1. Feladat (3+5+5=13 pont)

(a) Mikor mondjuk, hogy az a_n numerikus sorozat az $A \in \mathbb{R}$ számhoz konvergál? (Adja meg a definíciót!)

(b) Igazolja, hogy egy numerikus sorozat határértéke egyértelmű!

(c) A definíció alapján igazolja, hogy $\lim_{n\to\infty} \frac{2n+3}{n+1} = 2$! ($N(\varepsilon) =$?)

2. Feladat (6+5=11 pont)

(a) Mondja ki és igazolja az inverzfüggvény deriválására tanult szabályt!

(b) Vezesse le (akár az előző szabály alapján, akár a definícióból) az $f(x) = \sqrt{x}$ függvény deriváltját tetszőleges $x > 0$ pontban!

3. Feladat (6+6=12 pont)

(a) $$\int \frac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^{2x}+1}\,\mathrm{d}x = ?$$ (b) $$\int_{x=0}^{1} \sin^3(x)\,\mathrm{d}x = ?$$

4. Feladat (12 pont)

Az $u(x) = \frac{y(x)}{x}$ új változó bevezetésével oldja meg az

$$y' = \frac{xy}{x^2+y^2}$$

differenciálegyenletet! (Elég az implicit alak.)

5. Feladat (6+4=10 pont)

(a) Vezesse le a véges geometriai (mértani) sor összegképletét!

(b) $$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{2^{2n+1}}{5^n} = ?$$

6. Feladat (10 pont)

Írja fel elemi műveletekkel az

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{4+x^3}}$$

függvény $T_8(x)$ nyolcadrendű Taylor-polinomját!

7. Feladat (4+4=8 pont)

(a) Mikor mondjuk, hogy az $f(x,y)$ függvény *totálisan deriválható* az (x_0, y_0) pontban? (Adja mega definíciót!)

(b) Milyen szükséges feltételeket tanult az $f(x,y)$ függvény totális deriválhatóságra? (Mondja ki a tanult tételeket!)

8. Feladat (12 pont)

Határozza meg az $f(x,y) = x^2y$ függvény integrálját az egység sugarú körlap pozitív síknegyedbe eső részére!

9. Feladat (6+6=12 pont)

(a) Mit nevezünk két függvény konvolúciójának? Mi a kapcsolat a Fourier-transzformáció és a konvolúció között? (Mondja ki a tanult tételt!)

(b) Fejezze ki a $g(x) = f\big(2(x+3)\big)$ függvény Fourier-transzformáltját az $F = \mathcal{F}[f]$ Fourier-transzformálttal!