

**POINCARÉ-TÉTEL:**

$$\mathbf{P}\left(\sum_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n \left[ (-1)^{n+1} \cdot \sum_{1 \leq j_1 < \dots < j_i \leq n} \mathbf{P}(A_{j_1} \cdot A_{j_2} \cdot \dots \cdot A_{j_i}) \right]$$

**BOOLE-EGYENLŐTLENSÉGEK:**

$$\mathbf{P}\left(\sum_{i=1}^n A_i\right) \leq \sum_{i=1}^n \mathbf{P}(A_i), \quad \mathbf{P}\left(\prod_{i=1}^n A_i\right) \geq 1 - \sum_{i=1}^n \mathbf{P}(A_i)$$

**FELTÉTELES VALÓSZÍNŰSÉG:**

$$\mathbf{P}(A | B) = \frac{\mathbf{P}(AB)}{\mathbf{P}(B)}$$

**TELJES VALÓSZÍNŰSÉG TÉTELE:**

$$\mathbf{P}(B) = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{P}(B | A_i) \mathbf{P}(A_i)$$

**BAYES-TÉTEL:**

$$\mathbf{P}(A_i | B) = \frac{\mathbf{P}(B | A_i) \mathbf{P}(A_i)}{\sum_{j=1}^{\infty} \mathbf{P}(B | A_j) \mathbf{P}(A_j)}$$

**FLOSLZÁS- ÉS SÚRÚSÉGFÜGGVÉNYEK:****Binomiális:**  $X \in B(n, p)$ 

$$p_k = \mathbf{P}(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

**Geometriai:**  $X \in G(p)$ 

$$p_k = \mathbf{P}(X = k) = p \cdot (1-p)^{k-1}$$

**Poisson:**  $X \in Po(\lambda)$ 

$$p_k = \mathbf{P}(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

**Egyenletes:**  $X \in U(a, b)$ 

$$F_X(x) = \mathbf{P}(X < x) = \frac{x-a}{b-a}$$

$$f_X(x) = F'_X(x) = \frac{1}{b-a}$$

**Exponenciális:**  $X \in E(\lambda)$ 

$$F_X(x) = \mathbf{P}(X < x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

$$f_X(x) = F'_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$

**Normális:**  $X \in N(\mu, \sigma)$ 

$$F_X(x) = \Phi_{\mu, \sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt$$

$$f_X(x) = \varphi_{\mu, \sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

**Standard normális:**  $X \in N(0, 1)$ 

$$\Phi_{0,1}(x) = \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

$$\varphi_{0,1}(x) = \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$$

**Normális felírása standard normállissal:**

$$\Phi_{\mu, \sigma}(x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

$$\varphi_{\mu, \sigma}(x) = \frac{1}{\sigma} \cdot \varphi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

**VÁRHATÓ ÉRTÉK, SZÓRÁS(NÉGYZET):**

$$\mathbf{E}(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i \cdot \mathbf{P}(X = x_i) \quad (\text{diszkrét})$$

$$\mathbf{E}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x_i \cdot f_X(x) dx \quad (\text{folytonos})$$

$$\sigma^2(X) = \mathbf{E} \left[ (X - \mathbf{E}(X))^2 \right]$$

**Steiner-tétel:**

$$\sigma^2(X) = \mathbf{E}(X^2) - \mathbf{E}^2(X)$$

**Binomiális:**  $X \in B(n, p)$ 

$$\mathbf{E}(X) = n \cdot p$$

$$\sigma^2(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$$

**Geometriai:**  $X \in G(p)$ 

$$\mathbf{E}(X) = \frac{1}{p}$$

$$\sigma^2(X) = \frac{1 - p}{p^2}$$

**Poisson:**  $X \in Po(\lambda)$ 

$$\mathbf{E}(X) = \lambda$$

$$\sigma^2(X) = \lambda$$

**Egyenletes:**  $X \in U(a, b)$ 

$$\mathbf{E}(X) = \frac{a + b}{2}$$

$$\sigma^2(X) = \frac{(b - a)^2}{12}$$

**Exponenciális:**  $X \in E(\lambda)$ 

$$\mathbf{E}(X) = \frac{1}{\lambda}$$

$$\sigma^2(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

**Normális:**  $X \in N(\mu, \sigma)$ 

$$\mathbf{E}(X) = \mu$$

$$\sigma^2(X) = \sigma^2$$

**Standard normális:**  $X \in N(0, 1)$ 

$$\mathbf{E}(X) = 0$$

$$\sigma^2(X) = 1$$

**Markov-egyenlőtlenség** ( $X \geq 0, \exists \mathbf{E}(X) > 0, \lambda > 0$ )

$$\mathbf{P}(X > \lambda) \leq \frac{\mathbf{E}(X)}{\lambda}$$

**Csebisev-egyenlőtlenség** ( $X \geq 0, \exists \sigma(X), \lambda > 0$ )

$$\mathbf{P}(|X - \mathbf{E}(X)| > \lambda) \leq \frac{\sigma(X)}{\lambda^2}$$

**EGYÜTTES ELOSZLÁSOK:**

$$F_{X,Y}(x, y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y f_{X,Y}(u, v) dv du$$

## **Függetlenség:**

Ha  $X$  és  $Y$  függetlenek, akkor:

$$\mathbf{P}(X = x, Y = y) = \mathbf{P}(X = x) \cdot \mathbf{P}(Y = y)$$

$$F_{X,Y}(x, y) = F_X(x) \cdot F_Y(y)$$

$$f_{X,Y}(x, y) = f_X(x) \cdot f_Y(y)$$

**Peremeloszlás az együttesből:**

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x, y) dy$$

## **ÖSSZEGEK ELOSZLÁSA:**

Ha  $Z = X + Y$ , akkor:

$$\mathbf{P}(Z = k) = \sum_{i=0}^k \mathbf{P}(X = i, Y = k - i) = \sum_{i=0}^k \mathbf{P}(X = k - i, Y = i)$$

$$F_Z(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(t, x - t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x - t, t) dt$$

## **KONVOLÚCIÓ:**

Ha  $Z = X + Y$ , valamint  $X$  és  $Y$  függetlenek, akkor:

$$\mathbf{P}(Z = k) = \sum_{i=0}^k \mathbf{P}(X = i) \cdot \mathbf{P}(Y = k - i)$$

$$= \sum_{i=0}^k \mathbf{P}(X = k - i) \cdot \mathbf{P}(Y = i)$$

$$F_Z(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(t) \cdot f_Y(x - t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x - t) \cdot f_Y(t) dt$$

## **ÖSSZEG VÁRHATÓ ÉRTÉKE:**

$$\mathbf{E}(X + Y) = \mathbf{E}(X) + \mathbf{E}(Y)$$

## **SZORZAT VÁRHATÓ ÉRTÉKE:**

Ha  $X$  és  $Y$  függetlenek, akkor:

$$\mathbf{E}(XY) = \mathbf{E}(X) \cdot \mathbf{E}(Y)$$