

HŐMENNYISÉG ÉS HŐMÉRSÉKLET

Elmélyedni a hőtani kísérletekben

mindig egyik legkedvesebb foglalatosságom volt.

BENJAMIN THOMPSON
(RUMFORD GRÓFJA)

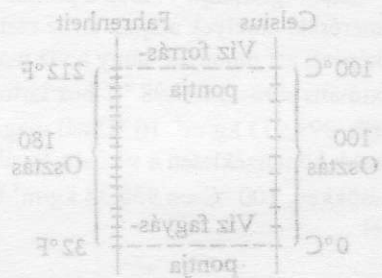
19.1 Bevezetés

Amikor gumilabdát ejtünk a padlóra, fel és le kezd pattogni, miközben a gravitációs potenciális energia és a kinetikus energia folytonosan kicserélődik. A labda, minden egymást követő ugrással, fokozatosan veszít mind kinetikus, mind pedig potenciális energiájából. Hová tűnik az energia? Pótolhatatlanul elveszett? Magára hagyott mechanikai rendszerek megfigyelésekor is arra a következtetésre jutunk, hogy a leállás felé tartanak. Vajon az Univerzum is arra van ítélve, hogy „leálljon” mechanikai energiájának elvesztése miatt? Ezek a kérdések a *termodinamika* hatáskörébe tartoznak, ami a termikus energiával, valamint a termikus energia és más energiafajták – mint például a mechanikai, kémiai, vagy elektromos energia – közötti kölcsönös átalakulással foglalkozik.

19.2 A hőmérséklet

Az előző fejezetekben tanulmányozott minden fogalom végső soron olyan alapvető fizikai mennyiségeken alapult, mint a *tömeg*, *hosszúság* és *idő*. Ezek mérésére önkényes egységeket választottunk, mint a *kilogramm*, a *méter* és a *másodperc*, és gondosan meghatároztuk a mérésükhöz végrehajtandó műveleteket. Minden más mechanikai fogalmat e három alapfogalomból származtattunk. A hőjelenségek leírásakor azt találjuk, hogy egy további alapfogalmat kell bevezetni, ami közvetlenül nem származtatható az említett háromból. Ez az új fogalom a *hőmérséklet*. Más alapvető fizikai mennyiségekkel közös vonása, hogy definíciója eredetileg mindennapi tapasztalatainkon alapult, majd a fogalom fokozatos finomításon és változáson ment át. Teljes és pontos jelentése szoros kapcsolatban van a *mérésére* kidolgozott műveletekkel.

A meleg és a hideg megbízható mérésére különböző eszközöket szerkesztettek, ezek a *hőmérők* amelyekkel pontos és reprodukálható mérések végezhetők. Minden hőmérő egy bizonyos anyag valamely fizikai tulajdonságának megváltozását használja a hőmérséklet fokának jelzésére. Jól használhatóak a következő változásokat felhasználó hőmérők: a) szilárd anyagok és folyadékok hőtágulása, b) gáz nyomásának és térfogatának változása, c) az



19-1 ábra
A higanyszlop téglássán alapuló Celsius- és Fahrenheit-féle hőmérsékleti skála.

elektromos ellenállás változása és d) hevített szálakban és bizonyos kémiai reakciók során bekövetkező színváltozások. Mindegyik hőmérő csak olyan korlátozott hőmérsékleti tartományban használható, ahol a mérőanyag nem szenved fázisalakulást, például folyékonyból légneműbe. A különböző skálákat egymáshoz kalibrálják az egyes átfedő tartományokban.

A Celsius- és a Fahrenheit-féle hőmérsékleti skála*

A higanyt, vagy színezett alkoholt tartalmazó folyadékos hőmérő kétségkívül ismerős mindnyájunk számára. Ez a hőmérő típus olyan hőmérsékleti tartományban használható, ahol sem a folyadék nem forr, ill. nem fagy meg, sem az üveg nem lágyul meg. A numerikus hőmérsékleti skála felállításához a folyadék-oszlop mellett kijelölnek egy lineáris skálát és kiválasztanak két, meghatározott hőmérsékleti pontot. Ez a két pont az, amelyenél a) a víz folyadékként és szilárd anyagként egyensúlyban van (*fagyáspont*) és b) a víz folyékony és légnemű anyagként egyensúlyban van (*forráspont*). Mindkét pontot normál légköri nyomásnál (101325 Pa, azaz $\approx 10^5$ Pa) határozzák meg. A hőmérsékletváltozás egységének megállapításához a skálát e két pont között meghatározott számú, egyenlő hosszúságú közre osztják.

Az általánosan használt két skála, a 19-1. ábrán látható Celsius- és Fahrenheit-skála¹, amelyeket az 1700-as évek elején vezettek be a nevüket adó fizikusok. Ezek a skálák az egységeket *Celsius fokokban* ($^{\circ}\text{C}$), vagy *Fahrenheit fokokban* ($^{\circ}\text{F}$) mérik. A Celsius skálán a víz fagyáspontját választjuk zéruspontnak, forráspontját pedig 100°C -kal jelöljük. A Fahrenheit-skála a fagyáspontot 32°F -nak, a forráspontot 212°F -nak választja, így ezen rögzített pontok között $212 - 32 = 180$ foknak megfelelő egyenletes beosztás van.

Mivel 100 Celsius fok felel meg 180 Fahrenheit foknak, egy Celsius foknak megfelelő beosztás mérete nagyobb egy Fahrenheit foknak megfelelő beosztás méreténél, mégpedig $\frac{180}{100} = \frac{9}{5}$ -szerese. Tehát ha a Celsius fokban mért hőmérsékletet Fahrenheit fokra akarjuk átszámítani, akkor a fagyáspont feletti Celsius fokban mért T_C hőmérséklet $\frac{9}{5}$ -szereséhez hozzá kell adni a fagyáspontnak megfelelő 32° -ot; azaz

HŐMÉRSÉKLET
ÁTSZÁMÍTÁSA
(Celsius fokról
Fahrenheit fokra)

$$T_F = \frac{9}{5}T_C + 32^{\circ} \quad (19-1a)$$

Ahhoz, hogy a Fahrenheit fokban mért hőmérsékletet Celsius fokra számítsuk át, először 32° -ot le kell vonni, hogy megkapjuk a fagyáspont feletti értéket, amelyet $\frac{5}{9}$ -del kell megszorozni, hogy a Celsius fokban mért hőmérsékletet megkapjuk:

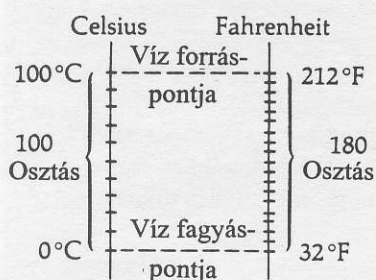
HŐMÉRSÉKLET
ÁTSZÁMÍTÁSA
(Fahrenheit fokról
Celsius fokra)

$$T_C = \frac{5}{9}(T_F - 32^{\circ}) \quad (19-1b)$$

A fenti kifejezések a víz fagyáspontjánál alacsonyabb hőmérsékletre is érvényesek. Így pl.: közvetlen behelyettesítéssel belátható, hogy $-40^{\circ}\text{C} = -40^{\circ}\text{F}$.

* A Fahrenheit-féle skála használata hazánkban nem szabványos (A ford. megj.)

¹ Anders Celsius (1701–1744) svéd csillagász alkotta meg a róla elnevezett hőmérsékleti skálát. Gabriel Fahrenheit (1686–1736) német fizikus, a higanyos hőmérő feltalálója.



19-1 ábra

A higanyoszlop tágulásán alapuló Celsius- és Fahrenheit-féle hőmérsékleti skála.

Tehát az átszámításra szolgáló képlet az alábbi – bizonyos szimmetriát mutató – alakban is felírható:

HŐMÉRSEKLET
ÁTSZÁMÍTÁSA $5(T_F + 40^\circ) = 9(T_C + 40^\circ)$ (19-2)

19-1 PÉLDA

Hány Celsius fok felel meg az emberi test 98,6°F-normális hőmérsékletének

MEGOLDÁS

Behelyettesítve a 19-2 egyenletbe:

$$5(98,6^\circ\text{F} + 40^\circ) = 9(T_C + 40^\circ)$$

$$5(98,6^\circ\text{F} + 40^\circ) = 9(T_C + 40^\circ)$$

Innen a °C-ban mér hőmérséklet:

$$C = \frac{5}{9}(98,6 + 40^\circ) - 40^\circ = 37,0^\circ\text{C}$$

Ha a különféle folyadékos hőmérőkben különböző folyadékokat használunk mérőközegként, akkor nem lesz két olyan hőmérő, amelyen adott skála-tartományban a leolvasott érték teljesen egyforma. Ez azért van, mert a folyadékok hőtágulása különbözőképpen tér el a lineáristól. Ezek a hőmérsékleti skálák nem fognak egyezni azokkal sem, amelyek más fizikai változásokon, – mint pl. a villamos ellenállás változásai, vagy a színváltozás – alapulnak. Melyik hőmérő méri az „igazi” hőmérsékletet? Ez csak definíció kérdése. Bármely hőmérő skáláját választhatjuk szabványnak és minden mászt eszerint kalibrálhatunk. Ez esetben a hőmérsékletet „a szabvány hőmérsékleti skálán leolvasott”-ként definiáljuk.

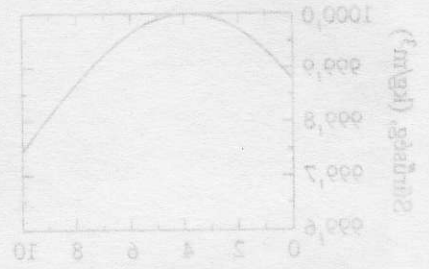
De melyik hőmérsékleti skálát válasszuk? Létezik „abszolút” skála, a *Kelvin-féle hőmérsékleti skála*, ez jelenti a nemzetközi megállapodás alapján a szabványos skálát minden tudományos munkánál. Ez valóban alapvető skála, mert az egyes anyagok (mérőeszközök) tulajdonságaitól függetlenül definiálható. Ismertetéséhez azonban a termodinamika néhány alapelvét kell először megtanulni, így a Kelvin-skála megtárgyalását el kell halasztani a 23. fejezetig. Egyelőre a Celsius fok beosztású, higanyos hőmérőt használjuk, ami az ezen fejezetben szereplő legtöbb jelenség tárgyalásához kielégítő.

19.3 Hőtágulás

A hőmérséklet növelésével szinte minden anyag tágul². Ezt a viselkedést megérthetjük az anyagok melegedése során egyre növekvő molekuláris moz-

² Fontos kivételt képez a víz a 0 °C és 4 °C közötti hőmérséklet-tartományban. (19-2, ábra)

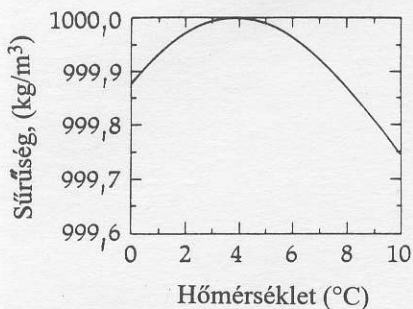
E kis tartományban a víz a hőmérséklet növekedésekor összehúzódik. Ennek illusztrálására tekintsünk egy 10 °C-os tavacskát, amikor körülötte a levegő hőmérséklete fagypont alatt van. A felszíni réteg lehűl és sűrűbbé válik, lesüllyed a tó aljára és a könnyebb vizet a tó



Hőmérséklet (°C)

19-2 ábra
A víz sűrűsége némileg változik a hőmérséklettel. A hőmérsékletet értékelve a maximális sűrűségű víz 1 cm³-ének tömegének definiálják. Ezen az egységen alapul az SI rendszer platiná-irídium ötvözetből készült „dekligrammjá”. Azok a pontos mérések, amelyek alapján ez az egység megvalósították, hogy a víz sűrűsége 3,98 °C-hoz tartozik 999,973 kg/m³. 10 °C-nál magasabb hőmérsékleten a sűrűség tovább csökken, 100 °C-on 958,38 kg/m³-ra.

19-3 ábra
Kristályos szilárd test két atomjára vonatkozó potenciális energia (W_{pot}) az atomok közötti távolság függvényében. Egy alacsony T hőmérsékleten az átlagtávolság kb. r_0 és a görbe aljának felel meg. Magasabb T hőmérsékleten az átlagtávolság a görbe szimmetriája miatt r_1 -re nő, ami az anyag melegebb hőtágulását okozza.



19-2 ábra

A víz sűrűsége némileg változik a hőmérséklettel. A tömegegységét eredetileg a maximális sűrűségű víz 1 cm³-ének tömegéként definiálták. Ezen az egységen alapult az SI rendszer platina-iridium ötvözetből készült – „öskilogrammja”. Azok a pontos mérések, amelyek alapját ez az etalon képezi, azt mutatják, hogy a víz maximális sűrűsége, 3,98 °C-hoz tartozik, 999,973 kg/m³. 10 °C-nál magasabb hőmérsékleten a sűrűség tovább csökken, 100 °C-on 958,38 kg/m³-t ér el.

19-1 ábra

A higanyoszlop tágulásán alapuló Celsius

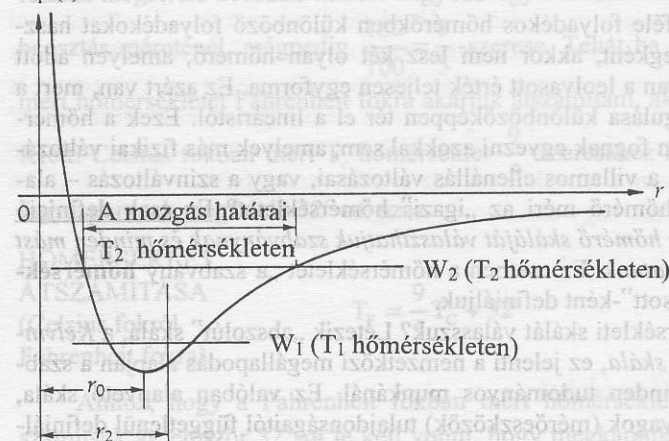
19-3 ábra

Kristályos szilárd test két atomjára vonatkozó potenciális energia ($W_{0(r)}$) az atommagok közti távolság függvényében. Egy alacsony, T_1 hőmérsékleten az átlagtávolság kb. r_0 , ez a görbe aljának felel meg. Magasabb T_2 hőmérsékleten az átlagtávolság a görbe aszimmetriája miatt r_2 -re nő, ami az anyag melegítés hatására bekövetkező hőtágulását okozza.

gás alapján. Egy egyszerűsített felfogás szerint a szilárd testben a szomszédos atomok között működő erők a hozzájuk tartozó potenciális energia-függvény segítségével adhatók meg, a 19-3. ábrán vázolt módon. Nagyon alacsony hőmérsékleten az atomok közötti átlagos távolság közel r_0 . A hőmérséklet növekedésével a rezgő atomok energiát nyernek és szélesebb határok között végeznek rezgő mozgást. A *potenciális energia-görbe aszimmetriája miatt a visszatérítő erő* – ami a görbe negatív meredekségével arányos – r_0 -nál nagyobb távolságok esetén kisebb, mint r_0 -nál kisebb távolságok esetén és ennek megfelelően az előbbi esetben az atomok *gyorsulása* is kisebb. Így az atomok *viszonylag több időt töltenek* r_0 -nál nagyobb távolságokban, mint r_0 -nál kisebb távolságokban. Ezért idő szerint átlagolva a mozgást, az atomok között nagyobb átlagos távolságot kapunk, azaz az anyag melegítés hatására tágul. Ha a potenciális energia-függvény teljesen szimmetrikus lenne, nem lenne hőtágulás. (Egyes anyagokban az atomok mozgásában a *transzverzális* – vagy nyíró – típusú rezgés dominál az itt tárgyalt longitudinálissal szemben, ami növekvő hőmérsékletnél a test összehúzódását okozza. Az ilyen anyagok azonban nagyon ritkák.)

Vizsgáljuk most egy eredetileg L_0 hosszúságú tárgy hőtágulásakor bekövetkező ΔL megnyúlását. Kísérletileg igazolható, hogy bizonyos hőmérsékleti tartományon belül a $\Delta L/L_0$ relatív *hosszváltozás* közelítőleg arányos a ΔT hőmérsékletváltozással. A legtöbb mérnöki alkalmazásnál ez a kapcsolat lineárisnak vehető anélkül, hogy komolyabb hibát követnénk el.

$W_p(r)$



Így felírható, hogy
$$\frac{\Delta L}{L_0} = \alpha \Delta T \quad (19-3)$$

LINEÁRIS HŐTÁGULÁS
$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta T \quad (19-4)$$

felszínére kényszeríti. (A különböző sűrűségek miatt bekövetkező keveredés folyamatát *konvekciónak* (áramlás) nevezik.) A keveredés addig folytatódik, amíg lényegében a teljes vízmennyiség nem hűl 4 °C-ra. Ettől a stádiumtól kezdve a felszín további hűlésével a felső réteg sűrűsége csökken, így a felszínen úszik, miközben további keveredés nélkül folytatja a hűlést a fagypontra felé. A keletkező jég is a tavacska tetején marad, mivel sűrűsége kisebb, mint az alatta levő vízé. Az állóvíz mélyebb részei csak oly mértékben fagnak be, ahogyan a hővezetés során további hőelvonás történik a közbeeső jégrétegeken keresztül. A víz ezen szokatlan viselkedése fontos következményeket jelent a tengeri életre és magára az evolúcióra vonatkozóan is.

19-1 táblázat Hozzávetőleges hőtágulási együtthatók (20 °C körül)

Szilárd anyagok	Átlagos α (°C) ⁻¹	Folyadékok	Átlagos β (°C) ⁻¹
Alumínium	24×10^{-6}	Etilalkohol	$11,2 \times 10^{-4}$
Sárgaréz	19×10^{-6}	Benzol	$12,4 \times 10^{-4}$
Vörösréz	17×10^{-6}	Benzin	$9,5 \times 10^{-4}$
Üveg (a lágy üveg különböző fajtái)	$4,9 \times 10^{-6}$	Higany	$1,8 \times 10^{-4}$
Üveg (Pyrex)	3×10^{-6}	Víz	$2,1 \times 10^{-4}$
Jég	51×10^{-6}		
Invar (36% Ni, 64% Fe)	$0,9 \times 10^{-6}$		
Nikkel	13×10^{-6}		
Tölgyfa (a rostokkal párhuzamosan)	5×10^{-6}		
Tölgyfa (a rostokra merőlegesen)	34×10^{-6}		
Kvarc (olvadt)	$0,4 \times 10^{-6}$		
Acél	12×10^{-6}		

ahol az α arányossági tényezőt **lineáris hőtágulási együtthatónak** nevezzük. Mivel $\Delta L/L_0$ dimenzió nélküli szám, az α együttható mértékegysége $1/^\circ\text{C}$, vagy $^\circ\text{C}^{-1}$. A Celsius- és a Kelvin-skálán a hőmérsékletközök azonosak, így az α számértéke is megegyezik. A 19-1. táblázat ismertet néhány jellegzetes együtthatót.

Mivel a megnyúlt L hosszúság egyenlő $L_0 + \Delta L$ -lel, azt is írhatjuk, hogy

$$L = L_0(1 + \alpha\Delta T) \quad (19-5)$$

19-2 PÉLDA

A korábbi méter-etalon hossza 0°C -on pontosan 1 m. Ez az „ősméter”, amit Franciaországban, Párizs közelében a Nemzetközi Súly- és Mértékügyi Hivatalban őriznek, olyan platina-iridium ötvözetből készül, amelynek átlagos lineáris hőtágulási együtthatója $8,9 \times 10^{-6} (\text{°C})^{-1}$. Határozzuk meg a rúd hosszát 37°C -on, feltételezve, hogy a számértékek pontosak és α állandó marad.

MEGOLDÁS

A hosszváltozást a

$$\Delta L = L_0\alpha\Delta T$$

összefüggés adja.

Az értékek helyettesítésével

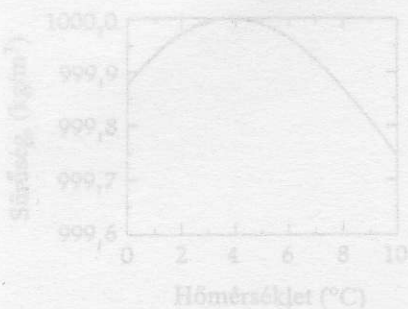
$$\Delta L = (1,000\dots\text{m})[8,9 \times 10^{-6} (\text{°C})^{-1}](37^\circ\text{C}) = 3,293 \times 10^{-4} \text{ m}$$

Így a megváltozott hosszúság

$$L = L_0 + \Delta L = 1,000\,3293 \text{ m}$$

19-5 ábra

Benjamin Thompson (Rumford gróf) politikai kalandor volt, opporunistá, aki sápot húzott a katonai egyezményekben és számos alkalommal különböző külföldi kormányok számára kémkedett. Bár őrmagy volt a Gyarmati Hadseregben, a Függetlenségi Háború idején az angolokkal szimpatizált, így azután feleségét és gyermekét elhagyva Európába menekült. A politikai és üzleti életben megnyílvánuló csavaros észjárása mellett ügyes mérnök-tudós volt, aki jogosan érdemelte ki a tudományos hírnevet. 1791-ben a bajor választófejedelem grófi címet adományozott neki. A Rumford névvel első feleségének szülőhelyét tisztelte; ez Rumford város New Hampshire-ben.



19-2 ábra

A víz sűrűsége némileg változik a hőmérséklettel. A tömegegységét eredetileg a maximális sűrűségű víz 1 cm³-ének tömegéeként definiálták. Ezen az egységen alapult az SI rendszer platina-irídium ötvözetből készült – „óskilogrammjá”. Azok a pontos mérések, amelyek alapját ez az etalon képezi, azt mutatják, hogy a víz maximális sűrűsége, 3,98 °C-hoz tartozik, 999,973 kg/m³. 10 °C-nál magasabb hőmérsékleten a sűrűség tovább csökken, 100 °C-on 958,38 kg/m³-t ért el.

19-3 ábra

Kristályos szilárd test két atomjára vonatkozó potenciális energia (W_{pot}) az atommagok közti távolság függvényében. Egy alacsony, T , hőmérsékleten az átlagtávolság kb. r_0 , ez a görbe aljának felel meg. Magasabb T , hőmérsékleten az átlagtávolság a görbe aszimmetriája miatt r_1 -re nő, ami az anyag melegítés hatására bekövetkező hőtágulást okozza.

Térfogategységre és felületegységre eső hőtágulás

A hőtágulási kísérletek azt mutatják, hogy a $\Delta V/V_0$ relatív térfogatváltozás – bizonyos hőmérsékleti tartományban – arányos a ΔT hőmérsékletváltozással.

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \beta \Delta T \tag{19-6}$$

TÉRFOGATEGYSÉGRE ESŐ HŐTÁGULÁS

$$\Delta V = V_0 \beta \Delta T \tag{19-7}$$

ahol a β arányossági tényezőt **térfogati hőtágulási együtthatónak** nevezzük. Ez az α lineáris hőtágulási együtthatóval a következő kapcsolatban van. Vegyünk egy kocka alakú³, V_0 térfogatú anyagot, amelynek élhosszúsága L_0 . Az anyag melegítésekor minden éle $L = L_0 + \Delta L$ -re tágul. Így az új V térfogat:

$$V = (L)^3 = (L_0 + \Delta L)^3 = L_0^3 + 3L_0^2(\Delta L) + 3L_0(\Delta L)^2 + (\Delta L)^3$$

$$V = L_0^3 \left[1 + 3\left(\frac{\Delta L}{L_0}\right) + 3\left(\frac{\Delta L}{L_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L_0}\right)^3 \right] \tag{19-8}$$

Általában $\Delta L/L_0 \ll 1$, így a magasabb rendű tagok elhagyásával jelentéktelen hibát követünk el. Tehát a (19-3) egyenlet felhasználásával, azt kapjuk, hogy

$$V = V_0(1 + 3\alpha \Delta T) \tag{19-9}$$

Mivel $V = V_0 + \Delta V$, következésképpen

$$\Delta V = V_0 3\alpha \Delta T \tag{19-10}$$

A (19-7) egyenlettel összevetve azt kapjuk, hogy

$$\beta = 3\alpha \tag{19-11}$$

Egy szilárd testben lévő lyuk pontosan úgy tágul, mintha a hiányzó anyag tágulna. Ezért egy hőmérő üveggömb-tartályának térfogata pontosan úgy változik, mint ahogyan az azonos térfogatú szilárd üveg változtatná térfogatát.

Hasonló elemzéssel kimutatható, hogy egy A felület hőtágulása 2α -val egyenlő arányossági tényezővel jellemezhető:

FELÜLETEGYSÉGRE ESŐ HŐTÁGULÁS

$$\Delta A = A_0 2\alpha \Delta T \tag{19-12}$$

$$A = A_0(1 + 2\alpha \Delta T) \tag{19-13}$$

Egy lyuk területe éppen úgy tágul, ahogyan a hiányzó anyag tágulna. Ezért egy felület a hőtágulás során pont úgy változik, mint fényképezeti nagytáskor.

³ Egy homogén anyag bármilyen önkényesen választott alakú térfogata elemi kockák együtteseként fogható fel. Amint a kockák térfogata végtelenül kicsivé válik, a test térfogata megközelíti a kockák összterfogatát. Így a kockára kapott eredményünk tetszőleges alakú térfogatra is alkalmazható.



- a) A hőtágulásra nem megfelelő ráhagyás (tűrés) okozta, hogy New Jersey-ben ezek a sínek szokatlan „hőhullám”-ba görbültek, kislaktva egy vasúti kocsit.
- b) Ez a betonút egy forró napon meggörbült, mert nem volt megfelelő a „tűrése” a hőtágulás számára.



- c) Híd betonútján lévő tagulási illesztések.

19-4 ábra

Példák a hőtágulásra

19-3 PÉLDA

Egy autó benzintartálya acélból készült, térfogata 68,19 l. 15 °C-on teletöltötték benzinnel egy föld alatti tároló tartályból. Mennyi benzin folyik ki, ha ezután az autó addig áll a napon, amíg a tartálya 37 °C-ra felmelegszik?

MEGOLDÁS

A 19-1. táblázatból látjuk, hogy az acél lineáris hőtágulási együtthatója $\alpha_{acél} = 12 \times 10^{-6} \text{ (}^\circ\text{C)}^{-1}$ és a benzin térfogati hőtágulási együtthatója $\beta_{benzin} = 9,5 \times 10^{-4} \text{ (}^\circ\text{C)}^{-1}$. Így a térfogatváltozások közötti különbség:

$$\Delta V = \Delta V_{benzin} - \Delta V_{acél} = V_0(\beta - 3\alpha)(T - T_0)$$

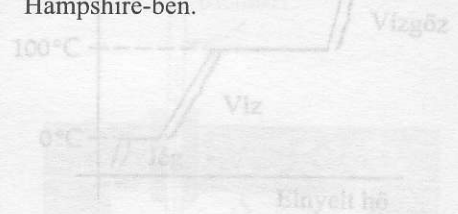
$$\Delta V = (68,19 \times 10^{-3} \text{ m}^3)(9,5 \times 10^{-4} - 3(12 \times 10^{-6}))1^\circ\text{C}(37 - 15)^\circ\text{C}$$

$$\Delta V = 1,37 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 1,37 \text{ l}$$



19-5 ábra

Benjamin Thompson (Rumford gróf) politikai kalandor volt, opportunist, aki sápot húzott a katonai egyezményekből és számos alkalommal különböző külföldi kormányok számára kémkedett. Bár őrnagy volt a Gyarmati Hadseregben, a Függetlenségi Háború idején az angolokkal szimpatizált, így azután feleségét és gyermekét elhagyva Európába menekült. A politikai és üzleti életben megnyilvánuló csavaros eszjárása mellett ügyes mérnök-tudós volt, aki jogosan érdemelte ki a tudományos hírnevet. 1791-ben a bajor választófejedelem grófi címet adományozott neki. A Rumford névvel első feleségének szülőhelyét tisztelte: ez Rumford város New Hampshire-ben.



19-6 ábra

Egy adott jégminta melegedési görbéje. Fázisátmenet során a hőközlés ellenére a hőmérséklet állandó marad. (Állandó nyomás mellett)

19.4 A hőmennyiség

Miért lesz egy test melegebb vagy hidegebb? A XIX. század elejéig az általánosan elfogadott válasz a következő volt: „Mert *caloricumot* (hőanyagot), egy láthatatlan, súlytalan folyadékot nyer vagy veszít, ami egyik testről a másikra képes áramlani.” A *caloricum*-elmélet (hőanyag-elmélet) hőmérsékletváltozással járó jelenségek széles skáláját magyarázta meg. Például, amikor egy forró – feltehetően sok hőanyagot tartalmazó – testet összeérintenek egy hideg testtel, a forró testben lévő felesleges hőanyag átáramlik a hidegbe, amíg mindkettőn el nem érik a közös közbülső hőmérsékletet. Továbbá a forró testek azért tágulnak, mert a többlet *caloricum* részei taszítják egymást és az atomokat kicsit széjjelebb nyomják.

1798-ban ezt az elvet megcáfolták. Egy amerikai mérnököt – aki később Bajorországban Rumford grófja lett, – alkalmazták a bajor hadsereg számára készülő ágyúcsövek fűrésására. Az elfogadott hőanyag-elmélet szerint a fűrész és az ágyú felforrósodik a fűrési folyamat során, mert a fém szilánkokra forgácsoláskor a *caloricum* eltávozott belőle. De Rumford megfigyelte, hogy a fűrész és az ágyúcső még forróbb lett akkor, amikor olyan tompa fűrész használt, ami egyáltalán nem forgácsolta a fémeket. A *caloricum* forrása látszólag kimeríthetetlen volt, s ez a tény nehezen volt összeegyeztethető a hőanyagelmélettel. Ehelyett Rumford felvetette, hogy szerinte a hő forrása a fűrész forgató lovak munkája. Később számos más vizsgálatból arra következtettek, hogy a keletkező hő valójában az energia egy másik alakja, ami az energia megmaradásának elve alapján alakul át.

A mindennapi beszélgetésekben gyakran összecserélik a *hő* és *hőmérséklet* szavakat. Más kifejezések, mint például a „hőenergia”, „hőtartalom”, napi hőmérséklet, vagy a „hőmennyiség” – szintén hozzájárulnak a zavarhoz. A különböző fogalmak közti eligazodásban segíthetnek a tudományos elemzésekben használatos definíciók.

A HŐMÉRSEKLET A „melegség” foka, egy meghatározott skálán mérve.

A HŐMENNYISÉG A rendszer és környezete között – kizárólag a hőmérsékletkülönbség következtében – kicserélődő energia.

A hőmennyiség ezen definíciójának vannak bizonyos finomításai. A fenti megállapítás szerint a hőmennyiség az az energia, ami – hőmérsékletkülönbség hatására – egyik rendszerből a másikba *átmegy*, amikor *termikus kölcsönhatásban* vannak. Mielőtt ez az energia átadódik, nem nevezzük hőenergiának, hanem a következő elnevezés használatos:

TERMIKUS ENERGIA (VAGY BELSŐ ENERGIA) Atomok és molekulák véletlenszerű mozgásának következtében fellépő kinetikus és potenciális energia.

Így egy rendszer *hőmérséklete* az a paraméter, ami leírja, hogy termikus kölcsönhatás esetén mennyit ad át belső energiájából az egyik test a másiknak.

Az energia annak ellenére, hogy a természettudományokban rendkívül fontos szerepet tölt be, meglehetősen különös és nehezen megfogható fogalom. Mindenütt különböző formában van jelen: munka (mechanikai energiaátvitel során), gravitációs potenciális energia, mozgási energia, kémiai energia, hő (termikus energiaátvitel során), stb. Mégis, nincs arra példa, hogy valaha is közvetlenül mértek volna energiát. Ehelyett, mindig közvetve származtatjuk más mérésekből. Például a mechanikai munkával kapcsolatos energiát erő és elmozdulás méréseivel, a belső energiát pedig tömeg és hő-

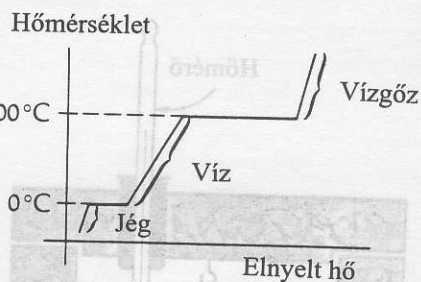
mérséklet mérésével határozhatjuk meg. De maga az energia és különösen az energiamegmaradás, az egész természettudományban talán a legfontosabb és a legszilárdabban megalapozott fogalom. Az egyik szerző szavaival: „Az energia mindent megmagyaráz”.

A termikus energia mértékegysége a kalória (cal), amelyet eredetileg úgy definiáltak, mint 1 g víz hőmérsékletét 1 °C-kal (14,5 °C-ról 15,5 °C-ra) növelő hő mennyiségét (1 atm nyomáson)⁴. A termikus és a mechanikai energia egységei közötti kapcsolat azokból a kísérletekből adódott, amelyekben mechanikai energia meghatározott mennyiségét alakították át súrlódással termikus energiává. Az első pontos méréseket James Joule, egy angol sörfőző végezte, aki számos kísérleti összeállítást próbált ki, többek között víz gyors keverését résekkel ellátott lapátkerekkel, amiket a gravitáció hatására leereszkedő nehéz súlyok mozgattak. A modern kísérletekben sokkal pontosabb értékeket kapunk vízbe merített ellenállás elektromos fűtésével. Sajnálatos módon, a kalóriának számos különféle definíciója létezik, s mindegyik más-más eljárás alapul. (Például a *termokémiai kalória* = 4,184 J és az International Table (IT) által meghatározott kalória = 4,186 J). 1948-ban a 9. Általános Súly- és Mértékügyi Konferencia a hő hivatalos egységéként a mechanikai energia egységét, a *joule-t* (J) fogadta el. Így a **kalória** most SI egységben, joule-ban *kifejezve*:

$$\text{A KALÓRIA} \qquad 1 \text{ cal} \equiv 4,184 \text{ J} \qquad (19-14)$$

19.5 Hőfelvétel és fázisátalakulás

Ha egy anyag hőt vesz fel, az mindig valamilyen változással jár. A hőtágulás mellett emelkedhet a hőmérséklet, vagy **fázisátalakulás** következhet be, amelynek során az anyag fizikai jellemzői megváltoznak, miközben hőmérséklete állandó marad. Például ha kezdetben fagyáspont alatt lévő jeget melegítünk, a jég hőmérséklete fokozatosan emelkedik, amíg 0 °C-on ($\approx 10^5$ Pa nyomáson) olvadni nem kezd, azaz a jég halmazállapota szilárd állapotból folyékonyra változik. Ettől a ponttól tovább folytatva a hőközlést⁵, a hőmérséklet 0 °C marad, amíg az összes jég meg nem olvad. Ezután további melegítés hatására a víz hőmérséklete a forráspontig emelkedik, ahol újabb fázisátmenet történik, a víz gőzzé alakul, miközben a víz-gőz keverék hőmérséklete 100 °C marad. Mikor a víz teljesen gőzzé alakult, akkor további hőközlés hatására a hőmérséklet 100 °C fölé nő. A 19-6 ábra a *hőközlés görbéjét* mutatja az *olvadás* és *forrás* fent leírt folyamatára. Ha gőzből indulunk ki és hűtjük, az ellentétes fázisátmeneteket *lecsapódásnak* és *fagyásnak* nevezzük. További fázisátalakulás a szublimáció, amely bármely hőmérsékleten bekövetkezhet, és amelynek során a szilárd anyag a folyadék-fázison való átmenet nélkül közvetlenül gőzzé alakul. Ismert példa a „száraz jég” (szilárd CO₂) *szublimációja*. Tehát amikor hőt közlünk egy anyaggal, akkor a hőtáguláson kívül két másik változás történhet: hőmérsékletnövekedés vagy az anyag fizikai tulajdonságainak megváltozása, miközben fázisátalakuláson megy keresztül.



19-6 ábra

Egy adott jégminta melegedési görbéje. Fázisátmenet során a hőközlés ellenére a hőmérséklet állandó marad. (Állandó nyomás mellett)

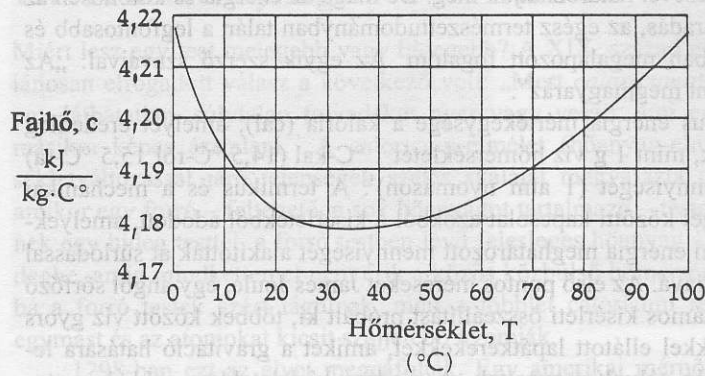
⁴ A táplálkozás szakemberei kissé eltérő egységet használnak az élelmiszer energiatartalmának mérésére, ami a fent definiált kalória ezerszerese (kcal). Az, hogy egy édesség „250 kcal-t tartalmaz” azt jelenti, hogy miután kivonták belőle a vizet, normál légköri nyomáson, tiszta oxigénben elégetve, a cukorka 250 000 cal energiát termel.

** Hazánkban a joule egység kötelező használatát törvény rögzíti (A fordító)

⁵ A hőközlés olyan lassan történjék, hogy a jég olvadásakor azonos hőmérséklet uralkodik az egész keverékben, miközben tart a fázisátmenet. Ezt a termikus egyensúlyként ismert feltételt a következő fejezetben tárgyaljuk.

19-7 ábra

A víz fajhője a hőmérséklet függvényében.

**A fajhő**

Azt a hőmennyiséget, ami egységnyi tömegű anyag hőmérsékletét egy fokkal növeli, az anyag **fajlagos hőkapacitásának**, röviden **fajhőnek** (c) nevezzük. Mivel a fajhő kis mértékben változik a hőmérséklettel (ld. 19-7 ábra), a pontos meghatározásoknak tartalmaznia kellene a megfelelő hőmérsékletfüggést is. A gyakorlatban a fajhő a vizsgált hőmérsékleti tartományban többnyire állandónak vehető, így rendszerint **átlagos** fajhőt használunk:

$$\text{ÁTLAGOS FAJHŐ} \quad c \equiv \left(\frac{1}{m} \right) \frac{\Delta Q}{\Delta T} \quad (19-16)$$

ahol m az anyag tömege, ΔQ a közölt hő és ΔT a hőmérsékletváltozás. Úgy is felírhatjuk, hogy a

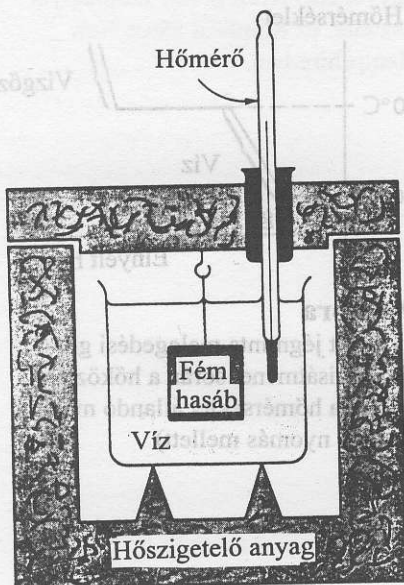
$$\text{HŐKÖZLÉS SORÁN FELLEPŐ HŐMÉRSÉKLETVÁLTOZÁS} \quad Q = mc\Delta T \quad (19-17)$$

ahol Q a közölt (vagy elvont) hő, ami ΔT hőmérsékletváltozást okoz. A különböző kézikönyvek táblázataiban a fajhőre a következő egységek találhatók:

	Metrikus egység	SI egység
fajhő egységek	$\left[\frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{C}^\circ} \right]$	$\left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{C}^\circ} \right]$

A 19-2 táblázat a különböző anyagok átlagos fajhőit tünteti fel.

A fajhő kísérleti meghatározására a kutatók gyakran alkalmazzák a keverési módszert. Ekkor egy hőszigetelt edényt, a **kalorimétert** használják (19-8 ábra). Mivel tökéletes hőszigetelő nem létezik, az edény és környezete közti elkerülhetetlen – és meghatározatlan – „hőszivárgás” okozta nehézségek miatt nem könnyű pontos fajhő értékeket mérni.

**19-8 ábra**

Egyszerű kaloriméter, amellyel meghatározható egy fémtömb fajhője. A fémet vízbe merítjük és leolvassuk a hőmérsékletváltozást.

19-4 PÉLDA

Kaloriméterben lévő 300 g tömegű vörösréz tartály 500 g vizet tartalmaz. A tartály és a víz egyaránt 20 °C-os szobahőmérsékleten van. Egy 1 kg-os vörösréz hasábot 100 °C-ra hevítünk, majd a vízbe merítjük. A tartálynak és tartalmának végső egyensúlyi hőmérséklete 32 °C. Határozzuk meg a vörösréz átlagfajhőjét (c_{Cu}) erre a hőmérséklettartományra, feltéve, hogy a kaloriméter tökéletesen hőszigetelt és a hőmérő hőkapacitását elhanyagolhatjuk.

19-2 táblázat **ÁTLAGOS FAJHŐK, c**
(0 °C–100 °C-ra, ha nincs egyéb megjegyzés és $\approx 10^5$ Pa nyomásra)

Anyag	kJ/(kg °C)	cal/(g °C)	Olvadáspont °C	K
Szilárd anyagok				
Alumínium	0,913	0,218	933	1701
Réz	0,389	0,0930	1083	1970
Vas	0,460	0,110	1538	2790
Higany	0,139	0,0332	241,8	457,2
Nikkel	0,43T	0,103	1453	2641
Ólom	0,130	0,0311	327,3	601,3
Jég (-10 °C–0 °C)	2,04	0,488	0	0
Üveg (Koronaüveg)	0,84	0,20	0	0
Fa	1,3–2,9	0,3–0,7	0	0
Beton	0,88	0,21	0	0
Folyadékok				
Víz (14,5 °C–15,5 °C)	4,186	1,000	0	0
Víz	4,19	1,00	0	0
Etilalkohol	2,43	0,58	0	0
Tengervíz	3,89	0,93	0	0
Gázok ($\approx 10^5$ Pa állandó nyomáson)				
Hidrogén	14,2	3,40	0	0
Hélium	5,24	1,25	0	0
Levegő (0 °C–200 °C)	0,996	0,238	0	0
Vízgőz (100 °C)	1,76	0,421	100	373

MEGOLDÁS

Használjuk a „keverési módszert”. Az energiamegmaradást alkalmazva erre a zárt rendszerre felismerjük, hogy a vörösréz hasáb energiaváltozása, $m_h c_h (T - T_h)$, – ami negatív mennyiség, mivel $T_h > T$, – és a víz és a tartály által felvett hő összege zérust eredményez:

$$0 = \left[\begin{array}{l} \text{nasab által} \\ \text{leadott hő} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{víz által} \\ \text{felvett hő} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{tartály által} \\ \text{felvett hő} \end{array} \right]$$

Átrendezés után:

$$m_h c_h (T_h - T) = (m_v c_v (T - T_0) + m_{Cu} c_{Cu} (T - T_0))$$

adódik. Innen

$$68c_{Cu} = 25116 + 3,6c_{Cu}$$

Ezt c_{Cu} -ra megoldva kapjuk: $c_{Cu} = 0,390 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{C}^\circ}$

Fázisátalakulás

A fázisátalakulás során átvitt hőmennyiséget az adott fázisátmenetre vonatkozó **latens hőnek**⁶ (L) vagy átalakulási hőnek nevezzük. A fázisátmenet létrehozásához szükséges hőmennyiség (állandó hőmérsékleten):

⁶ A latens szó a latin latere szóból származik, jelentése: „rejtett”.

19-3 táblázat Átalakulási hőik ($\approx 10^5$ Pa nyomáson)

	Olvaspont		Fagyáshő, L_f		Forráspont		Párolgáshő, L_p	
	K	°C	kJ/kg	cal/g	K	°C	kJ/kg	cal/g
Hélium	3,5	-269,65	5,23	1,25	4,216	-268,9	20,9	4,9
Hidrogén	14,01	-259,14	57,8	13,8	20,28	-252,87	452	108
Nitrogén	63,29	-209,86	25,7	6,12	77,35	-195,8	201	48,0
Oxigén	54,35	-218,8	13,8	3,3	90,188	-182,96	211,8	50,6
Etilalkohol	158,7	-114,5	108,99	26	351	78	854	204
Higany	234,31	-38,84	11,3	2,7	629,73	356,58	272	65,0
Víz	273,15	0,00	334	79,8	373,15	100,00	2256	539
Ólom	600,45	327,3	24,7	5,9	2013	1740	871	208
Ezüst	1235	961,93	111	26,5	2485	2212	2356	563
Vörösréz	1356	1083	205	49,0	2868	2595	4774	1141

FÁZISÁTMENETET
LÉTREHOZÓ
HŐMENNYISÉG

$$Q = mL \quad (19-18)$$

ahol m az anyag tömege, L a latens hő. Az egyes latens hő értékek víz esetében:

olvadás- vagy fagyáshő
(0 °C-on, $\approx 10^5$ Pa nyomáson)

Párolgási, vagy lecsapódási hő⁷ (100 °C-on, $\approx 10^5$ Pa-nál)

VÍZ

FÁZIS-

ÁTALAKULÁSA

$$L_f = 3,336 \times 10^5 \text{ J/kg} \\ (= 79,72 \text{ cal/g})$$

$$L_p = 2,256 \times 10^6 \text{ J/kg} \\ (= 539,6 \text{ cal/g})$$

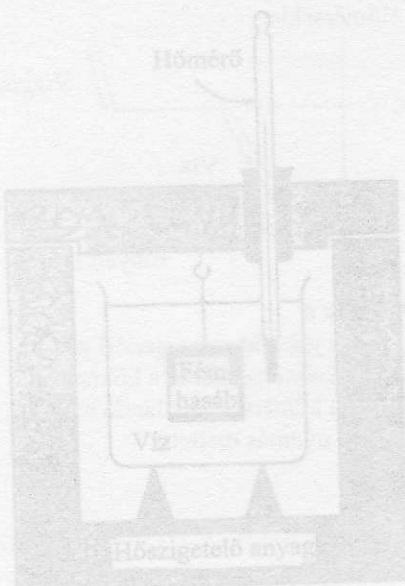
Megjegyzendő, hogy több, mint ötször annyi hőmennyiség szükséges a folyékony víz 100 °C-on történő elpárolgatásához, mint ugyanannyi víz felmelegítéséhez 0 °C-ról 100 °C-ra. A vízgőz lecsapódásakor leadott nagy átalakulási hő miatt sokkal veszélyesebb a 100 °C-os vízgőzzel történő érintkezés, mint a 100 °C-os vízzel való. A 19-3 táblázat különböző anyagok latens hőjét tartalmazza.

Mikroszkópikus méretekben a fázisátmenetekkel kapcsolatos latens hő rendszerint megváltoztatja az anyag mikroszerkezetét. Amikor egy szilárd anyag megolvad, az elnyelt hő legnagyobb része arra fordítódik, hogy az atomok és molekulák közötti kötéstávolságot megnövelje, s így nagyobb mozgási lehetőséget biztosítson a részecskék számára. A térfogatváltozás kicsi, így a hőnek csak kis része fordítódik a térfogatváltozással kapcsolatos $p\Delta V$ munkára. A párolgás és a szublimáció azonban nagy térfogatváltozással jár, így az atomok közötti vonzó erők legyőzésén kívül energiára van szükség ahhoz a $p\Delta V$ munkához is, amit az anyag légnemű állapotba történő tágulása-kor a légkör visszanyomásához kell végezni. Érdekes módon a kézikönyvekben felsorolt folyadékok között a víz párolgási hője a legnagyobb, ez a vízmolekulák közti szokatlanul erős vonzás következménye. Így a vízmolekulák szétválasztásához, hogy az anyag gőz halmazállapotú legyen, nagy energia szükséges.

19-5 PÉLDA

Mennyi hőmennyiség szükséges -30 °C-os jég 100 °C-os gőzzé alakításához ($\approx 10^5$ Pa nyomáson), ha a jég tömege 2 kg?

⁷ A párolgási hő függ a hőmérséklettől. Például vízre: 0 °C-on $L_p = 2,49 \cdot 10^6$ J/kg (=595 cal/g)



19-8 ábra

Egyszerű kaloriméter, amellyel meghatározható egy fémömb fajhője. A fémot vízbe merítjük és leolvassuk a hőmérsékletváltozást.

MEGOLDÁS

Feltételezve, hogy a 19-2 és 19-3 táblázat adatai érvényesek erre a hőmérséklettartományra, a következőképpen számolunk:

1. Q_1 hőmennyiség szükséges a jég hőmérsékletének -30 °C -ról 0 °C -ra történő emeléséhez:

$$Q_1 = m_i c_i \Delta T_i = (2\text{ kg})(2,04\text{ kJ / kg} \cdot \text{°C})[0 - (-30\text{ °C})] = 122,4\text{ kJ}$$

2. Q_2 hőmennyiség szükséges a 0 °C jég 0 °C -os vízzé alakításához:

$$Q_2 = m_i L_w = (2\text{ kg})(334\text{ kJ / kg}) = 668\text{ kJ}$$

3. Q_3 hőmennyiség szükséges a 0 °C -os víz 100 °C -ra való melegítéséhez:

$$Q_3 = m_w c_w \Delta T_w = (2\text{ kg})(4,186\text{ kJ / kg} \cdot \text{°C})(100\text{ °C} - 0\text{ °C}) = 837,2\text{ kJ}$$

4. Q_4 hőmennyiség szükséges a 100 °C -os víz 100 °C -os gőzzé alakításához:

$$Q_4 = m_w L_w = (2\text{ kg})(2256\text{ kJ / kg}) = 4512\text{ kJ}$$

Tehát az összes szükséges hőmennyiség:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = (122,4 + 668 + 837,2 + 4512)\text{ kJ} = 6140\text{ kJ}$$

19-6 PÉLDA

300 g, 30 °C -os vizet ráöntünk egy 50 g-os, -5 °C -os jégkockára. Határozzuk meg a víz végső hőmérsékletét, amennyiben az egész megolvad, ill. a keverék hőmérsékletét, ha a jég nem olvad meg teljesen. Tegyük fel, hogy az edény és a tartalma közti hőátadás elhanyagolható.

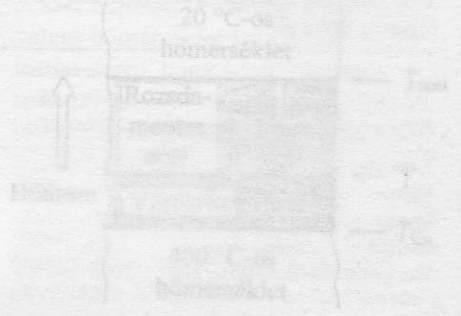
MEGOLDÁS

A keverési módszert alkalmazva (ld. 19-4 példát), felismerjük, hogy a víz által leadott hőmennyiség egyenlő a jég által felvett hőmennyiséggel. Nem tudjuk azonban előre, hogy vajon az egész jégkocka megolvad-e. Első próbálkozásként tegyük fel, hogy teljesen megolvad (ami egy fázisátalakulást jelent) és hogy a megolvadt jégből keletkező víz ezután a keveréknek valamilyen közbülső T hőmérsékletére melegszik. Minden hőmérsékletváltozást pozitív mennyiségként írva:

(víz által leadott hőmennyiség) = (a 0 °C -ra felmelegedő jég által felvett hőmennyiség) + (0 °C -on a jég megolvasztásához szükséges hőmennyiség) + (a jégből lett víz hőmérsékletének 0 °C -ról a végső T -re emeléséhez szükséges hőmennyiség)

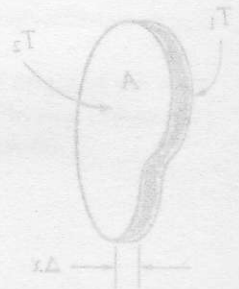
$$m_w c_w \Delta T_w = m_j c_j \Delta T_j + m_j L_0 + m_j c_v \Delta T_j$$

ahol ΔT_j = a jég hőmérsékletemelkedése, L_0 = a víz olvadáshője és ΔT_j = a megolvadt jég hőmérsékletnövekedése. (Megjegyezzük, hogy a víz és a jég fajhője különböző.)



19-10 ábra

A 19-7 példához. Hővezetés két különböző anyag közötti határfelületen keresztül.



19-9 ábra

Δx vastagságú, A keresztmetszetű felület közötti hővezetés. A szemközti oldalak hőmérséklete T1 és T2.

19-4 táblázat Hővezetési tényezői (0 °C-on és 10° Pa nyomáson)

Anyag	(W/m·°C)	(cal/cm·°C)
Ésüst	429	102
Vas	403	96,3
Alumínium	236	56,4
Víz	86,3	20,7
Alu	48	11
Jég	2,21	0,528
Beton	0,9	0,2
Üveg	0,8	0,2
Fa	0,09	0,02
Polisztirol hab	0,01	0,002

19-11 ábra

Radiációval történő hőátadás. A felületen a hőátadás a sugárzás útján történik. A felületen a hőátadás a sugárzás útján történik. A felületen a hőátadás a sugárzás útján történik.

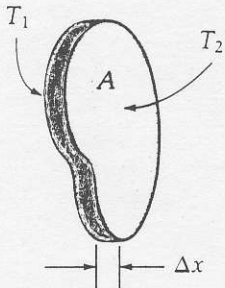
19-3 táblázat Átalakulási hő (≈10⁵ Pa nyomáson)

	Olvadáspont	
	K	°C
Hélium	3,5	-269,65
Hidrogén	14,01	-259,14
Nitrogén	63,29	-209,86
Oxigén	54,35	-218,8
Etilalkohol	158,7	-114,5
Higany	234,31	-38,84
Víz	273,15	0,00
Ólom	600,45	327,3
Ezüst	1235	961,93
Vörösréz	1356	1083

$$(300 \text{ g}) \left(4,186 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{C}^\circ} \right) (30^\circ \text{C} - T) = (50 \text{ g}) \left(2,04 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{C}^\circ} \right) [0^\circ \text{C} - (-5^\circ \text{C})] + (50 \text{ g}) \left(334 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{C}^\circ} \right) + (50 \text{ g}) \left(4,186 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{C}^\circ} \right) (T - 0^\circ \text{C})$$

A kijelölt műveleteket elvégezve: $T = 13,9^\circ \text{C}$

Ha feltevésünk, miszerint az egész jég megolvad, helytelen lenne, akkor a hőmérlegre felírt egyenletnek nem lenne pozitív T megoldása.



19-9 ábra

Δx vastagságú, A keresztmetszetű lemez. A szemközti oldalak hőmérséklete T_1 és T_2 .

19-4 táblázat Hővezetési tényező (0 °C-on és ≈10⁵ Pa nyomáson)

Anyag	(W/m·°C)	(cal/m·s·°C)
Szilárd anyagok		
Polisztirol hab	0,01	0,002
Fa *	0,09	0,02
Üveg *	0,8	0,2
Beton *	0,9	0,2
Jég	2,21	0,528
Acél *	48	11
Vas	86,5	20,7
Alumínium	236	56,4
Vörösréz	403	96,3
Ezüst	429	102
Folyadékok		
Víz	0,566	0,135
Gázok		
Széndioxid	0,0145	0,00346
Száraz levegő	0,0237	0,00566
Hélium	0,141	0,0337
Hidrogén	0,167	0,0398

* Az anyag összetételének megfelelően változó

19.6 Hővezetés

Ha egy tárgyat úgy hozunk fizikai érintkezésbe a tőle eltérő hőmérsékletű másikkal, hogy hő áramlik át az érintkezési felületen, a folyamatot vezetés által történő **hőterjedésnek** nevezzük. Egy anyag hővezetési képességét egy jellemző állandó (λ), az anyag **hővezetőképessége** (hővezetési tényezője) határozza meg. Ez a következő kísérleti elrendezéssel határozható meg. Képzeljünk egy Δx hosszúságú, A keresztmetszetű, homogén lemezt, amelynek két lapja közt ΔT hőmérsékletkülönbség van, ($\Delta T = T_2 - T_1$), ahogyan ezt a 19-9 ábra illusztrálja. (Feltételezzük, hogy nincs hővesztés.)

A ΔT idő alatt átáramlott ΔQ hőmennyiségre kísérletileg azt találták, hogy

$$\text{HŐVEZETÉS} \quad \frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (19-19)$$

ahol ΔQ az átáramlott hőmennyiség, Δt az időtartam. Mivel a hő mindig a magasabb hőmérsékletű helyről áramlik az alacsonyabb hőmérsékletűre, ΔQ pozitív, ha $\Delta T/\Delta x$ negatív – ezért van a negatív előjel a (19-19) egyenletben. A $\Delta T/\Delta x$ mennyiséget **hőmérsékleti gradiensnek** nevezzük. A gradiens olyan matematikai kifejezés, amely valamely mennyiség egységnyi hosszra jutó megváltozását adja meg. Bár a hővezetőképesség a hőmérséklet növelésével kismértékben nő, az eltérés sok esetben elhanyagolható. A 19-4. táblázat λ jellegzetes értékeit sorolja fel* néhány anyagra.

* Az építőiparban a hőszigetelés osztályozása az ún. hőszigetelési érték (R) szerint történik. R értékét a következő egyenlet definiálja:

$$\text{A HŐSZIGETELÉS R-ÉRTÉKE:} \quad \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{A \Delta T}{R}$$

ahol $\Delta Q/\Delta t$ az A felületű szigetelők egységnyi idő alatt átmenő hőmennyiség, ha a szigetelés szemközti felületei között ΔT a hőmérsékletkülönbség. A hőszigetelés R -értéke és a szigetelő anyag λ hővezetési tényezője között így $R = \Delta x/\lambda$ az összefüggés, ahol Δx a szigetelő anyag vastagsága. Ez a definíció azért kényelmes, mert két, vagy több egymással érintkező, különböző lemez teljes R -értéke az egyes R -értékek összege. (A definíció analóg az Ohm-törvény R ellenállásával, a hőáram mértéke megfelel az elektromos áramnak, a hőmérsékletkülönbség a potenciálkülönbségnek.) Így egy R -19-es szigetelőréteg és mellette egy R -6-os szigetelőréteg ekvivalens egy R -25-ös szigetelővel.

19-7 PÉLDA

Vörösréz bevonatú rozsdamentes acél edény esetében 1 mm vastag rézlemez 2 mm vastag acéllemezzel érintkezik, amint azt a 19-10 ábra mutatja. A vörösréz külső felülete állandóan 400 °C-os, az acél külső felülete 20 °C-os. a) Határozzuk meg az acél-vörösréz érintkezési felület hőmérsékletét (T). b) Hány joule hőt vezet át az edény alja másodpercenként, ha az edény aljának területe 160 cm²? A rozsdamentes acél hővezetési állandója $\lambda = 30 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$

MEGOLDÁS

- a) A vörösrézen átáramló hőnek ugyanannyinak kell lenni, mint az acélon átáramlónak (máskülönben a két fém közötti érintkezésnél állandóan növekvő termikus energiát találnánk.) Felhasználva a (19-19) egyenletet

$$\left(\frac{\Delta Q}{\Delta t}\right)_{\text{Cu}} = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta t}\right)_{\text{acél}}$$

$$-\lambda_{\text{Cu}} \left(\frac{\Delta T}{\Delta x}\right)_{\text{Cu}} = -\lambda_{\text{acél}} \left(\frac{\Delta T}{\Delta x}\right)_{\text{acél}}$$

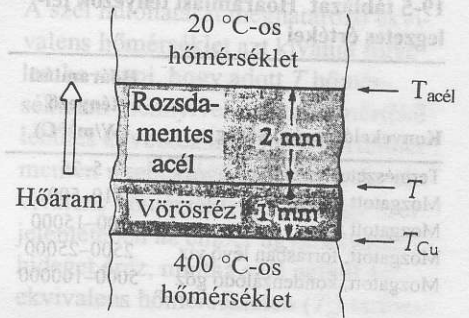
A T hőmérsékletű határfelület esetében

$$\lambda_{\text{Cu}} \left(\frac{T_{\text{Cu}} - T}{(\Delta x)_{\text{Cu}}}\right) = \lambda_{\text{acél}} \left(\frac{T_{\text{acél}} - T}{(\Delta x)_{\text{acél}}}\right)$$

Innen: $T = 386^\circ\text{C}$

- b) Hogy megkapjuk a hőáram sebességét, alkalmazzuk a határfelületi hőmérsékletet az acéllemezre:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x} = -\left(30 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}\right) (0,016 \text{ m}^2) \left(\frac{386^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}}{0,002 \text{ m}}\right) = 87,8 \text{ kW}$$

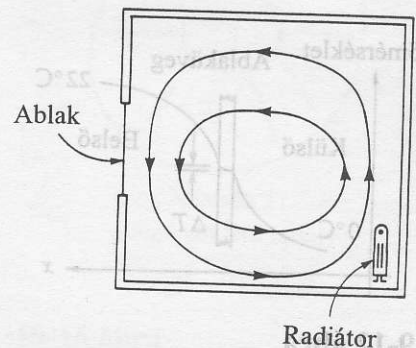


19-10 ábra

A 19-7 példához. Hővezetés két különböző anyag közötti határfelületen keresztül.

19.7 Hőterjedés áramlással

Amikor fűtött felület gázzal vagy folyadékkal érintkezik, a hőt a felülettől döntően a környező folyadék, vagy gáz tényleges mozgása szállítja el. A közeg a felület közelében felmelegszik és ennek következtében sűrűsége megváltozik (a hőtágulás miatt), ami *természetes konvekciós áramlást* eredményez, hiszen a könnyebb közeg felemelkedik, hogy helyet cseréljen a hidegebb, sűrűbbel (19-11 ábra). A Föld légkörében a természetes konvekció nagyon fontos szerepet játszik a nagyobb szélrendszerek kialakításában. Ha a közeg mozgását szivattyú, vagy ventilátor okozza, akkor *kényszeráramlásról* beszélünk. A konvekció sokkal hatásosabb módja a hőterjedésnek, mint a vezetés. A konvekció során maga a közeg is áramlik, míg a hővezetés a molekuláris rezgéseken és az elektronok viszonylag lassúbb diffúzióján keresztül valósul meg.



19-11 ábra

Radiátorral fűtött szobában a levegő konvekciós áramai segítik a hő terjedését a szoba más részeibe. A meleg levegő a radiátor fölött felemelkedik, míg a hideg az ablak közelében le-száll.

19-5 táblázat Hőáramlási tényezők jellegzetes értékei *

Konvekció típusa, közeg	Hőáramlási tényező (W/m ² °C)
Természetes levegő	5–25
Mozgatott levegő	10–500
Mozgatott víz	100–15000
Mozgatott, forrásban lévő víz	2500–25000
Mozgatott, kondenzálódó gőz	5000–100000

*J. P. Holman: Heat Transfer, 4th ed. McGraw-Hill, New York, 1976. (A McGraw-Hill Book Company engedélyével)

A konvekcióra nehéz kvantitatív elméletet kidolgozni, mert a közeg mozgása nagyon sok tényezőtől függ. Például függ a felület alakjától és orientációjától: függőleges felület sokkal lassabban ad le hőt, mint a vízszintes. Szerepet játszik a közeg sűrűsége, viszkozitása, hővezetőképessége, fajhője és hőtágulási együtthatója is. Az is jelentős, hogy a mozgás inkább turbulens, mint lamináris (ld. 17.6 fejezet). Gyakorlatilag mindezen változókat egyetlen **hőáramlási tényezőben** (α) szokás összefogni, a következő kifejezés segítségével:

$$\text{HŐTERJEDÉS ÁRAMLÁSSAL} \quad \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \alpha A \Delta T \quad (19-20)$$

ahol $\Delta Q/\Delta t$ az időegység alatt átvitt hőmennyiség, A a felület nagysága, ΔT a felület és a közegnek a felülettől távol lévő része közti hőmérsékletkülönbség. A mérnökök bizonyos egyszerű geometriai formákat és leegyszerűsített közelítésekkel kísérletileg meghatározott α értékeket használnak (ld. 19-5 táblázat). A legtöbb esetben α -t $(\Delta T)^{-1/4}$ -del arányosnak találták.

19-8 PÉLDA

Elemezzük egy ablak 2 mm vastag, 1,5 m² területű üvegén keresztül történő hőterjedést, ha egy szélcsendes napon a belső hőmérséklet 22 °C, a külső 0 °C.

MEGOLDÁS

Ha elhanyagoljuk a konvekciós hatásokat és feltételezzük, hogy a hőmérsékletkülönbség teljes egészében az üveglapon keresztül alakul ki, akkor az üvegen át történő hővezetésre tévesen nagy értéket kapunk. A (19-19) egyenletből

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x} = \left(0,8 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{C}^\circ}\right) (1,5 \text{ m}^2) \left(\frac{22 \text{ C}^\circ}{0,002 \text{ m}}\right) = 13 \text{ 200 W} \quad \text{nagyon nagy!}$$

A hőmérsékletesést az üvegen keresztül tulajdonképpen a levegő alacsony hővezetőképessége csökkenti. (Ha egy hideg napon megérintjük a belső ablakfelületet, az lényegesen hidegebb, mint a szobahőmérséklet és a külső felület sokkal melegebb, mint a kinti levegő.) A 19-12 ábra tipikus hőmérsékleteloszlást mutat, ahol az üvegre eső hőmérsékletkülönbséget – kísérletileg – 0,2 °C körülinek találták. Ezt az értéket felhasználva azt kapjuk, hogy

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x} = \left(0,8 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{C}^\circ}\right) (1,5 \text{ m}^2) \left(\frac{0,2}{0,002}\right) = 120 \text{ W}$$

Ennek a hőterjedésnek egyenlőnek kell lennie az ablak egyik oldalán konvekció útján adódó hőárammal. Ha feltételezzük, hogy a külső üvegfelület 11 °C középhőmérsékleten van, az α hőáramlási tényező

$$\alpha = \frac{\Delta Q/\Delta t}{A \Delta T} = \frac{100 \text{ W}}{(1,5 \text{ m}^2)(11 \text{ C}^\circ)} = 6,06 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{C}^\circ}$$

Ez az érték a 19-5 táblázatban bemutatott tipikus értékeknek megfelel.



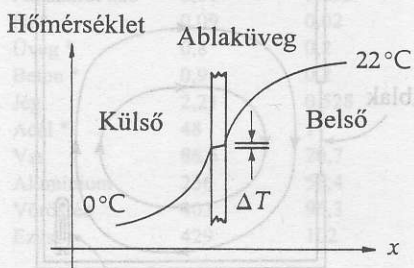
19-9 ábra

Δx vastagságú, A keresztmetszetű lemez. A szemközti oldaliak hőmérséklete T_1 és T_2 .

19-4 táblázat Hővezetési tényező (0 °C-on és $\approx 10^5$ Pa nyomáson)

Anyag (W/m °C) (cal/m s °C)

Száraz anyagok



19-12 ábra

Tipikus hőmérséklet egy hideg, szélcsendes napon egy ablak körül. A levegő alacsony hővezetőképessége miatt az üvegen mért hőmérsékletkülönbség (ΔT) csak néhány tized fok, míg az üveg átlaghőmérséklete a külső és belső hőmérséklet középértéke.



Amikor fúj a szél, akkor a meleg tárgyak felszínének közelében a levegőrétegek sokkal gyorsabban elmozdulnak, mint ahogyan kizárólag a konvekció következtében tennék. Ez csökkenti az üveg külső felületének hőmérsékletét, jelentősen megnövelve a hőleadást. Az időjárásjelentésekben említésre kerülő kifejezés, mely szerint a szél hűtőhatása csökkenti a hőérzetet, azt jelenti, hogy a szél miatt hidegebbnek érezzük a levegőt. A szél hűtőhatását azzal a hőmérséklettel mérjük, amely ahhoz lenne szükséges, hogy az adott hőleadás szélcsendes levegőben jöjjön létre. Így egy hideg, szeles napon, 0 °C-os levegőhőmérsékletnél a szél hűtőhatása következtében a hőmérsékletérzet -35 °C, mert a hőleadás a szélcsendes levegőben -35 °C-on bekövetkező lehűléssel ekvivalens. Ezen a hőmérsékleten a szabad bőrfelület egy percen belül megfagyhat, de -60 °C-os hőérzetnél a fagyás már néhány másodperc alatt bekövetkezik.

19.8 Hőterjedés sugárzással

A hő vákuumban *sugárzás* útján terjed, amint azt a Nap sugárzó energiája mutatja, amikor az üres világűrön áthaladva éri el a Földet. A *sugárzás* fogalma itt „elektromágneses hullámot” jelent, ami a vákuumban fénysebességgel ($c = 3 \times 10^8$ m/s) terjed (ld. 35. fejezet). Minden felület folyamatosan emittál sugárzó energiát a felület természetétől és a kelvinben mért abszolút T hőmérséklettől függő mértékben.

Az abszolút hőmérsékleti skála és a Celsius-fokban mért T_c hőmérséklet között a következő összefüggés áll fenn:

$$T \text{ (kelvinben)} = T_c \text{ (°C-ban)} + 273$$

A 19-14 ábra az ún. „fekete test”-re közöl néhány jellegzetes adatot (a fekete test leírására később visszatérünk). 600 K alatt lényegében minden sugárzás az *infravörös* tartományba esik, melynek hullámhossza a látható fényénél hosszabb. Ahogy a test melegszik, fakó vörösben kezd izzani, mivel a látható hullámhosszak tartományában az emisszió a vörös területen erősebb. 6000 K hőmérsékleten – a Nap felszíni hőmérséklete körüli értéknél – a fekete test a legerősebben a látható hullámhosszak középső tartományában sugároz és a szín sárgásfehérnek tűnik. A hőmérséklet további növekedésével a sugárzási

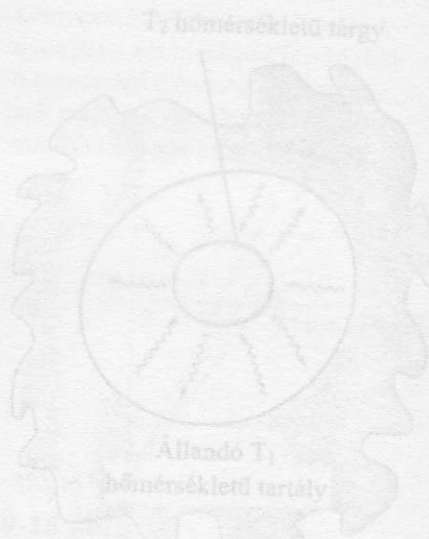
19-13 ábra

A szél hűtőhatását meghatározó ekvivalens hőmérséklet azt kívánja figyelembe venni, hogy adott T hőmérsékleten mennyivel nagyobb mértékű lehűlés következik be, ha a bőrfelület mentén v sebességű szél süvít. Az ekvivalens hőmérséklet jelzi, hogy szél jelenlétében az ember ugyanolyan hideget érez, mintha szél nélkül az ekvivalens hőmérsékleten (T_c) tartózkodna. Egy érdekes történeti háttérrel bíró tapasztalati képlet az ezt leíró

$$T_c = 33 - \left[10,45 + 10\sqrt{v} - v \right] \times (33 - T) / 22$$

formula, ahol T_c és T mértékegysége °C, a sebesség egysége m/s. Hogy ez a becslés milyen pontosan tükrözi a tényleges fiziológiai hatást, az vitatott kérdés. Mindazonáltal a szél hűtő hatásának megfelelő ekvivalens hőmérsékletet az időjárásjelentésben is gyakran megemlítik.

Lásd: „Brrrr! The origin of the wind chill factor” The Physics Teacher 27, 1 (Jan. 1989.). p 59–60.



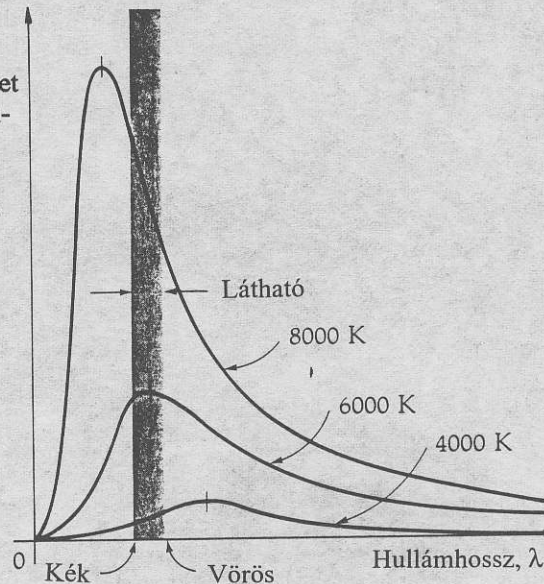
19-15 ábra

Egy T_1 hőmérsékletű test T_2 -nél magasabb mértékben sugároz energiát, és a környezetéből T_2 -nél magasabb mértékű energiát nyel el. Végül a test T_2 -re hűl le és a környezetével termikus egyensúlyba kerül.

19-14 ábra

Fekete test egységnyi területe által λ és $\lambda + d\lambda$ közötti hullámhossz-tartományban kisugárzott teljesítmény a hullámhossz függvényében három különböző hőmérsékleten. Az elektromágneses színek látható része csak kis hullámhossztartományt fog át. Az összes hullámhosszra vonatkozó teljes teljesítmény – adott hőmérsékleten – a görbe alatti terület. Megjegyezzük, hogy a hőmérséklet növelésével a terület T^4 szerint nő és hogy a görbe csúcsa – amit kis függőleges vonalakkal jelöltünk – a rövidebb hullámhosszak felé tolódik el.

Egységnyi felület által emittált teljesítmény (λ és $\lambda+d\lambda$ hullámhosszak között)



görbe maximuma még inkább a rövidebb hullámhosszak felé tolódik, és a szín kékesfehérré válik.

Egy T hőmérsékletű A felületről a teljes hullámhossz-tartományban egységnyi idő alatt kisugárzott összes energiát a *Stefan-Boltzmann törvény* írja le:

STEFAN-BOLTZMANN SUGÁRZÁSI TÖRVÉNY⁹
$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = e\sigma AT^4 \quad ([T]=K) \quad (19-21)$$
 (a teljes hullámhossztartományban)

A teljes hullámhossz-tartományban egységnyi idő alatt kibocsátott energia ($\Delta Q/\Delta t$) W-ban egy adott hőmérsékletre vonatkozóan, a 19-14 ábrán látható spektrális sugárzási görbe alatti terület. Az *emisszióképesség* (e) zérus és egy

Tartsd hidegen!*

Ha az emberi testnek nem lenne megfelelő hűtési mechanizmusa, hamar „túlformánk”. Az izmok hatásfoka a munkavégzés során nagyon gyenge, kevesebb, mint 20%. Így az élelmiszerekből származó energiának közel 80%-a a test belsejében termikus energiává alakul. Egy nyugalomban lévő felnőtt emberben a napi termikus energia-termelés kb. 7500 kJ, ami megfelel 90 W-nak. Ha ez a belső energia nem disszipálódna, akkor óránként kb. 3 °C-os hőmérséklet-emelkedést okozna, ami néhány órán belüli halált eredményezne.

Érdekes módon, az emberi szöveten keresztül történő hővezetés nagyon kismértékű, a hővezetési tényező megközelítőleg a jó hőszigetelő parafáéval azonos. Így a test belsejében fejlődő hő legnagyobb része csapdába lenne zárva, ha nem működne egy másik hőszállító mechanizmus, a vér cirkulációja. A vér könnyen elnyeli a hőt és gyorsan a bőrfelszínhez közeli hajszálerekbe szállítja. Ott csak egy vékony szövetrétegen kell átvezetni a termikus energiát ahhoz, hogy a bőrfelszín elérje.

⁹ Az összefüggést először 1879-ben J. Stefan osztrák fizikus írta fel, aki John Tyndall brit fizikus kísérleti adatait elemezte. Öt évvel később Ludwig Boltzmann adta meg a kifejezés elméleti levezetését.

* (Forrás: Paul Davidovits: *Physics in Biology and Medicine*, Prentice-Hall, 1975. pp. 142–144)

Ezzel egyidőben a megnövekedett vérhőmérsékletet a test termosztátja, a – mélyen az agy belsejében elhelyezkedő – *hypotalamus* méri. Ez információt küld, ami különböző hőnyelési mechanizmusokat hoz működésbe, többek között a verejtékmirigyeket. Az izzadság kb. 2300 kJ/kg hőt nyel el, miközben elpárolog, azaz folyadékból gőz állapotba megy át. Ez olyan hatékony hűtési mechanizmus, hogy – kísérleti körülmények között – emberek sérülés nélkül túléltek olyan hosszú ideig tartó hőhatást 125 °C-os levegőben, ami egyébként a bélszín elkészítéséhez is elegendő.

Másfelől, hideg időben, az alacsony bőrhőmérséklet a hajszálerek összehúzódását eredményezi, s ezzel korlátozza a vér cirkulációját a bőrfelszín közelében. Ez a hatás megnöveli a vér cirkulációja nélküli szövet vastagságát, ezáltal jobb hőszigetelést biztosít, ami megvédi a belső testrészeket a túlzott hővesztéstől.

között változik és az egyes sugárzó felületek emittáló (sugárzást kibocsátó) tulajdonságáról ad számot. (Ez általában kicsi a világos színű síma felületekre és nagy a sötét, durva felületekre.). Az A terület négyzetméterben adott és T az abszolút hőmérséklet kelvinben (ld. a 19-25 egyenletet). A σ *Stefan-Boltzmann állandó*:

STEFAN-BOLTZMANN

ÁLLANDÓ

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$$

19-9 PÉLDA

Határozzuk meg a teljes kisugárzott teljesítményt, amit egy vékony, 20 cm \times 40 cm területű vörösréz lemez felülete bocsát ki 600 °C-on. A vörösréz emisszióképesége 0,6.

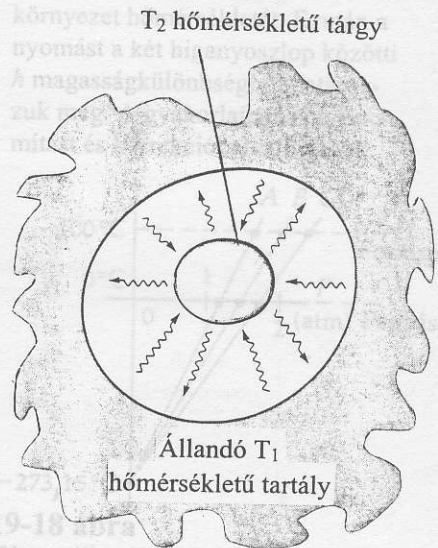
MEGOLDÁS

A teljes terület (mindkét oldalé): $2 \cdot 0,2 \text{ m} \cdot 0,4 \text{ m} = 0,160 \text{ m}^2$.

A kelvinben mért hőmérséklet: $K = 600 \text{ °C} + 273 = 873 \text{ K}$. A 19-20 egyenlet szerint:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = (0,60) \left(5,67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4} \right) (0,160 \text{ m}^2) (873 \text{ K})^4 = 3160 \text{ W}$$

Amidőn egy test a ráeső elektromágneses hullámokat elnyeli, akkor az felveszi a hullámok energiáját, s a test hőmérséklete növekszik. Az *eredő* energiaátvitel azonban a tárgyat körülvevő környezettől is függ, mivel a tárgy nemcsak sugároz, hanem el is nyel energiát a környezetéből. Tekintsünk egy T_2 hőmérsékletű tárgyat, amely állandó, (alacsonyabb) T_1 hőmérsékleten tartott tartályban van (19-15 ábra). A test több energiát sugároz, mint amennyit elnyel, amíg le nem hűl a környezetével azonos hőmérsékletre. Ekkor a test termikus egyensúlyban van, azaz a környezetébe időegység alatt kisugárzott energia azonos az időegység alatt elnyelt energiával. Vagyis időegység alatt $e\sigma AT^2$ nagyságú energiát sugároz és $e\sigma AT^1$ nagyságú energiát nyel el. Így ugyanazt az e értéket használjuk mind az emisszióra, mint az abszorpcióra. *Egy jó abszorbeáló anyag egyben jó sugárzó is.* Megfordítva, egy ragyogó felület, ami rosszul nyeli el a sugárzást, egyszersmind rosszul emittál. Ha egy test *tökéletes elnyelő* ($e = 1$), akkor *fekete testnek* nevezzük, mert felülete szobahőmérsékleten egyöntetű feketének tűnik. Ez a test nem veri vissza a ráeső sugárzást és saját sugárzása nagyrészt a távoli



19-15 ábra

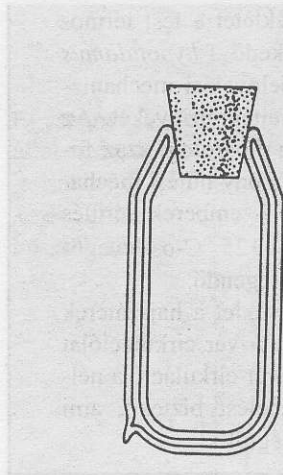
Egy T_2 hőmérsékletű test T_2^4 -nel arányos mértékben sugároz energiát, és a környezetéből T_1^4 -nel arányos mértékű energiát nyel el. Végül a test T_1 -re hűl le és a környezetével termikus egyensúlyba kerül.

19-14 ábra

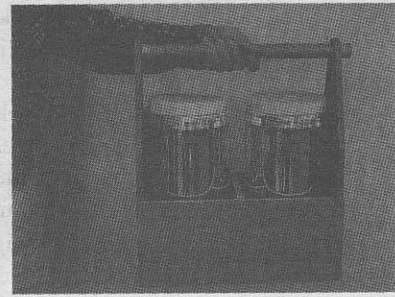
Fekete test egyenletesen terjedő, és a λ sávban hullámhossz-tartományban kisugárzott teljesítmény a hullámhossz függvényében három különböző hőmérsékleten. Az elektromágneses szinkép látható része csak kis hullámhossz tartományt fog át. Az összes hullámhosszra vonatkozó teljes teljesítmény – adott hőmérsékleten – a görbe alatti terület. Megjegyezzük, hogy a hőmérséklet növelésével a terület T^4 szerint nő és hogy a görbe csúcsa – amit az függőleges vonalakkal jelöltünk – a rövidebb hullámhosszak felé tolódik el.

19-16 ábra

Tároló edények nagyon hideg folyadékok számára.



a) Vákuumos termoszalack kettős üvegfalal, közte légritkított térrel. A vákuum gyakorlatilag kiküszöböli a hővezetést és a hőáramlást. A vákuumban egymással szemközti belső falak ezüstözöttek; mivel ezek a tükröző felületek erősen visszaverők, gyenge hőszugárzók, így csökkentik a hőátvitelt a résen keresztül.



b) Hasonló konstrukciót használnak a Dewar-palackokhoz, amelyeket alacsony hőmérsékletű méréseknél nagyon hideg folyadékok tárolására, mint például a folyékony N_2 , He stb. alkalmaznak. A tetejét szándékosan nyitva hagyják, vagy a dugót csak nagyon lazán illesztik, hogy megelőzzék a folyadék enyhe forrásából kialakuló túlnyomás fellépését. A forrás azért következik be, mert az üveg maga kis mértékben vezeti a hőt. Azok a Dewar-palackok, amelyek véletlenül szorosan le voltak fedve, egy idő múlva felrobbantak.

infravörösbe esik. (Mindazonáltal egy fekete test elegendően magas hőmérsékleten fehéren izzana!)

A felületek emisszióképessége az elektromágneses hullámok hullámhosszával változik. A látható tartományban egy sötét bőrű ember bőrének emisszióképessége 0,8, míg egy világos bőrű ember esetében $e \approx 0,65$. A testhőmérsékleten és az ember normális környezetének hőmérsékletén a kisugárzott energia nagyrésze az infravörös tartományba esik, ahol az emisszióképesség lényegében minden bőrszínre $e = 1$.

19-10 PÉLDA

Egy meztelen $1,7 \text{ m}^2$ bőrfelületű ember szaunában ül, aminek a fala $61 \text{ }^\circ\text{C}$ -os. Mekkora eredő sugárzó energiát abszorbeál az ember időegység alatt, ha testének hőmérséklete $37 \text{ }^\circ\text{C}$? Tegyük fel, hogy $e = 1$ a falakra és a bőrfelületre egyaránt.

MEGOLDÁS

A hőmérsékletek kelvinben: $T_1 = 310 \text{ K}$, $T_2 = 334 \text{ K}$. Így az eredő hőátvitel:

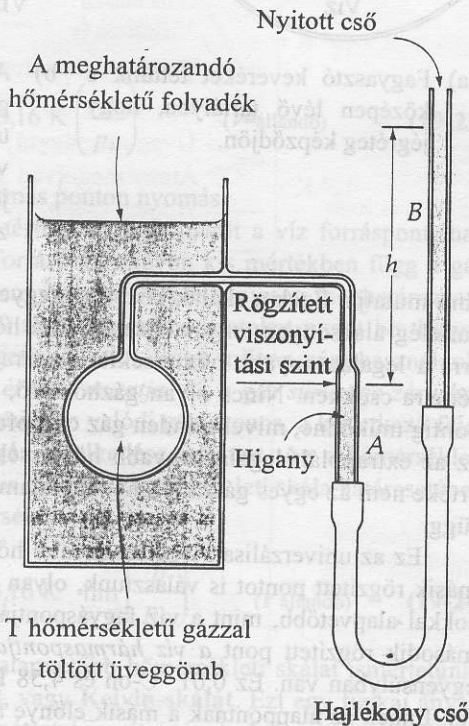
$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = e\sigma A(T_2^4 - T_1^4)$$

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = (1) \left(5,67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4} \right) (1,7 \text{ m}^2) [(334 \text{ K})^4 - (310 \text{ K})^4] = 107 \text{ W}$$

Figyelmeztetés: Vigyázzunk, hogy elkerüljük azt az általános hibát, hogy $(\Delta T)^4$ -t használunk $T_2^4 - T_1^4$ helyett. Adott felületről időegység alatt kibocsátott energia csak a felület hőmérsékletétől függ, és független a szomszédos abszorbeáló anyag hőmérsékletétől. Itt a felület által emittált energia és abszorbeált energia közötti különbséget keressük, így a környezet, (vagy egy közeli energiasugárzó) hőmérsékletét kell figyelembe venni.

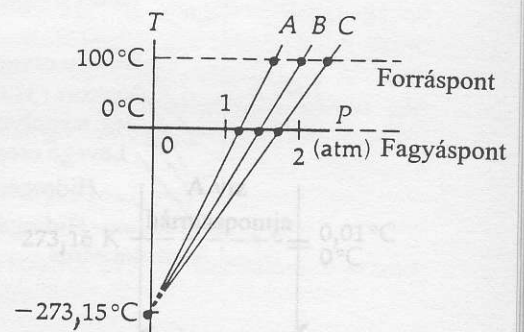
19.9 Az állandó térfogatú gázhőmérő

Amikor a különböző anyagokat és fizikai tulajdonságaikat vizsgáljuk abból a célból, hogy jó hőmérőt tervezzünk, akkor egy bizonyos tulajdonság – érzékenység és reprodukálhatóság szempontjából – kiemelkedik minden más közül. Bár az ennek alapján kialakított hőmérő használata nehézkes, sokkal pontosabb, mint a jól ismert higanyos hőmérő. Ez a 19-17 ábrán látható *állandó térfogatú gázhőmérő*, amelynél a *gáz nyomása* az a termometrikus tulajdonság, ami a hőmérséklet meghatározására alkalmazható.



19-17 ábra

Állandó térfogatú gázhőmérő. A gázzal töltött üveggömb a meghatározandó hőmérsékletű folyadékba merül. A B cső emelésekor vagy süllyesztésekor az A csőben lévő higanyoszlop magassága a viszonyítási szinten marad. Így az üveggömbben lévő gáz megtartja állandó térfogatát, miközben felveszi a környezet hőmérsékletét. Ezután a nyomást a két higanyoszlop közötti *h* magasságkülönbségből határozzuk meg. A gyakorlatban sok finomítást és korrekciót alkalmaznak.



19-18 ábra

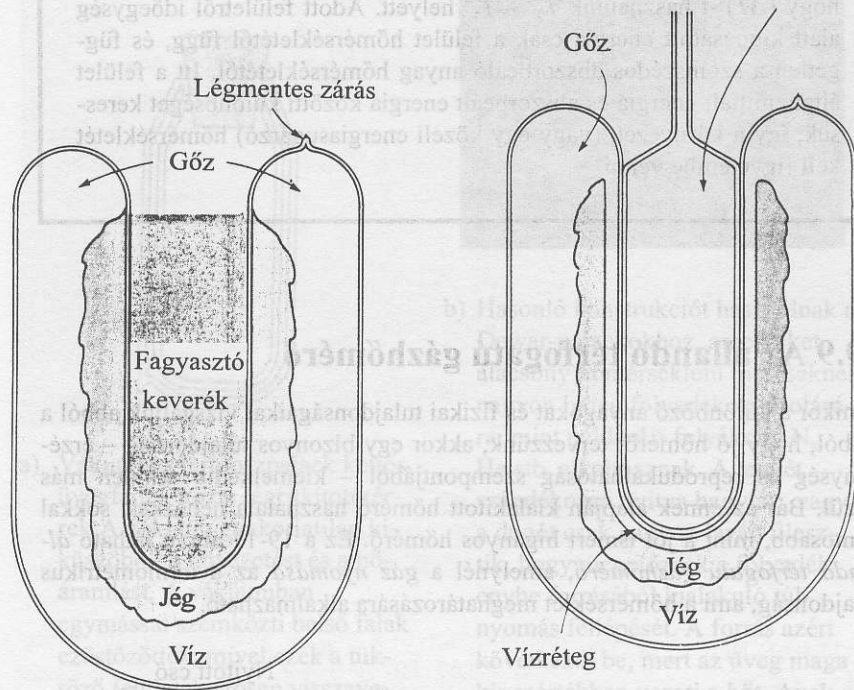
Három állandó térfogatú gázhőmérő skála (A, B és C). A hőmérőkben azonos minőségű, de különböző mennyiségű gáz van. Bár az eltérő gázmenyiségek esetén az egyenesek meredeksége különböző, minden egyenes ugyanarra a legalacsonyabb hőmérsékletre, $-273,15\text{ °C}$ -ra extrapolálható, ahol a nyomás zérus lenne.

Ezt az új hőmérsékleti skálát a *mérendő* hőmérsékletű környezetben lévő, állandó térfogatú gáz *T* hőmérséklete és *p* nyomása közti lineáris kapcsolat meghatározásával alakíthatjuk ki. Így $T \equiv a \cdot p$, ahol *a* az arányossági tényező. Ebből következik, hogy két hőmérséklet aránya megegyezik a hozzá tartozó két nyomás arányával:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{p_1}{p_2} \tag{19-22}$$

Tegyük fel, hogy különféle valódi gázokkal kísérletezünk, különböző nyomásokon. Mindegyikre kialakítunk egy hőmérsékleti skálát a víz fagyáspontjának és forráspontjának felhasználásával, ahogyan azt a 19-18

Gázhőmérő üveggömbje



- a) Fagyasztó keveréket tettünk a középen lévő tartályba, hogy jég réteg képződjön.
- b) A gázhőmérő üveggömbjét a fagyasztó keverék helyére tesszük a tartályban. Ennek hatására egy vékony jég réteg megolvad, így a jég, a víz és a gőzfázis együtt létezik és egyensúlyban marad.

ábra mutatja. Ezek a skálák közel megegyezőek, feltéve, hogy a nyomásokat elég alacsonyan tartjuk. Ezenkívül a hőmérsékleti skálák mind ugyanarra a legalacsonyabb hőmérsékletre extrapolálhatók, amelynél a nyomás zérusra csökken. Nincs olyan gázhőmérő, ami ténylegesen eddig a zéruspontig működne, mivel minden gáz cseppfolyósodik, mielőtt ezt elérné. De ez az extrapolált legalacsonyabb hőmérséklet minden gázra azonos, tehát értéke nem az egyes gázoktól, hanem valamennyi gáz közös tulajdonságától függ.

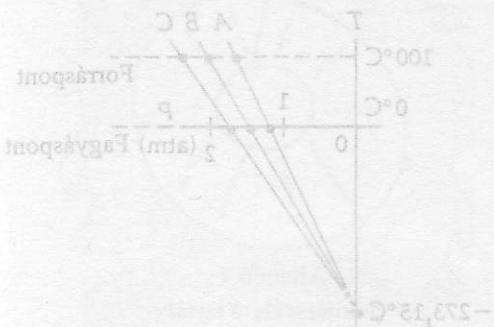
Ez az univerzálisan legalacsonyabb hőmérséklet a $-273,15^\circ\text{C}$. Ha egy másik rögzített pontot is választunk, olyan hőmérsékleti skálát kapunk, ami sokkal alapvetőbb, mint a víz fagyáspontján és forráspontján alapuló. Ez a második rögzített pont a víz *hárompontja*, ahol a víz, a vízgőz és a jég egyensúlyban van. Ez $0,01^\circ\text{C}$ -on és $4,58\text{ Hgmm}$ ($610,1\text{ Pa}$) nyomásnál lép fel. Ennek az alappontnak a másik előnye az, hogy sokkal könnyebben reprodukálható, mint a víz fagyás- és forráspontja.

Ha erre az alaponra építve akarunk szabványosított hőmérséklet-skálát készíteni, akkor a 19-19 ábrán látható *hárompont-cellát* használjuk. Az új hőmérsékletközök megegyeznek a Celsius-skáláéval, zérus pontként pedig a legkisebb extrapolált pontot használjuk, ekkor a háromponti hőmérséklet $273,16\text{ K}$. A hőmérséklet SI-egysége a *kelvin* (K), amit a víz háromponti hőmérsékletének $1/273,16$ -od részeként határoznak meg¹⁰. A további hőmérsékleteket a

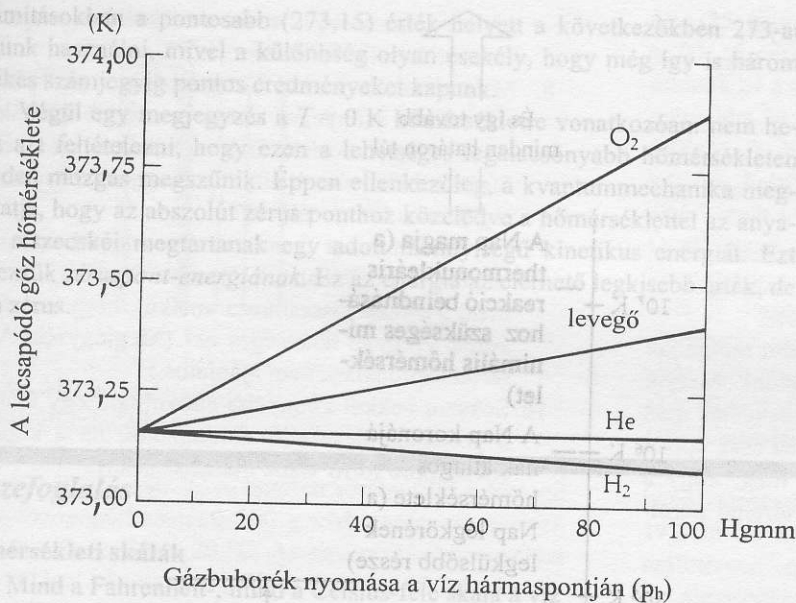
¹⁰ A K mellett a $^\circ\text{C}$ -tól és a $^\circ\text{F}$ -tól eltérően nem használjuk a fok jelölést. A hőmérséklet kelvinben csak K. Így 50 K „50 kelvin”-nek és nem „50 kelvin fok”-nak olvasandó.

19-19 ábra

A hármaspont-cella egy zárt kamra, ami egyensúlyban tartalmaz vizet, víz-gőzt és jeget, a hármasponti hőmérsékleten.



19-18 ábra
Három állandó lérfogatú gázhőmérő skála (A, B és C). A hőmérőkben azonos mértékű, de különböző mennyiségű gáz van. Bár az eltérő gázmennyiségek esetén az egyensúlyi mértékek különbözőek, minden egyes ugyanarra a legalacsonyabb hőmérsékletre $-273,15^\circ\text{C}$ -ra extrapolálható, ahol a nyomás zérusra



19-20 ábra

Állandó térfogatú gázhőmérőben négy különböző gáz felhasználásával kapott kísérleti adatok a lecsapódó vízgőz hőmérsékletének meghatározására. A görbéket egymás utáni leolvasások eredményeként kapjuk, ahogy a gáz nyomása a hármaspontban egyre kisebb és kisebb lesz a gáz mennyiségének csökkentésével. Adott p_h értékek mellett leolvasott hőmérsékletek csekély mértékben különböznek a különböző gázok esetében. (Az eltérések nagyon kicsik, – az ordináta skálája erősen fel van nagyítva.) Ahogyan a nyomás zérushoz közeledik, a határesetben leolvasott hőmérséklet minden gázra ugyanahhoz a numerikus értékhez, 73,15 K -hez tart. Mivel az adatok hélium esetében majdnem állandók, a hélium kis nyomáson közel ideális gázként viselkedik.

$$T = 273,16 \text{ K} \left(\frac{p}{p_h} \right) \quad (V=\text{állandó}) \quad (19-23)$$

egyenletből kapjuk, ahol p_h a hármaspont nyomás.

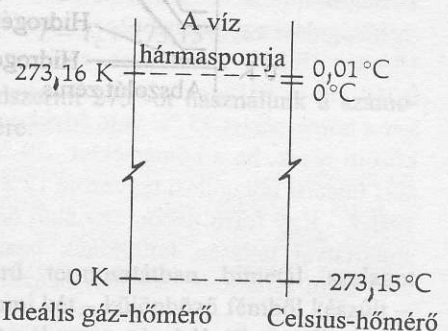
Használjuk ezt az állandó térfogatú gázhőmérőt a víz forráspontjának mérésére. Azt találjuk, hogy a forráspont nagyon kis mértékben függ a gáz típusától és a felhasznált gáz mennyiségétől. (A mennyiség meghatározza a hármaspont nyomását.). A 19-20 ábra jellegzetes adatokat mutat be. Figyelemre méltó azonban, hogy függetlenül attól, hogy milyen gázt használunk, minden gázhőmérő ugyanazt az értéket mutatja, ha a gáz sűrűsége zérushoz tart. Kis nyomás értékeknél így minden valódi gáz azonos, a következő fejezetben tárgyalandó ún. **ideális gáz** viselkedése felé tart. Az a hőmérsékleti skála, amit ezzel az eljárással a kis nyomású hőmérsékleti skála határesetében definiálunk, az ideális gáz hőmérsékleti skálája:

$$\text{IDEÁLIS GÁZ HŐMÉRSÉKLET} \quad T = 273,16 \text{ K} \lim_{p_h \rightarrow 0} \left(\frac{p}{p_h} \right) \quad (V \text{ állandó}) \quad (19-24)$$

A 22. fejezetben egy még alapvetőbb hőmérsékleti skálát ismertetünk: az **abszolút hőmérsékleti skálát**, vagy **Kelvin-skálát**. Ezt egy fizikai anyag tulajdonságai helyett az energiaátvitel segítségével definiáljuk. A gázok cseppfolyósítási hőmérséklete feletti hőmérséklet értékeknél az abszolút skála és az ideális gáz-skála megegyezik. Az abszolút skála szoros kapcsolatban van a termodinamika később tárgyalásra kerülő törvényeivel. Amint látni fogjuk, minden termodinamikai egyenlet levezetéséhez az abszolút hőmérsékleti skálát használjuk. A hátralévő fejezetekben, a termodinamikai egyenletekben a T hőmérséklet mindig a kelvinben (K) mért abszolút hőmérsékletet jelenti.

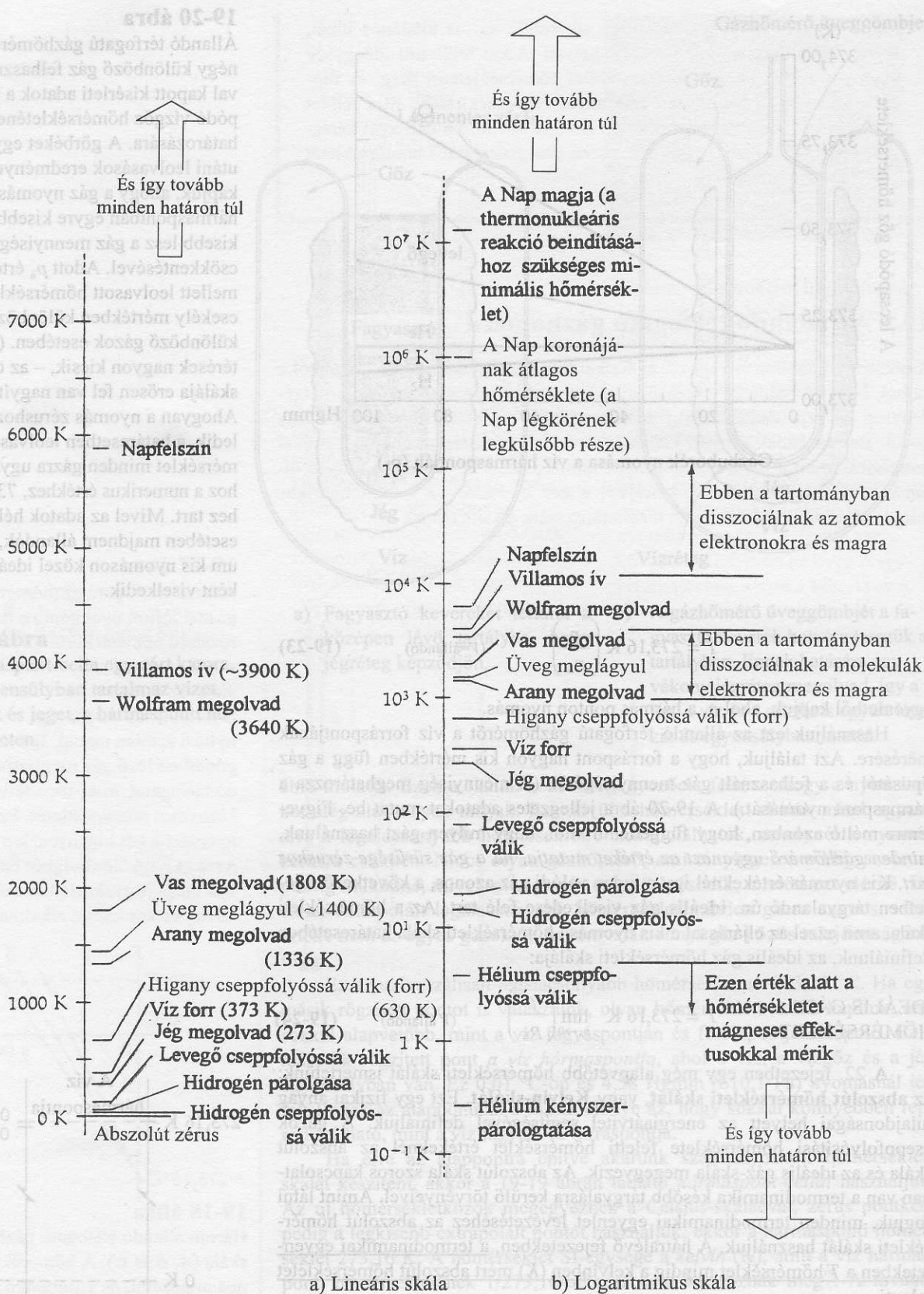
A CELSIUS- ÉS KELVIN-FÉLE HŐMÉRSÉKLETI SKÁLÁK KÖZÖTTI KAPCSOLAT

$$T = T_c + 273,15^\circ \quad (19-25)$$



19-21 ábra

A Celsius-skála és az ideális gáz-skála közötti kapcsolat.



19-22 ábra

Néhány jellegzetes pont a Kelvin-féle hőmérsékleti skálán. A logaritmikuskála a rendkívül nagy és kicsi értékekre vonatkozó adatok ábrázolásánál hasznos. Megjegyezzük, hogy a

lineáris skálával ellentétben, – ami a lehetséges legkisebb hőmérsékletről, zérusról indul – a logaritmikuskála, ahogyan egyre jobban megközelíti

a zérust, minden határon túl folytatódik negatív irányban. A legalacsonyabb hőmérséklet, amit eddig kísérletileg elértek (1988-ban) $2 \cdot 10^{-8}$ K körül van.

Számításokban a pontosabb (273,15) érték helyett a következőkben 273-at fogunk használni, mivel a különbség olyan csekély, hogy még így is három értékes számjegyre pontos eredményeket kapunk.

Végül egy megjegyzés a $T = 0$ K hőmérsékletre vonatkozóan: nem helyes azt feltételezni, hogy ezen a lehetséges legalacsonyabb hőmérsékleten minden mozgás megszűnik. Éppen ellenkezőleg, a kvantummechanika megmutatja, hogy az abszolút zérus ponthoz közeledve a hőmérséklettel az anyagok részecskéi megtartanak egy adott mennyiségű kinetikus energiát. Ezt nevezzük *zéruspont-energiának*. Ez az energia az elérhető legkisebb érték, de nem zérus.

Összefoglalás

Hőmérsékleti skálák

Mind a Fahrenheit-, mind a Celsius-féle skála a víz normál légköri nyomáson mért fagyás- és forráspontján alapul:

	Fahrenheit	Celsius
Forrás:	212 °F	100 °C
Fagyás:	32 °F	0 °C

Következésképpen 1°C-egység = (9/5)°F-egység.

$$T_F = \frac{9}{5}T_C + 32^\circ \quad \text{és} \quad 5(T_F + 40^\circ) = 9(T_C + 40^\circ)$$

$$T_C = \frac{5}{9}(T_F - 32^\circ)$$

Hőtágulás

Lineáris hőtágulás: $L = L_0(1 + \alpha\Delta T)$

ahol α a lineáris hőtágulási együttható.

Felületegységre eső hőtágulás: $A = A_0(1 + 2\alpha\Delta T)$

Térfogategységre eső hőtágulás: $V = V_0(1 + 3\alpha\Delta T)$

Ezt a kifejezést sokszor $3\alpha = \beta$ helyettesítéssel írjuk fel, ahol β a térfogati hőtágulási tényező.

A hő mechanikai egyenértéke: 1 cal \equiv 4,186 J (a kalória definíciója):

Fajhő c : $\Delta Q = mc\Delta T$
 Átalakulási (latens) hő L : $Q = mL$

Kérdések

- Említsünk néhány hibát, ami fellép az egyszerű, egyenletes keresztmetszetű kapillárisal bíró higanyos hőmérőnél amelynek a skálája lineáris.
- Amikor egy higanyos hőmérő üveggömbjét (higanytartályát) forrásban lévő vízbe merítjük, először kicsit csökken a hőmérséklet és csak aztán kezd emelkedni. Magyarazzuk meg!

Hővezetés: $\left(\frac{\Delta Q}{\Delta t}\right) = -\lambda A \left(\frac{\Delta T}{\Delta x}\right)$

ahol λ az anyag hővezetési tényezője és Δt az időtartam.

Hőáramlás: $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \alpha A \Delta T$

ahol α a hőáramlási tényező (értékei kísérletek alapján közelítőleg meghatározva).

Hősugárzás: $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = e\sigma AT^4$

ahol e az emisszióképesség (értéke 0 és 1 között); σ a Stefan-Boltzmann állandó, $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$, T a kelvinben mért hőmérséklet.

Meghatározható egy, az állandó térfogatú gázok viselkedésére alapozott ideális gáz hőmérsékleti skála, amelynek, mint etalonnak, számos előnye van. A Celsius-hőmérséklet (T_C) és a kelvinben mért ideális gáz hőmérséklete (T) közötti kapcsolat

$$T = T_C + 273,15^\circ$$

Feladatokban rendszerint 273°-ot használunk a számolás megkönnyítésére.

- Egy egyszerű termosztátban bimetál szalagot használnak, ami két – különböző fémről készült –, összeerősített vékony szalagból áll. (A fémeknek különböző hőtágulási együtthatójuk van.) Miért használható ez hőmérsékletérzékelőként?
- Felmelegített sárgaréz gyűrűt rácsúsztatnak egy hideg alumínium hengerre, amivel szorosan illeszkedik.

kedik. Szét lehet-e szedni a két tárgyat, miután azonos lett a hőmérsékletük, anélkül, hogy szét kellene vágni?

5. Tegyük fel, hogy készítettünk egy fordított hőmérsékleti skálát, ahol a magasabb hőmérsékletekhez kisebb számértékek tartoznak. Ismertessük egy ilyen skála előnyeit és hátrányait!
6. Mind a hullámterjedés, mind a hővezetés során energiaátvitel történik. Melyek a hasonlóságok és a különbségek ezen két folyamat között?
7. Tegyük fel, hogy néhány perccel azelőtt szolgálják fel kávékat, mielőtt ráérnénk meginni. Melyik esetben marad tovább meleg: ha felszolgálás után azonnal beletesszük a tejszínt, vagy ha csak éppen mielőtt elkezdjük inni? (Jegyezzük meg, hogy a lehűlés nagymértékben a felszínről történő párol-

gás következménye, mivel a csésze fala meglehetősen jó hőszigetelést biztosít.)

8. Miért érezzük sokkal hidegebbnek a padlócsempét, mint a szőnyeget, amikor mezítláb kisétalunk a szőnyeggel borított hálószobából a csempézett fürdőszobába, annak ellenére, hogy mindkét helyiség azonos hőmérsékletű?
9. Egy előadáson a tanár veszélyes kísérletet mutat be, nedves ujját olvadt ólomba mártja ($327\text{ }^\circ\text{C}$), majd gyorsan visszahúzza anélkül, hogy megégett volna. Hogyan lehetséges ez? (Megjegyzés: A kísérlet kipróbálása nem ajánlatos.)
10. Sokszor sokkal könnyebb eltávolítani egy üvegről a szorosan illeszkedő fémkupakot, ha a kupakot rövid időre forró vízbe mártjuk. Miért?

Feladatok

19.3 Hőtágulás

19A-1 Acél mérőszalagot $20\text{ }^\circ\text{C}$ -on történő leolvasásra kalibráltak. Ha $-10\text{ }^\circ\text{C}$ -ra esik a hőmérséklet, milyen korrekciót kellene alkalmazni $20\ 000\text{ m}$ pontos leolvasásához?

19A-2 $15,24\text{ m}$ hosszú acél vasúti síneket úgy raknak le, hogy végeik között kis réseket hagynak a hőtágulásra. Ha $10\text{ }^\circ\text{C}$ -os hőmérsékleten fektették le a síneket, mekkora minimális réssel lehet megakadályozni, hogy $50\text{ }^\circ\text{C}$ -os hőmérsékleten összeérjenek? A lineáris hőtágulási tényező a sínekre $1,1 \times 10^{-5}\text{ }1/^\circ\text{C}$.

19A-3 Egy $15,24\text{ m}$ hosszúságú ólomcső $-20\text{ }^\circ\text{C}$ -ról $+30\text{ }^\circ\text{C}$ -ra melegítve $2,286\text{ cm}$ -rel nyúlik meg. Határozza meg az ólom hőtágulási tényezőjét!

19A-4 1971 -ben a világ leghosszabb hajója az acélból készült *Europoort* olajszállító tartályhajó volt, amelynek hossza $347,8\text{ m}$. Mekkora hőmérsékletváltozás okozna rajta egy 28 cm -es hossznövekedést?

19B-5 Egy 4 cm átmérőjű acélrudat úgy melegítenek, hogy $70\text{ }^\circ\text{C}$ legyen a hőmérsékletnövekedés, majd két merev tartó között rögzítik. A rúd ezután eredeti hőmérsékletére hűl. Számítsuk ki a rúdban ébredő erőt, ha a Young-modulusz az acélra $20,6 \times 10^{10}\text{ N/m}^2$ és a lineáris hőtágulási együttható $12 \times 10^{-6}\text{ }1/^\circ\text{C}$.

19A-6 $18,288\text{ m}$ hosszú acél vasúti sín-elemeket $0,254\text{ cm}$ -es hézagokkal fektettek le olyan napon, amikor a hőmérséklet $35\text{ }^\circ\text{C}$ volt. Mekkora lesznek a sínek közötti rések, ha a hőmérséklet $-29\text{ }^\circ\text{C}$ -ra csökken? Az acél lineáris hőtágulási tényezője $12 \times 10^{-6}\text{ }1/^\circ\text{C}$.

19B-7 Egy forró napon egy autó $68,13\text{ l}$ -es acél benzintartályát teljesen feltöltötték benzinnel egy hideg, föld alatti tartályból. Mennyi benzin folyik ki, mire a kezdetben $20\text{ }^\circ\text{C}$ -os, teletöltött benzintartály és tartalma eléri a végső, egyensúlyi $38\text{ }^\circ\text{C}$ -os hőmérsékletet? A benzin hőtágulási együtthatója $9,5 \times 10^{-4}\text{ }1/^\circ\text{C}$.

19A-8 Egy $70\text{ cm} \times 140\text{ cm}$ területű, téglalap alakú acéllemezt $0\text{ }^\circ\text{C}$ -ról $29\text{ }^\circ\text{C}$ -ra melegítünk. Mekkora a lemez felületének megváltozása?

19.5 Hőfelvétel és fázisátalakulások

19A-9 Hány joule hőmennyiség szükséges 200 g vas hőmérsékletének $20\text{ }^\circ\text{C}$ -ról $90\text{ }^\circ\text{C}$ -ra történő emeléséhez?

19A-10 Mennyi hőt kell közölni egy 40 g -os, $0\text{ }^\circ\text{C}$ -os jégkockával ahhoz, hogy $27\text{ }^\circ\text{C}$ -os vízzé alakuljon?

19A-11 Egy 600 g -os fémtárggyal $2,5\text{ kJ}$ hőt közlünk, miközben hőmérséklete $27\text{ }^\circ\text{C}$ -ról $36\text{ }^\circ\text{C}$ -ra emelkedik. Határozzuk meg a fém fajhőjét!

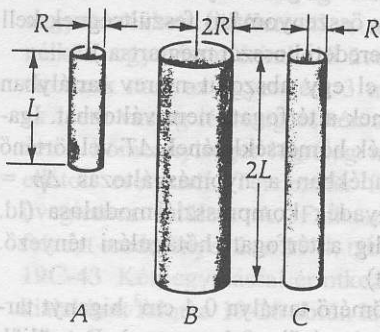
19A-12 A légkondicionálók időegység alatti munkavégzőképességének régies egysége a „tonna”. Az „1 tonnás” besorolás azt jelentette, hogy a légkondicionáló időegység alatti hőelvonása megfelelt annak a teljesítménynek, ami ahhoz szükséges, hogy $1\text{ tonna } 0\text{ }^\circ\text{C}$ -os jég 24 óra alatt olvadjon meg. Fejezzük ki a „tonna” egységet watt-ban!

19A-13 Egy 2 kg -os, $90\text{ }^\circ\text{C}$ -os bronz tárgyat $1\text{ liter } 20\text{ }^\circ\text{C}$ -os vízbe merítenek. Az egyensúlyi hőmérséklet $32\text{ }^\circ\text{C}$ lesz. Határozzuk meg a bronz fajhőjét!

19A-14 Egy anyag 100 g -jának $20\text{ }^\circ\text{C}$ -ról $28\text{ }^\circ\text{C}$ -ra történő melegítéséhez $2,5\text{ kJ}$ hőmennyiség szükséges. Határozzuk meg az anyag fajhőjét!

19A-15 Mennyi vizet kellene egy 70 kg -os ember bőréről elpárologtatni ahhoz, hogy teste $1\text{ }^\circ\text{C}$ -kal lehűljön, ha feltételezzük, hogy az emberi test fajhője megegyezik a vízével? A $37\text{ }^\circ\text{C}$ -os (a felnőtt ember „normál” hőmérséklete) víz párolgáshője 2427 kJ/kg .

19B-16 Határozzuk meg, mekkora az a hőmennyiség, ami 2 kg , $-10\text{ }^\circ\text{C}$ -os jég $200\text{ }^\circ\text{C}$ -os, túlhevített gőzzé alakításához szükséges.



19-23 ábra

A 19B-26 feladathoz.

19B-17 500 g, 100 °C-ra hevített sörétet 200 g tömegű üveg főzőpohárban lévő 300 g vízbe szórunk, aminek kezdeti hőmérséklete 20 °C. Az egyensúlyi hőmérséklet 23,4 °C lesz. Az üveg fajhője 0,84 kJ/kg °C. Mekkora a sörét fajhője, ha a környezet hőfelvétele elhanyagolható?

19B-18 Hideg napokon testünk termikus energiájának egy részét a belélegzett levegő felmelegítésére fordítjuk. Nyugalomban lévő felnőtt ember percenként kb. 11-szer lélegzik, minden légzés térfogata 0,5 l. Számoljuk ki az óránkénti hővesztésüket egy -18 °C-os hideg napon, feltételezve, hogy a tüdő a beszívott levegőt a 37 °C-os normál testhőmérsékletre melegíti fel.

19B-19 Egy 200 g tömegű üvegedényben (fajhője: 0,84 kJ/kg °C), 100 g 27 °C-os víz van. Hány gramm 100 °C-os vörösréz hozzáadásával emelhetjük a hőmérsékletet 31 °C-ra?

19B-20 Egy 0 °C-os vizet tartalmazó edénybe egy 50 g tömegű, -20 °C-os jégkockát dobunk. Mennyi víz fagy jéggé?

19B-21 Egy állandó A keresztmetszetű hengeres rúd hossza L . Anyagának jellemzői a következők: sűrűsége ρ , fajhője c , lineáris hőtágulási együtthatója α . Igazoljuk, hogy a rúd hosszát ΔL -lal megnövelő ΔQ hőmennyiség független az eredeti hosszától.

19B-22 Ballisztikus ingával végzett kísérletben egy 2 g-os ólomgolyó 300 m/s sebességgel ütközik egy 1 kg tömegű fahasábbal. Számoljuk ki a golyó hőmérsékletének megnövekedését, ha az „elveszett” mechanikai energia fele a golyó melegítésére fordítódik. Az ólom fajhője: 0,130 kJ/(kg °C).

19.6 Hővezetés

19A-23 Határozzuk meg egy 20 cm hosszú, 4 cm átmérőjű hengeres vörösréz rúdon időegység alatt átvezetett hőmennyiséget, ha a rúd két vége 0 °C, ill. 220 °C hőmérsékletű!

19A-24 Alumínium edény fenekének átmérője 20 cm, vastagsága 1 mm. A tűzhelyre helyezett edény aljának külső és belső felülete között állandó, 4,2 °C hőmérséklet-különbség áll fenn. Hány joule energia áramlik át az edény fenekén 1 perc alatt?

19A-25 Egy épület téglafalának mérete: 4 m × 10 m és a fal 15 cm vastag. ($\lambda = 0,8 \text{ W/(m °C)}$). Mennyi hő áramlik át a falon 12 óra alatt, ha az átlagos belső hőmérséklet 20 °C, a külső pedig 5 °C?

19B-26 A 19-23 ábrán három hengeres vörösréz rúd látható. Felső végeiket azonos hőmérsékleten tartjuk, alsó végeik is egy kisebb, közös hőmérsékleten vannak. Oszályozzuk a rudakat hővezetés szerint, a legjobbal kezdve a sort!

19B-27 Egy 10 cm hosszú, 4 cm² keresztmetszetű vörösréz rúd egyik végét 0 °C-os jégben tartjuk, másik vége 100 °C-os vízgőzzel érintkezik. Határozzuk meg a) a 10 perc alatt megolvasztott jég mennyiségét és b) a 100 °C-on 10 perc alatt vízzé kondenzált gőz mennyiségét, miközben elhanyagoljuk a rúd oldalán át fellépő hővesztésüket!

19B-28 A kereskedelmi forgalomban kapható „hőszállító cső” olyan zárt, légmentes, 28 cm hosszú, 0,95 cm átmérőjű cső, amiben a munkafolyadékot tartalmazó kapillaris szál található. Az egyik végét melegítve, a folyadék elpárolog, miközben a cső gyorsan megtelik gőzzel. A gőz – a nem melegített felülettel érintkezve, – lecsapódik és párologáshőjét átadja a falnak. Azt állítják, hogy ez a cső „százszor” jobb hővezető, mint a legjobb fémes vezető. Határozzuk meg az ekvivalens hővezetési tényezőt a következő adatokból: maximális hőmérséklet-gradiens 9,84 °C/m, a hőáramerősség 60 W. Hasonlítsuk össze az eredményt a 19-4 táblázat értékeivel!

19B-29 a) Mennyi energia távozik 24 óra alatt egy 21 °C-os szobából az 1 m × 2 m méretű, 4 mm vastag ablaküvegen keresztül egy olyan napon, amikor a külső hőmérséklet 0 °C? A hővezetési tényező az ablaküvegre 0,8 W/(m °C). b) Ha egy amerikai ház villamos fűtésének költsége 8 cent/kWh, és a házban 10 ilyen méretű ablak van, mennyit fizet a tulajdonos 24 órára, hogy pótolja az ablakon keresztül kiszökött hőt? (Megjegyezzük, hogy ez a számítás nagymértékben túlbecsüli az energiavesztéseket, mivel elhanyagoltuk a 19-8 példában tárgyalt konvekciós hatásokat.)

19B-30 Egy 4 cm falvastagságú doboz teljes felszíne 1,2 m² és szigetelő anyagból készült. A doboz belsejében egy 10 W-os villamos fűtőtest a belső hőmérsékletet állandóan 15 °C-kal a külső hőmérséklet fölött tartja. Határozzuk meg a szigetelő anyag hővezetési tényezőjét.

19.7 Hőterjedés áramlással

19.8. Hőterjedés sugárással

19A-31 Egy üveglablak területe 2 m². Szélcsendes napon, amikor a külső levegő hőmérséklete – távol az ablaktól – +10 °C, az üveg külső felületének hőmérséklete 15 °C. Határozzuk meg a hőáramlási együtthatót, ami indokolná az időegység alatti 50 W-os hővesztésüket az ablakon át, feltételezve, hogy a levegő hővezetőképessége elhanyagolható.

19B-32 A 19B-29 feladatban az ablak 4 mm vastag és a hővezetési tényező 0,8 W/(m² °C). Tegyük fel, hogy a

levegő hőáramlási együtthatója az ablakon belül $5 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ }^\circ\text{C})$, és határozzuk meg a levegő hőmérsékletét az ablak belső felületénél. Az ablak külső felülete az erős szél miatt $0 \text{ }^\circ\text{C}$ -os.

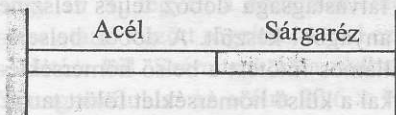
19B-33 Egy 3 cm élhosszúságú alumínium kockát lámpakorommal vontak be és így ideális hőszugárzó lett. A kockát vákuum kamrába tették, amelynek falait $27 \text{ }^\circ\text{C}$ -on tartották. Milyen teljesítményű legyen az a villamos fűtőtest, amely annyi energiát ad a kockának, hogy hőmérséklete állandóan $90 \text{ }^\circ\text{C}$ maradjon?

19B-34 A Nap felszíni hőmérséklete 5780 K , és a sugara $6,96 \times 10^8 \text{ m}$. a) Határozzuk meg a Nap felszínéről kisugárzott összes teljesítményt! b) Mekkora a napsugárzás teljesítménye a Föld felszínének 1 m^2 -ére ha ez a felület merőleges a beeső sugárzás irányára? Tekintsünk el a Föld légkörének abszorpciójától és tegyük fel, hogy a napfelszín „ideális” sugárzó.

19A-35 Egy, – a beeső napsugárzás elnyelésére készített – háztető felülete $7 \text{ m} \times 10 \text{ m}$. A Föld felszínére jutó napsugárzás $840 \text{ W}/\text{m}^2$. A Nap sugarai átlagosan 60° -os szöveget zárnak be a tető síkjával. a) Naponta hány kWh hasznos energiát biztosít ez az energiaforrás, ha a beeső energia 15% -a alakul át hasznos villamos energiává? Tegyük fel, hogy a Nap naponta átlagosan nyolc órán át sugároz. b) Mennyi pénzmegtakarítást jelent ez az energiaforrás naponta, ha az átlagos amerikai felhasználó háztartásában $1 \text{ kW} \times \text{h}$ energiáért 6 centet fizet?

További feladatok

19C-36 Azonos keresztmetszetű, egyenként 30 cm hosszúságú acél és sárgaréz rudakat egymáshoz erősítettek a két végénél és a 19-24 ábra szerint két rögzített támasztékhoz hegesztették. Határozzuk meg az egyenes rudakban ébredő feszültséget és a relatív megnyúlást $10 \text{ }^\circ\text{C}$ -on, ha $100 \text{ }^\circ\text{C}$ -on a rudak feszültségmentesek. A támasztékok közötti távolság állandó marad.



19-24 ábra

A 19C-36 feladathoz

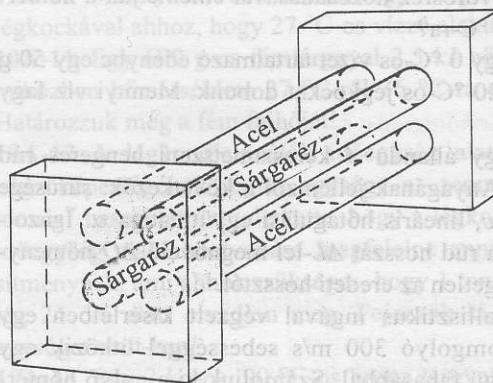
19C-37 *Termikus feszültség.* Ha egy rúd végeit tökéletesen rögzítve tartjuk, miközben hőmérsékletét növeltük, vagy csökkentettük, a rúdban nyomó, vagy húzó feszültség, ún. *termikus feszültség* keletkezik. Tekintsünk egy L_0 rögzített hosszúságú, állandó A keresztmetszetű rudat, amelynek hőmérséklete ΔT -vel megváltozik. Igazoljuk, hogy a rúdban ébredő mechanikai feszültség: $F/A = -E\alpha\Delta T$, ahol E a Young-modulus (ld. 15.9 fejezet), α a hőtágulási együttható. (Útmutatás: ha a rúd hossza a hőmérsékletváltozás következtében szabadon változhatna, $\Delta L/L_0$ relatív hosszváltozás jönne

létre. E hosszváltozás megakadályozására ellentétes irányú (nyújtási, vagy összenyomási) feszültségnek kell kitenni a rudat, hogy eredeti hosszát megtartsa.)

19C-38 Képzeljünk el egy abszolút merev tartályban lévő folyadékot, aminek a térfogata nem változhat. Igazoljuk, hogy a folyadék hőmérsékletének ΔT -vel történő változásakor a folyadékban a nyomásváltozás $\Delta p = K\beta\Delta T$, ahol K a folyadék kompresszió-modulusa (ld. 15.9. fejezet), β pedig a térfogati hőtágulási tényező. (ld. az előző feladatot)

19C-39 Higanyos hőmérő tartálya $0,4 \text{ cm}^3$ higanyt tartalmaz. A kapilláris átmérője $0,1 \text{ mm}$. a) Becsüljük meg, hogy – az üveg tágulását figyelmen kívül hagyva – mennyit mozdulna el a higanyoszlop a kapillárisban, midőn a hőmérséklet $25 \text{ }^\circ\text{C}$ -ról $40 \text{ }^\circ\text{C}$ -ra változik? A higany térfogati hőtágulási együtthatója $1,82 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. b) Mekkora az üveg térfogati hőtágulási együtthatója, ha a higanyoszlop tényleges elmozdulása $11,9 \text{ cm}$?

19C-40 Két acélrudat és két sárgaréz rudat, – melyek mindegyike 40 cm hosszú és 10 cm^2 keresztmetszetű, – a 19-25 ábra szerinti módon, két nagy fémhasábhöz hegesztettek. A hasárok szabadon elmozdulhatnak, egymás felé, vagy egymástól távolodva. $20 \text{ }^\circ\text{C}$ -on nincs feszültség a rudakban. Határozzuk meg a rudakban ébredő feszültséget, ha a hőmérsékletet $300 \text{ }^\circ\text{C}$ -ra növeljük, és feltételezzük, hogy a rudak és a hasárok nem görbülnek meg.



19-25 ábra

A 19C-40 feladathoz

19C-41 A „zsugor kötés”-nek nevezett eljárás során sárgaréz korongot kell behelyezni egy alumínium hengerbe. Amikor a korong és a henger is $27 \text{ }^\circ\text{C}$ -os hőmérsékletű, akkor a korong átmérője kissé nagyobb a henger belső átmérőjénél. Ha mindkettőt $100 \text{ }^\circ\text{C}$ -ra melegítjük, akkor mivel a henger jobban tágul, mint a korong, a korong behelyezhető a hengerbe. Szobahőmérsékletre hűtve, viszont a henger szorosan tartja a korongot. A henger átmérője $27 \text{ }^\circ\text{C}$ -on pontosan $8,0000 \text{ cm}$. Mekkora legyen a korong megfelelő átmérője, hogy amikor mindkettőt $100 \text{ }^\circ\text{C}$ -ra melegítjük, a henger átmérője $0,001 \text{ cm}$ -rel nagyobb legyen, mint a korongé?

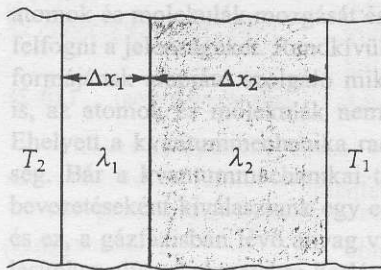
19C-42 A két ablaküveg közé berétegzett levegő nagymértékben tökéletesíti a szigetelést két légréteg nélküli, egymással érintkező üveglemezhez képest. Határozzuk meg az egyenként 3 mm vastag ablaküvegek és 1 cm vastag légréteg esetén az időegység alatt átvezetett hőmennyiséget légréteg nélküli és a légréteggel ellátott eseteknél. Tételezzük fel, hogy az egységnyi üveglemez felülete A . Felhasználhatók a következő feladat eredményei és a 19-4. táblázat numerikus adatai.

19C-43 Két, egymással érintkező, különböző anyagból kialakított falon a 19-26 ábrán látható módon hőt vezetnek keresztül. A Δx_1 vastagságú rész hővezetési tényezője λ_1 , a másik Δx_2 vastagságú részé λ_2 . A külső falakat T_1 és T_2 hőmérsékleten tartják. (ahogyan az ábra mutatja) a) Határozzuk meg az állandósult állapot T_x hőmérsékletét a két anyag közti határfelületen. b) Igazoljuk, hogy a fal A felületén időegység alatt átszállított hőmennyiség:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = - \frac{A(T_2 - T_1)}{\frac{\Delta x_1}{\lambda_1} + \frac{\Delta x_2}{\lambda_2}}$$

Megjegyzés: ez az eredmény általánosítható egymással érintkező n számú falra is:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = - \frac{A(T_2 - T_1)}{\sum \frac{\Delta x_n}{\lambda_n}}$$

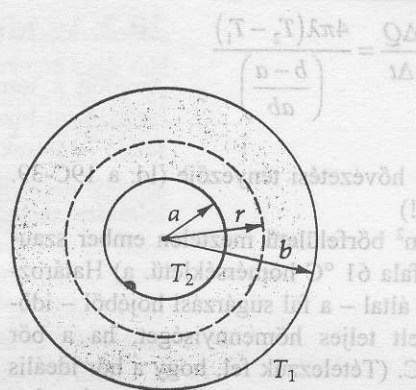


19-26 ábra

A 19C-43 feladathoz

19C-44 Egy 8 cm átmérőjű gőzvezeték 3 cm vastag szigetelőanyag vesz körül. A vezeték hőmérséklete 100°C , a szigetelő külső felülete 30°C . A szigetelő hővezetési tényezője $0,01 \text{ W}/(\text{m}^\circ\text{C})$. Határozzuk meg a dT/dr hőmérsékleti gradienst a szigetelő a) belső, b) külső felületén! Felhasználható a következő feladat eredménye.

19C-45 Gőzvezeték szigetelő anyagból készült réteg vesz körül, ahogyan a 19-27 ábra mutatja. A szigetelés belső és külső sugara a és b , a belső és a külső felület hőmérséklete T_2 , ill. T_1 . Igazoljuk, hogy L hosszúságú vezetéken az időegység alatti, sugárirányú hőáram:



19-27 ábra

A 19C-44, 19C-45 és 19C-46 feladathoz.

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{2\pi\lambda(T_2 - T_1)}{\ln(b/a)/L}$$

ahol λ a szigetelő hővezetési tényezője. (Útmutatás: ha A az r sugarú hengeres felület területe, dT/dr a sugármenti hőmérsékleti gradiens, akkor $\Delta Q/\Delta t = -\lambda A(dT/dr) = \text{állandó}$. Rendezzük át és integráljuk ezt a kifejezést a megfelelő változók szerint.)

19C-46 Két gőzvezeték, (A és B) szigetelő köpeny vesz körül. A B vezeték átmérője kétszer akkora, mint az A -vezetéké és a B -vezeték körülvevő szigetelő anyag egységnyi hossza vonatkozó teljes térfogata is kétszerese az A -hoz tartozóé. Az A szigetelésének vastagsága megegyezik az A vezeték sugarával. Határozzuk meg az („időegység alatti hővesztés a B vezetékre)/(időegység alatti hővesztés az A vezetékre”) arányt! Felhasználható az 19C-44. feladat eredménye.

19C-47 0°C -os állóvíz felületét 4 cm vastag jégréteg borítja. -10°C -os hőmérséklete mellett, mennyi idő múlva lesz a jég vastagsága 8 cm? (Útmutatás: ahhoz, hogy dx vastagságú jeget fagyasszunk x vastagságú jégrétegen keresztül, dQ hőmennyiséget kell a víztől elvonni. Vagyis $dQ = L\rho A dx$, ahol ρ a jég sűrűsége, A a terület, L a fagyáshő.)

19C-48 Tegyük fel, hogy egy ember bőrének felületén egy kis terület hőmérséklete a normális 37°C fölé, $37,5^\circ\text{C}$ -ra emelkedik. Határozzuk meg $\Delta H/H$ kiszámításával, – ahol H az egységnyi felület által időegység alatt kisugárzott energia nagysága – hogy mennyit növekszik az egységnyi területre vonatkozó sugárzási teljesítmény a melegebb területen a normális sugárzási teljesítményhez viszonyítva! (Útmutatás: használjuk fel a binomiális sort $(T + \Delta T)^4$ közelítéséhez!)

19C-49 Egy golyót szigetelő réteggel vettek körül. A szigetelés belső és külső sugara a és b , a belső és a külső felület hőmérséklete T_2 , ill. T_1 . Igazoljuk, hogy a sugárirányú hőáram kifelé:

– együttesen egységes világképet alkot, mivel a makroszkopikus jellemzők valójában a nagyszámú mikroszkopikus kölcsönhatás időbeli átlagértékei. Például a gáz nyomása lényegében nem más, mint az edény falával történő rendkívül nagy számú molekuláris ütközés átlagos hatása.

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{4\pi\lambda(T_2 - T_1)}{\left(\frac{b-a}{ab}\right)}$$

ahol λ a szigetelés hővezetési tényezője (ld. a 19C-39. feladat útmutatását!)

19C-50 Egy 1,7 m² bőrfelületű meztelen ember szauzában ül, aminek fala 61 °C hőmérsékletű. a) Határozzuk meg az ember által – a fal sugárzási hőjéből – időegység alatt elnyelt teljes hőmennyiséget, ha a bőr hőmérséklete 37 °C. (Tételezzük fel, hogy a bőr ideális hőelnyelő.) b) Mennyi verejtéket kell időegység alatt elpárologtatni e hőelnyelés kompenzálásához? A verejték párolgási hője megegyezik a 37 °C-os víz párolgás-hőjével: 2427 kJ/kg.

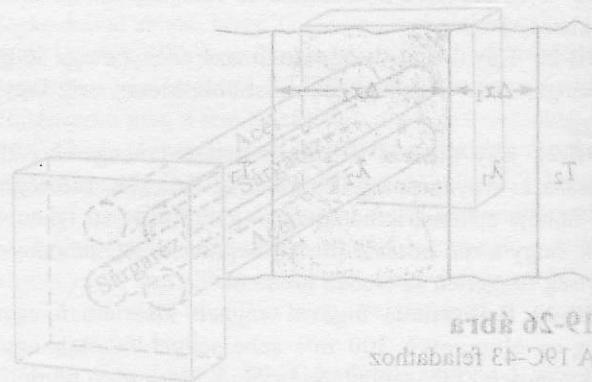
19C-51 Ónos esőből 5 cm-es jégréteg rakódott a járdára. Ezután a felhők eloszlottak, kisütött a Nap. A levegő hőmérséklete 0 °C. Mennyi idő alatt olvasztja meg a napsugár a jeget? (Télen a napsugaraknak (a normális iránnyal bezárt) beesési szöge nagyobb, mint nyáron, így a napenergia talajra sugárzott átlagos teljesítménye csak 210 W/m².)

19C-52 Isaac Newton javasolt olyan lehülési törvényt, amely kimondja, hogy egy forró testből időegység alatt kibocsátott hő arányos a test és környezete közötti hőmérsékletkülönbséggel. Mutassuk meg, hogy ez a törvény megegyezik a (19-21) egyenlettel azokra az esetekre, amikor a tárgy és környezete közötti hőmérsékletkülönbség kicsi! (Útmutatás: bontsuk tényezőire a $(T_2^4 - T_1^4)$ kifejezést és használjuk a $T_1/T_2 \approx 1$ közelítést!)

19A-35 Egy, $\lambda = 0,025 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ hővezetési tényezővel rendelkező téglafal vastagsága 10 cm. A fal egyik felületén a hőmérséklet 100 °C, a másik felületén 0 °C. A fal keresztmetszete 1 m². Mennyi hőenergia áramlik át a falon időegység alatt?

19C-40 Két acélrudat, melyek mindkettője 40 cm hosszú és 10 mm² keresztmetszetű, a 19-25 ábra szerinti módon, két nagy fémhasárhoz hegesztették. A hasások szabadon elmozdulhatnak.

Mennyi feszültség keletkezik a rudakban. Határozzuk meg a rudakban keletkező legnagyobb feszültséget, ha a hőmérsékletet 300 °C-ra növeljük, és feltételezzük, hogy a rudak nem görbülnek meg.



19C-44 Egy 8 cm átmérőjű gözvezetékben 100 °C-os víz áramlik. A vezeték hővezetési tényezője 0,04 W/(m·K). A vezeték egyik végén a víz hőmérséklete 100 °C, a másik végén 30 °C. Mennyi hőenergia áramlik át a vezeték falán időegység alatt? Mennyi hőenergia áramlik át a vezeték falán időegység alatt, ha a víz hőmérséklete 100 °C és 30 °C között van? Mennyi hőenergia áramlik át a vezeték falán időegység alatt, ha a víz hőmérséklete 100 °C és 30 °C között van?

19C-48 Tegyük fel, hogy egy emelet boltjának falán egy kis terület hőmérséklete a normális 37 °C fölé, 37,5 °C-ra emelkedik. Határozzuk meg ΔW kJ-ként a falon át áramló hőenergia mennyiségét időegység alatt. Mennyi hőenergia áramlik át a falon időegység alatt, ha a fal hővezetési tényezője $\lambda = 0,025 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ és a fal vastagsága $d = 10 \text{ cm}$?

16C-51 $T = 2\pi\sqrt{R^3/GM} = 84,5$ perc

16C-53 1,41 óra

16C-55 $\frac{GMm}{2R} \left[3 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$

16C-57 $\frac{Gm}{R^2} \left(\frac{M}{4} - \frac{m}{3} \right)$

XVII. Fejezet

17B-1 90,0%

17B-3 A válasz adott.

17A-5 250 N

17A-7 20 cm

17B-9 a) 5000 kg/m³ b) 667 kg/m³

17B-11 a) 2704 kg/m³ b) 59,8 N

17B-13 0,89 kg/dm³

17B-15 4,00 mg

17B-17 $\Delta V/V = 0,0830$

17A-19 $1,77 \times 10^{-3}$ m³/s

17A-21 40 cm/s

17B-23 $3,7 \times 10^4$ N/m²

17B-25 4,49 atm

17B-27 $\rho A v^2$

17B-29 a) 7,67 m/s b) 2,80 mm

17B-31 A válasz adott.

17C-33 all/g

17C-35 0,933

17C-37 $(1 - 1/\sqrt{2})$

17C-39 $(1 - 1/\sqrt{2})$

17C-41 A válasz adott.

17C-43 $T = 2\pi\sqrt{m/\rho Ag}$

17C-45 A válasz adott.

17C-47 27,3 cm³/s

17C-49 $H/2$

XVIII. Fejezet

18A-1 a) $2,27 \times 10^{-3}$ s b) 0,782 m

18A-3 A válasz adott.

18A-5 8,33 cm

18B-7 $A = 7 \times 10^{-4}$ m, $k = 3,14$ m⁻¹, $\omega = 6,28 \times 10^{-3}$ s⁻¹

18B-9 a) 1,27 Pa b) 170 Hz c) 2,00 m
d) 340 m/s

18B-11 18,56 m

18B-13 860 m

18A-15 $2,94 \times 10^{-16}$ J/cm³

18B-17 1,13 μW

18B-19 A válasz adott.

18B-21 a) 565 Hz b) mélyülő hang

18A-23 2,07 N

18A-25 a) 515 Hz b) 4,13 cm

18A-27 a) 0,773 m b) 1,55 m c) 330 Hz d) 220 Hz

18A-29 870 Hz, 2610 Hz

18B-31 a) 34,8 m/s b) 0,977 m

18B-33 800 Hz

18A-35 19,9 m/s

18B-37 a) 1091 Hz b) 1100 Hz c) 1000 Hz

18A-39 28,4°

18B-41 5,64 Hz

18C-43 A válasz adott.

18C-45 3,14 m/s, $9,87 \times 10^3$ m/s²

18C-47 $K = 2,47 \times 10^{11}$ N/m²

$G = 1,25 \times 10^{11}$ N/m²

18C-49 b) $v = R\omega$

18C-51 a) +6,99 dB b) 2,24

18C-53 $\mu = 4,00 \times 10^{-3}$ kg/m, 2,50 cm hosszú

18C-55 12,6 m/s²

18C-57 60,0 Hz

18C-59 0,335 cm

XIX. Fejezet

19A-1 7,2 mm-t hozzá kell adni

19A-3 3×10^{-5} °C

19B-5 $2,17 \times 10^5$ N

19B-7 0,72 l

19A-9 6,44 kJ

19A-11 0,463 kJ/kg·°C

19A-13 0,431 joule/ g·°C

19A-15 0,122 kg

19B-17 0,126 kJ/kg·°C

19B-19 87,5

19B-21 A válasz adott.

19A-23 557 J/s

19A-25 $1,38 \times 10^8$ J

19B-27 a) 290 g b) 42,9 g

19B-29 a) 8,44 kW b) 162 dollár

19A-31 5,00 W/m² °C

19B-33 2,84 J/s

19A-35 a) 61,1 kW·h b) \$3,67

19C-37 A válasz adott.

19C-39 a) 13,9 cm b) $2,6 \times 10^{-5}$ (C°)⁻¹

19C-41 8,0039 cm

19C-43 a) $\frac{T_2 k_1 \Delta x_2 + T_1 k_2 \Delta x_1}{k_2 \Delta x_1 + k_1 \Delta x_2}$

19C-45 A válasz adott.

19C-47 $3,52 \times 10^4$ s = 9,78 h

19C-49 A válasz adott.

19C-51 A válasz adott.

XX. Fejezet

20A-1 48,5 l

20A-3 a) 4,48 m³ b) 5,60 kg

20A-5 0,046 m³

20A-7 12,0 l

20A-9 $1,98 \times 10^5$ Pa