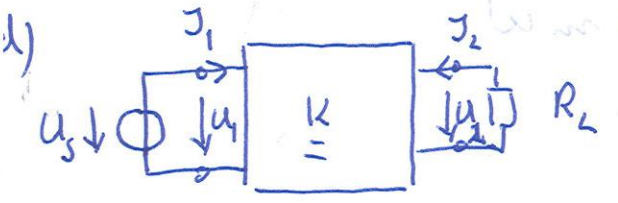
$$J_1 = \frac{1}{20 + 30} U_1 = \frac{1}{50} U_1 \Rightarrow K_{11} = \frac{1}{50} \text{ mS} \quad K_{12} = 0$$

$$U_2 = \left(1 + \frac{R_6}{R_5} \right) \varphi = \left(1 + \frac{R_6}{R_5} \right) \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_1 = \left(1 + \frac{60}{30} \right) \frac{30}{30 + 20} U_1 = \frac{9}{5} U_1 \Rightarrow K_{21} = \frac{9}{5}; K_{22} = 0$$

Inverz libeich karakterisztika

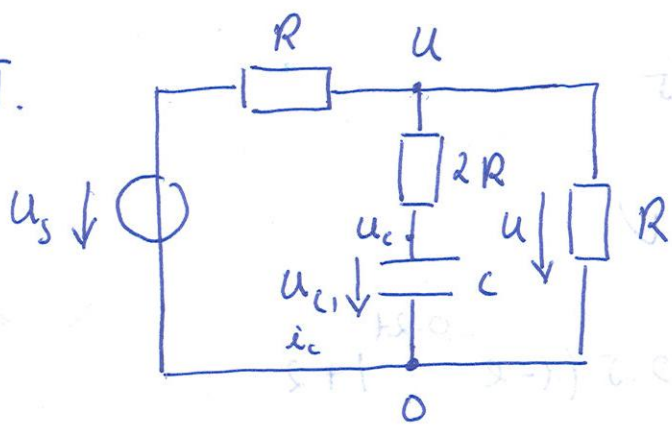


- az admitancia és a libeich karakterisztika nem létezik, indoklás: pl. $G = R^{-1}$, $H = K^{-1}$ és az R, K nem invertálható ($\det R, \det K = 0$)



$$\begin{aligned} J_1 &= \frac{1}{50} U_1 \\ U_2 &= \frac{9}{5} U_1 \\ U_1 &= U_3 = 50 \end{aligned} \Rightarrow U_2 = \frac{9}{5} \cdot 50 = 90 \text{ V}$$

II.



$$\frac{u - u_s}{R} + \frac{u - u_c}{2R} + \frac{u}{R} = 0$$

$$i_c = C \frac{du_c}{dt} = \frac{u - u_c}{2R}$$

$$1. \quad u - u_s + \frac{u - u_c}{2} + u = 0$$

$$u \left(2 + \frac{1}{2} \right) = \frac{u_c}{2} + u_s \Rightarrow \frac{5}{2} u = \frac{u_c}{2} + u_s$$

$$u = \frac{1}{5} u_c + \frac{2}{5} u_s$$

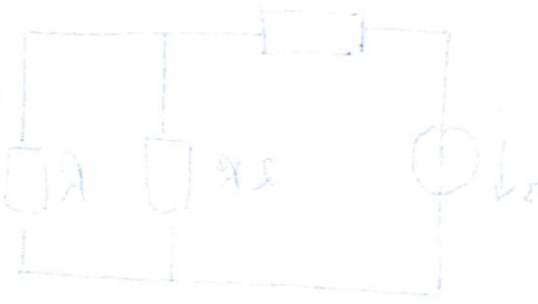
$$C \frac{du_c}{dt} = -\frac{1}{2R} u_c + \frac{1}{2R} u = -\frac{1}{2R} u_c + \frac{1}{2R} \left(\frac{1}{5} u_c + \frac{2}{5} u_s \right)$$

$$C \frac{du_c}{dt} = -\frac{1}{2R} \left(1 - \frac{1}{5} \right) u_c + \frac{1}{5R} u_s \Rightarrow \frac{du_c}{dt} = -\frac{2}{5RC} u_c + \frac{1}{5RC} u_s$$

- tehát az állapotváltozós normálalak

$$\frac{du_c}{dt} = -\frac{2}{5RC} u_c + \frac{1}{5RC} u_s$$

$$u = \frac{1}{5} u_c + \frac{2}{5} u_s$$



$$2. \quad \frac{du_c}{dt} = -0.2 u_c \Rightarrow \text{a szabad válasz} \quad u_c^f = K e^{-0.2t}$$

$$0 = -0.2 u_c + 0.5 \Rightarrow \text{a kényszerített válasz} \quad u_c^g = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ V}$$

$$u_c = u_c^f + u_c^g = K e^{-0.2t} + 2.5$$

$$\text{Kezdeti feltétel} \quad u_c(-0) = 0 \Rightarrow u_c(-0) = u_c(+0) = 0$$

$$k \cdot e^0 + 2.5 = 0 \Rightarrow k = -2.5$$

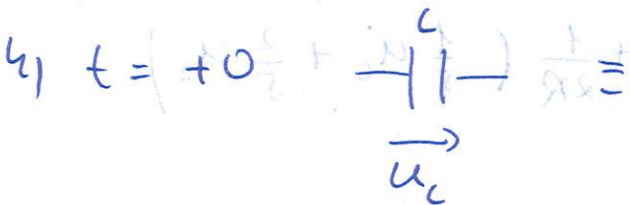
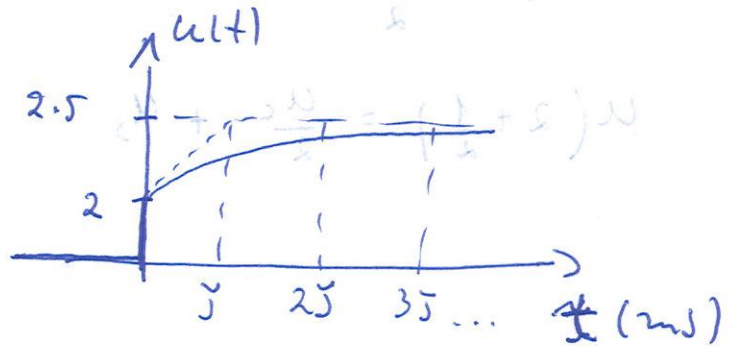
$$u_c(t) = 2.5 (1 - e^{-0.2t}) \varepsilon(t) \text{ V}$$

$$u = \frac{1}{5} \cdot 2.5 (1 - e^{-0.2t}) + 2 = 0.5 (1 - e^{-0.2t}) + 2$$

$$\Rightarrow \underline{u(t) = (2.5 - 0.5e^{-0.2t}) \varepsilon(t)}$$

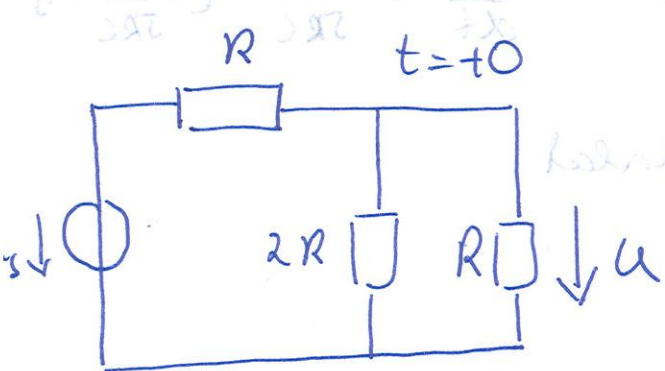


$$3) \tau = \frac{1}{0.2} = 5 \text{ ms} \quad \tau = 2.5$$



miel $u_c(-0) = 0$

$t=0$ a kondenzátor rövidzárral lezárható



$$u = \frac{2R \times R}{R + 2R \times R} u_s = \frac{\frac{2}{3} R}{R + \frac{2}{3} R} u_s$$

$$= \frac{2}{5} u_s = \frac{2}{5} \cdot 5 = 2 \text{ V}$$

$$\Rightarrow \underline{u(t=0) = 2 \text{ V}}$$

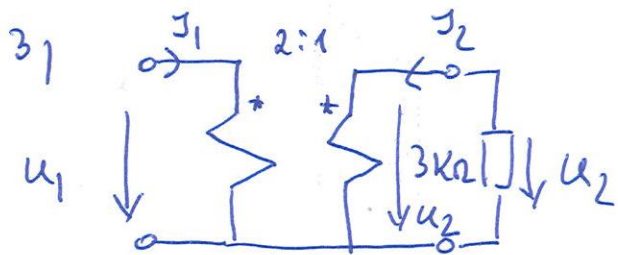
3 isport - Kistékérel

1) $p = 12 - 8 + 1 = 5$ független Kirchhoff II reláció!

2) $-12 + 6 I_1 + 2(I_1 - I_2) = 0$

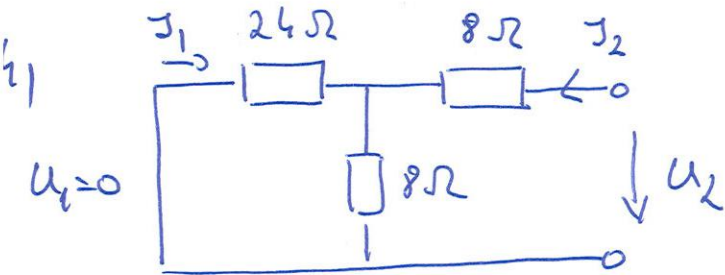
$3U + 2(I_2 - I_1) = 0$

$U = 2(I_1 - I_2)$



$$R_{\text{beé}} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{n U_2}{-\frac{1}{n} I_2} = n^2 \left(\frac{U_2}{I_2} \right) =$$

$$= n^2 R_2 = 2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12 \text{ k}\Omega$$



$$G_{U_2} = \frac{I_1}{U_2} \Big|_{U_1=0}$$

\Rightarrow áramosztás $-I_1 = I_2 \left(\frac{8}{8+24} \right) = I_2 \cdot \frac{8}{32} = I_2 \cdot \frac{1}{4}$

$$I_2 = \frac{U_2}{8 + 8 \times 24} = \frac{U_2}{8 + \frac{8 \cdot 24}{8+24}} = \frac{U_2}{14}$$

$$\Rightarrow G_{U_2} = \frac{I_1}{U_2} \Big|_{U_1=0} = \frac{-\frac{1}{4} I_2}{14 \cdot I_2} = -\frac{1}{4 \cdot 14} = -\frac{1}{56} \text{ S}$$

5) $\lambda_1 = -2$; $\lambda_2 = -5 \Rightarrow \gamma_1 = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ ms}$; $\gamma_2 = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ ms}$