

Algoritmusok és gráfok
MINTAZH
2018. ősz

1. Az alábbi futási idők közül pontosan egyikre igaz, hogy $O(\log n)$.
(a) $10^{10} \log_2 n + \log_2\left(\frac{n}{2}\right) - 10$ (b) $(\log_2 n)^3$ (c) $\frac{1}{10^{100}} 2^n$
Válassza ki, hogy melyik az és erre bizonyítsa is ezt be megfelelő c konstans és n_0 küszöb megadásával.
2. Egy három-szintű bináris keresőfában a 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11 csúcsokat tároljuk.
(a) Rajzolja fel a fát és indokolja meg, hogy miért csak így nézhet ki.
(b) Az órán tanult módszerrel törölje a fából a 8-at, majd a 10-et, végül szűrje be az így kapott fába a 8-at. Mindegyik művelet után rajzolja fel a kapott fát.
3. A 0 és 70 közötti páratlan számokat szűrjük be valamilyen sorrendben, nyílt címzéssel, lineáris próbával egy kezdetben üres 47 méretű hash táblába, a $h(K) = K$ maradéka 47-tel osztva hash függvényt használva. Mutassa meg, hogy mindegy, hogy a számok milyen sorrendben érkeznek, az ütközések száma minden sorrend esetén ugyanannyi.
4. Szomszédossági mátrixával adott egy $n \geq 1$ csúcsú egyszerű, irányított gráf. Adjon algoritmust, ami $O(n^2)$ lépésben eldönti, hogy van-e olyan csúcs, melynek ki-foka és be-foka megegyezik.
5. Inputként adott egy $n \geq 1$ méretű tömb, mely csupa különböző egész számot tartalmaz. Adjon $O(n \log n)$ lépésszámú algoritmust, ami eldönti, hogy van-e két olyan szám ebben a tömbben, melyek különbsége 42.
6. Adott egy egyszerű, $n \geq 1$ csúcsú és $e \geq 1$ élű irányított G gráf és benne egy olyan s csúcs, ahonnan nem érhető el irányított úton a gráf összes csúcsa. Adjon $O(e(n+e))$ lépésszámú algoritmust annak eldöntésére, hogy egyetlen él megfordításával kaphatunk-e G -ből olyan gráfot, ahol s -ből minden más csúcs elérhető irányított úton.