

**1. feladat (20 pont)**

Határozza meg az

$$yy' = \frac{\operatorname{tg} x}{\ln y}$$

differenciálegyenlet általános megoldását az  $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ ,  $y \in (0, \infty)$  tartományon!  
(Elég az implicit alak.)

**2. feladat (30 pont)**

Határozza meg a következő differenciálegyenlet adott kezdőfeltételt kielégítő megoldását (explicit alakban)!

$$\sqrt{1+x^2} \cdot y' - xy = e^{\sqrt{1+x^2}}, \quad y(0) = 3e$$

**3. feladat (25 pont)**

Határozza meg a következő differenciálegyenlet általános megoldását!

$$y'' - 6y' + 9y = 3e^{3x}$$

**4. feladat (10+15=25 pont)**

Vizsgálja meg konvergencia szempontjából a következő sorokat!

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+3)}}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sqrt{n}}{n+4}$$

---

**IMSC feladat (6 IMSC pont)**

Egy színültig tele, téglatest alakú medence  $T_1 = 2$  h alatt ürül ki, ha kinyitják a medence alján található leeresztő csapot. Az üres medence  $T_2 = 3$  h alatt telik meg, ha kinyitják a medence tetején található beömlő csapot. Nagyon hosszú idő múlva a medence hányad része lesz tele vízzel, ha a kiömlő nyílás és a beömlő csap is egyszerre nyitva van?

(A beömlés sebessége egyenletes. A kifolyás sebessége arányos a medencében levő víz magasságának négyzetgyökével.)