

Felsőbb Matek Analízis 2.ZH

December 08, 2021

1. Feladat

A.

Mikor mondjuk, hogy egy $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ függvény Schwarz-féle? Adjunk példát (nem konstans nulla) ilyen függvényre és mondjunk egy fontos tulajdonságot amit az ilyen függvényekről tanultunk. (4p)

B.

Mondjuk ki - lehetőleg minél pontosabban a benne szereplő fogalmakat is elmagyarázva - a Fourier-transzformációval kapcsolatban tanult határozatlansági relációs tételt. (4p)

2. Feladat

Az $f, g \in \alpha^2(\mathbb{R}, \mathbb{C}) \cap \alpha^1(\mathbb{R}, \mathbb{C})$ függvények kielégítik a

$$I.) f(x - \pi) + 3f(x) + f(x + \pi) = \frac{1}{1 + (2x)^2}$$

$$II.) \int_{-\infty}^{\infty} f(x - t)g(t) dt = \frac{1}{1 + x^2}$$

függvény egyenleteket. Határozzuk meg az $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(x)}{x} g(x) dx$ integrál értékét. Segítség: Először határozzuk meg I.-ből f Fourier transzformáltját. (3p) Ezt és II.-t felhasználva g függvény Fourier transzformáltját. (2p) Végül ezekkel a kérdéses integrált. (3p)

3. Feladat

Egy 2 méter hosszú részbe éket préselünk. A súrlódási erő a behatolási mélységgel (r) exponenciálisan a sebességgel (v) egyenesen arányos. $F_s = \alpha e^{\beta r} v$, ahol α, β konstansok $\alpha = 100 \frac{\text{kg}}{\text{s}}, \beta = 2 \text{m}^{-1}$. Így a súrlódási hőteljesítmény (időegységenként keletkező súrlódási hőenergia) $P_s = F_s v = \alpha e^{\beta r} v^2$.

Hogyan kell bepréselni az éket, ha azt akarjuk, hogy 1 másodperc alatt végigérgyen, de a lehető legkevesebb hő termelődjön?

A fizikai tartalom elhagyása mellett fogalmazzuk meg a fentieket, mint egy variációs számítási feladatot! (1,5p)

Írjuk fel a differenciálegyenletet az optimális idő-behatolási mélység $t \rightarrow r(t)$, majd ennek segítségével az optimális idő-behatolási sebesség $t \rightarrow v(t)$ függvényre. (3p)

Adjuk meg expliciten az optimális $t \rightarrow r(t)$ függvényt. (2,5p)