Part 2:
https://docs.google.com/document/d/1PbIH5d5bnsceyu-2gowzq2bCGGyKg-5sfZz3chi8pmg/edit?usp=sharing

Képletek

$$y(t) = \beta * e^{-\alpha t} \Leftrightarrow y(s) = \frac{\beta}{s+\alpha}$$

$$y(0) = \lim_{s \to \infty} \frac{y(s)}{\frac{1}{s}}$$

$$y(\infty) = \lim_{s \to 0} \frac{y(s)}{\frac{1}{s}}$$

Statikus hiba:

	k	k/s	k/s²
Egység-ugrás	$\frac{1}{k+1}$	0	0
Sebesség-ugrás	∞	$\frac{1}{k}$	0
Gyorsulás-ugrás	∞	∞	$\frac{1}{k}$

$$T(s) = \frac{L}{1+L}$$

$$T(s) = \frac{1}{1+2\zeta Ts+T^2s^2}$$

$$Y(s) = [C^T(sI-A)^{-1}B+D] * U(s)$$

Átviteli fv. számítása állapotteres alakból:

$$H(s) = c^T(sI-A)^{-1}b$$

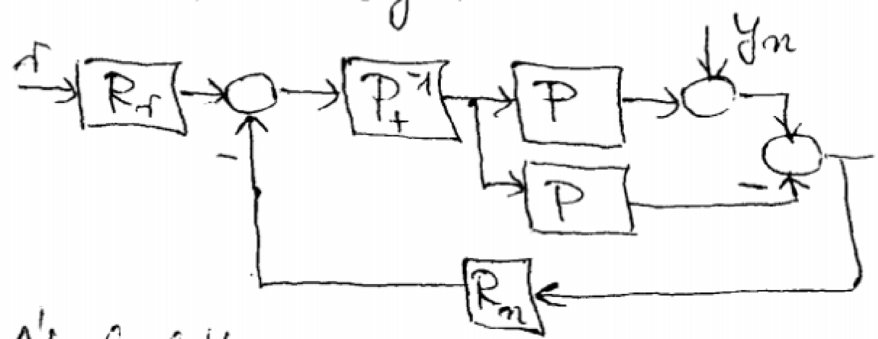
Állapotegyenlet megoldása időtartományban:

$$X(t) = e^{At} X(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} B u(\tau) d\tau$$

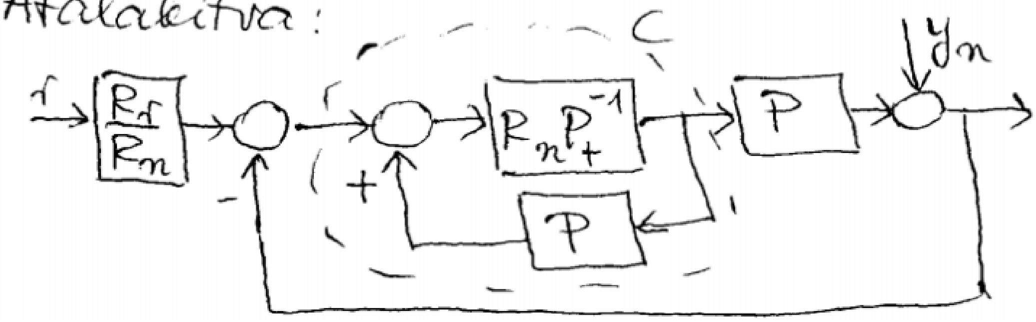
Youla paraméter

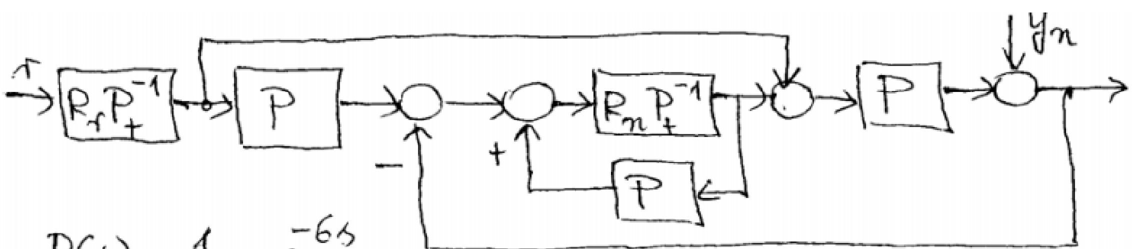
$Q = \frac{C}{1+CP}$; $P = P_+ P_-$ Legyen: $Q = P_+^{-1}$

Szűrővel kiegészítve:



Átalakítva:





$P(s) = \frac{1}{1+4s} e^{-6s}$; $R_r = \frac{1}{1+2s}$; $R_n = \frac{1}{1+0.5s}$

$P_+ = \frac{1}{1+4s}$; $R_r P_+^{-1} = \frac{1+4s}{1+2s}$; $R_n P_+^{-1} = \frac{1+4s}{1+0.5s}$.

$P_- = e^{-6s}$

Állapotirányíthatóság

Elmozdítható-e valamennyi állapotváltozó egymástól függetlenül a kezdeti állapotából egy előre megadott végállapotba.

Egy rendszer csak akkor állapotirányítható, ha a kanonikus koordináták pólusai különböznek.

Irányíthatósági mátrix: $M_c = [b \quad Ab]$

Állapotirányítható, ha det(M_C) != 0.

Kálmán feltétel

$M_C = [b \ \ Ab \dots A^{n-1}b]$ hipermátrix rangja n kell legyen, ekkor állapotirányítható.

Kimeneti irányíthatóság

Ha $C^T M_C$ mátrix rangja 1.

Megfigyelhetőség

A kimenő jelből vissza tudunk következtetni valamennyi állapotváltozó kezdeti értékére egymástól függetlenül.

Megállapítása az állapotegyenlet kanonikus alakjából

A sajátértékei különbözőek. C minden oszlopvektora (eleme) nullától eltérő.

Kálmán feltétel

Megfigyelhető, ha $M_0 = \begin{bmatrix} C^T \\ C^T A \\ C^T A^{n-1} \end{bmatrix}$ rangja n

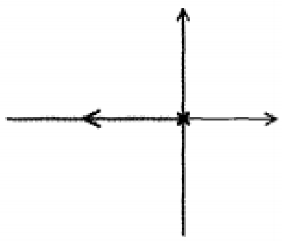
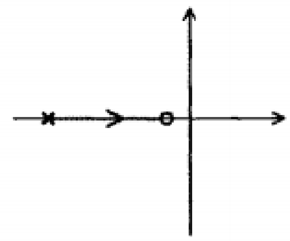
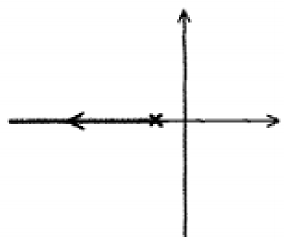
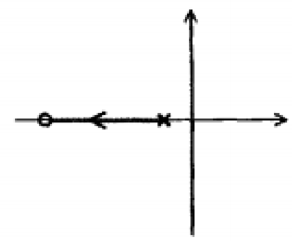
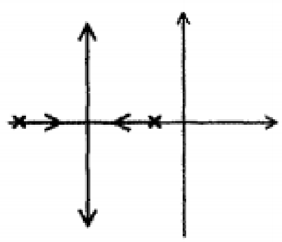
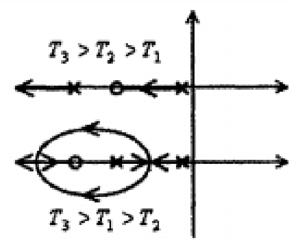
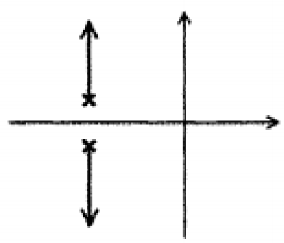
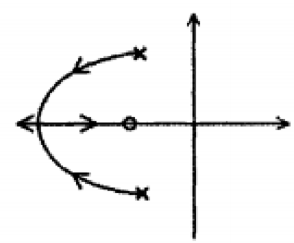
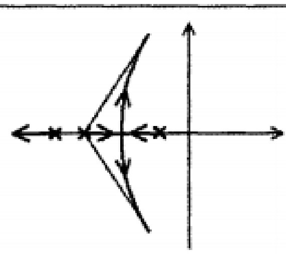
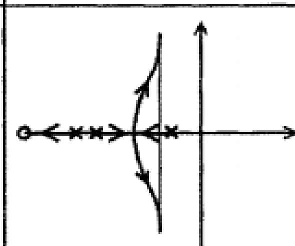
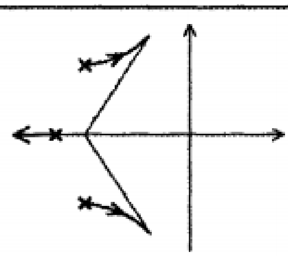
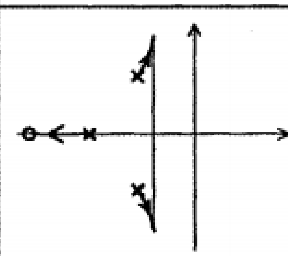
Gyökhelygörbe *(168.old)*

A gyökhelygörbe a zárt rendszer pólusait adja meg, miközben a nyitott szabályozási rendszerben valamelyik paraméter, rendszerint a hurokerősítés 0 és végtelen között változik.

Ha a gyökök a bal oldali félsíkra esnek, a rendszer stabilis. A kritikus körerősítésnél a gyökhelygörbe metszi az imaginárius tengelyt. Azon körerősítéseknél, ahol a gyökhelygörbe átkerül a jobb oldali félsíkra, a rendszer labilissá válik.

Mikor van szakasza a valós tengelyen?

A valós tengelyen ott van gyökhelygörbe szakasz, ahol az adott ponttól jobbra páratlan a nyitott kör pólusainak és zérusainak összegge.

P \ Z	0		1	
	Átviteli függvény	Gyökhelygörbe	Átviteli függvény	Gyökhelygörbe
1	$\frac{K}{s}$		$K\frac{1+sT_1}{1+sT_2}$ $T_1 > T_2$	
	$\frac{K}{1+sT}$		$K\frac{1+sT_1}{1+sT_2}$ $T_2 > T_1$	
2	$\frac{K}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$		$\frac{K(1+sT_2)}{(1+sT_1)(1+sT_3)}$	
	$\frac{K}{1+s2\xi T+s^2T^2}$		$\frac{K(1+sT_1)}{1+s2\xi T+s^2T^2}$	
3	$\frac{K}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)}$		$\frac{K(1+sT_4)}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)}$	
	$\frac{K}{(1+s2\xi T_1+s^2T_1^2)(1+sT_2)}$		$\frac{K(1+sT_2)}{(1+s2\xi T_1+s^2T_1^2)(1+sT_3)}$	

Mi az érzékenységi függvény és mit mutat meg?

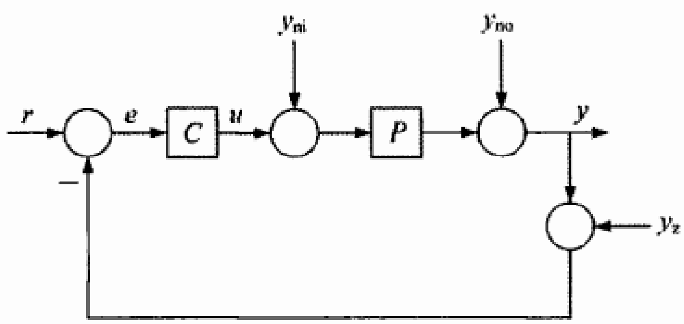
$$S = \frac{1}{1+CP} = \frac{\Delta T/T}{\Delta P/P}$$

Megmutatja, hogy a szakasz relatív megváltozása mennyire befolyásolja az eredő átviteli függvény relatív megváltozását.

Kiegészítő érzékenységi függvény:

$$T = \frac{CP}{1+CP};\ \ S+T=1$$

Adja meg egy szabályozási rendszer belső stabilitásának definícióját!



5.1. ábra Szabályozási rendszer blokkvázlata

Bármelyik gerjesztésre a rendszer stabilan válaszol, tranziensei lecsengenek.

$$\boldsymbol{T}_t = \begin{bmatrix} \frac{CP}{1+CP} & \frac{P}{1+CP} \\ \frac{C}{1+CP} & \frac{1}{1+CP} \end{bmatrix} \tag{5.3}$$

Egy zárt szabályozási kör belső stabilis, ha a $\boldsymbol{T}_t$ mátrix stabilis, azaz valamennyi eleme stabilis.

Adja meg a hasonlósági transzformáció összefüggéseit! *(112.old)*

X~ = TX

$$\tilde{\boldsymbol{A}} = \boldsymbol{T}\boldsymbol{A}\boldsymbol{T}^{-1} \quad ; \quad \tilde{\boldsymbol{b}} = \boldsymbol{T}\boldsymbol{b} \quad ; \quad \tilde{\boldsymbol{c}}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{T}^{-1} \quad ; \quad \tilde{d} = d$$

Transzformációs mátrix megadása kanonikus átalakításhoz

T^{-1} oszlopvektorai A sajátvektorai kell legyenek.

Fázistartalék vagy fázistöbblet *(186.old)*

Rajzoljuk fel a felnyitott rendszernek a pozitív frekvencia értékekhez tartozó NYQUIST diagramját. Határozzuk meg a NYQUIST diagramnak az egységsugarú körrel való metszéspontját. A metszésponthoz tartozó körfrekvenciát vágási körfrekvenciának nevezzük és ω_c-vel (*cut-off frequency*) jelöljük. Kössük össze egy egyenessel az origót és metszéspontot. Ennek az egyenesnek a negatív valós tengellyel bezárt szögét fázistartaléknak vagy fázistöbbletnek nevezzük (5.26. ábra).

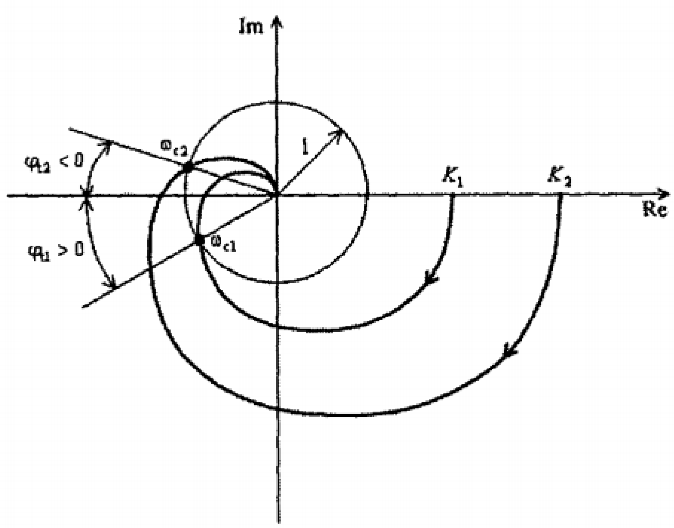
$$\varphi_t = \varphi(\omega_c) + 180^\circ = \arg L(j\omega_c) + 180^\circ \qquad (5.34)$$

Ha a fázistöbblet pozitív, a rendszer stabilis. Ha fázistöbblet zérus, a rendszer a stabilitás határán van. Ha a fázistöbblet negatív, a rendszer labilis.

Tehát

$$\begin{aligned} \varphi_t &> 0 \quad \text{Stabilis rendszer} \\ \varphi_t &= 0 \quad \text{Határhelyzet} \\ \varphi_t &< 0 \quad \text{Labilis rendszer} \end{aligned} \qquad (5.35)$$

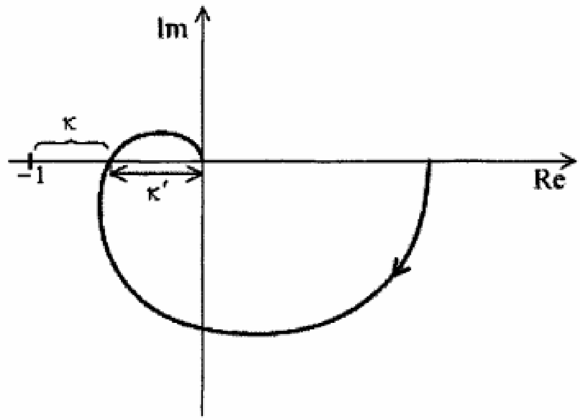
A fázistöbblet, mint egyetlen mérőszám alapján akkor ítélhetjük meg a rendszer stabilitását, ha a NYQUIST diagram csak egyszer metszi az egységsugarú kört.



5.26. ábra A fázistöbblet értelmezése

Erősítési tartalék

Határozzuk meg a NYQUIST diagramnak a negatív valós tengellyel való metszését és ezen pontnak a $-1+j0$ ponttól való $\kappa=|1+L(j\omega_{180})|$ távolságát (5.27. ábra). Nyilvánvaló, hogy a $\kappa>0$ esetre az egyszerűsített NYQUIST kritérium stabilitási tartományát kapjuk. Az erősítési tartalék, mint egyetlen mérőszám alapján akkor ítélhetjük meg a rendszer stabilitását, ha a NYQUIST diagram csak egyszer metszi a negatív valós tengelyt.



5.27. ábra Az erősítési tartalékok értelmezései

A κ' ún. módosított erősítési tartalékot az 5.27. ábrán látható $\kappa'=L(j\omega_{180})=1-\kappa$ metszékkel definiáljuk. Ha $\kappa'<1$, a rendszer stabilis. Ha $\kappa'=1$, a rendszer a stabilitás határán van. Ha $\kappa'>1$, a rendszer labilis. Tehát

$$\begin{aligned} &\kappa'<1 \quad \text{Stabilis rendszer} \\ &\kappa'=1 \quad \text{Határhelyzet} \\ &\kappa'>1 \quad \text{Labilis rendszer} \end{aligned} \tag{5.36}$$

Modulus tartalék *(188.old)*

Az ρ_m modulus tartalék a $-1+j0$ pont és a NYQUIST diagram távolsága, tehát a $-1+j0$ középpontú - a diagramot még érintő - legkisebb kör sugara (5.30. ábra). A modulus tartalék szemléletesen mutatja, milyen messze van a rendszer legkevésbé stabilis pontja a stabilitás határától. A modulus tartalékra ésszerű előírás, hogy lehetőleg legyen $\rho_m>0.5$.

A ρ_m modulus tartalékot NYQUIST stabilitási tartaléknak is hívják. Igen fontos összefüggés, hogy ρ_m megegyezik az érzékenységi függvény (lásd a 6. Fejezetet) maximális abszolút értékének a reciprokával:

$$\rho_m=\frac{1}{\max\limits_{\omega}|S(j\omega)|}=\min_{\omega}\left|S^{-1}(j\omega)\right|=\min_{\omega}|1+L(j\omega)| \tag{5.37}$$

A $\varphi_t, \kappa, \rho_m$ tartalékok analóg fogalmak, hiszen mindegyik valamilyen módon a $-1+j0$ ponttól való távolságot kívánja garantálni.

Késleltetési tartalék *(188.old)*

A késleltetési tartalék megadja a holtidőnek azt a T_{min} legkisebb értékét, amelyet a felnyitott körbe sorosan beiktatva a zárt rendszer a stabilitás határára kerül. A késleltetési tartalék a radiánban mért fázistöbbletből az alábbi összefüggéssel számítható ki:

$$T_{min} = \frac{\varphi_t}{\omega_c} \tag{5.38}$$

ahol ω_c a vágási körfrekvenciát jelöli.

A stabilitási tartalékok alapján nemcsak a stabilitást dönthetjük el, hanem azt is megállapíthatjuk, „milyen messze van" a rendszer a stabilitás határától.