

1) Feladat (15 pont).

Adja meg az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását:

$$y' + \frac{y}{x^2} = e^{\frac{1}{x}}$$

2) Feladat (15 pont).

Határozza meg az

$$f(x) = c^x + \frac{1}{x+2}$$

függvény $x_0 = 1$ körüli Taylor sorát és annak konvergencia tartományát!

3) Feladat (20 pont).

Legyen

$$f(x, y) = \frac{1}{x^3} + y^3 - \frac{3y}{x}$$

a) Írja fel f grafikonjának az $x_0 = 2, y_0 = -1$ ponthoz tartozó érintő síkja egyenletét!

b) Keresse meg az f függvény lokális szélsőértékeit!

4) Feladat (10 pont).

a) Mondja ki a Lagrange tételt ($n=2$)!

b) Mi következik a $df = 0$ feltételből? (Állítását bizonyítsa be!)

5) Feladat (15 pont).

a) Határozza meg a polár transzformáció Jacobi determinánsát!

b)

$$\int \int_T \frac{x-y}{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy =? \quad \text{ahol}$$

$$T: 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, \quad x \leq 0$$

6) Feladat (10 pont).

Írja le a $\sin z, \cos z, \sinh z$ és $\cosh z$ definícióit és adja meg a köztük lévő kapcsolatot! (Állítását bizonyítsa be!)

7) Feladat (15 pont).

$$\oint_{|z-2i|=\frac{1}{2}} \frac{\ln z}{z^2 - 2z + 5} dz = ?$$

$$\oint_{|z-2i|=2} \frac{\ln z}{z^2 - 2z + 5} dz = ?$$