ANALÍZIS(2)
Mérnök Informatikus szak

Aláíráspótló 1. zárthelyi

2009.12.17.
Munkaidő: 90 perc

BME, Természettudományi Kar, Matematikai Intézet, Analízis Tanszék

---

1. feladat (13 pont)

Határozza meg a következő differenciálegyenletnek az adott kezdeti feltételt kielégítő megoldását!

$$y' = \frac{(y+2)^2}{1+x^2}, \qquad y(1) = -1.$$

2. feladat (14 pont)

Határozza meg a következő differenciálegyenlet összes megoldását!

$$y' = 6xy + 3x$$

3. feladat (14 pont)

Az $u(x) = \frac{y(x)}{x}$ helyettesítéssel határozza meg a következő differenciálegyenlet általános megoldását! (Elég egy implicit kapcsolat megadása x és y között.)

$$y' = \frac{2x+y}{y-x}, \qquad x > 0 \qquad y(x) = ?$$

4. feladat (18 pont)

$$y' = y - x^2 + 3$$

a) Rajzolja fel a differenciálegyenlet $A(2,1)$ és $B(0,-2)$ pontokon áthaladó izoklináit! Rajzoljon be néhány vonalelemet is!

b) A differenciálegyenlet megoldása nélkül határozza meg az $A(2,1)$ ponton áthaladó megoldásgörbe első és második deriváltját!

c) Milyen lokális tulajdonságai vannak az A ponton áthaladó megoldásgörbének az A pontban?

5. feladat (14 pont)

Határozza meg a következő differenciálegyenlet általános megoldását!

$$y'' - 4y' + 4y = e^{2x}$$

6. feladat (15 pont)

Vizsgálja meg a következő sorokat konvergencia szempontjából!

$$a)\quad \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n+5}{3n+1}\right)^{n^2} \qquad b)\quad \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n+5}{2n+1}\right)^{n^2} \qquad c)\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{(2n+1)!}$$

7. feladat (12 pont)

Milyen rekurziós egyenletet elégít ki a Fibonacci-sorozat? Írja fel az $f_0 = 1$, $f_1 = 1$ kezdeti értékekhez tartozó Fibonacci-sorozat általános elemét!

Pótfeladatok. A következő feladatokat csak az elégséges szint (40%) eléréséhez javítjuk ki.

8. feladat (10 pont)

Írja fel azt a legalacsonyabb rendű, állandó együtthatós, lineáris, homogén differenciálegyenletet, melynek megoldása $e^x \cos(2x)$.

9. feladat (10 pont)

a) Mondja ki a numerikus sorokról tanult hányados kritérium „limeszes” alakját!

b) Konvergens-e a következő sor?

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2n+1)!}{(n+2)^2}$$