

## A1 Matematika vizsgázárthelyi 2006.01.06

1. [15p] a.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+4x} - 1}{x} = ?$  b.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{1}{x^2}\right)^{x^4} = ?$

2. [10p] Írjuk fel a  $\tan x$  függvény  $x_0 = \pi/4$  bázispontú differenciálját és ezzel adjuk meg a  $\tan(\pi/4 + 0.02)$  közelítő értékét.

3. [15p] a. Soroljuk fel a lokális szélsőértékhelelyről tanult tételeket.

b. Bizonyítsuk be, hogy egy monoton növekvő függvény deriváltja nemnegatív.

c. Igaz-e, hogy bármely szigorúan monoton növekvő (differenciálható) függvény deriváltja pozitív? Indokoljunk.

4. [15p] a. Végezzünk függvényvizsgálatot az  $f(x) = x^{-3} \ln x$  függvényre.

5. [15p] a.  $\int x e^{2x} dx = ?$  b.  $\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} dx = ?$  ( $x = \frac{1}{\cos t}$ ).

6. [15p] Adjuk meg az  $x = \cos^3 t$ ,  $y = \sin^3 t$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$  paraméterezésű görbe (asztroid) ívhosszát.

7. [15p] a. Konvergens-e az  $\int_0^{\infty} \frac{1-e^{-2x}}{x} dx$  integrál?

b.  $\int_{-4}^4 \frac{dx}{(x+4)^{2/3}} = ?$

Összpontszám 100 pont. Munkaidő 100 perc.

$P = (1 \cdot \text{zh} + 2 \cdot \text{zh} + 3 \cdot \text{vizsgazh}) / 5$

Vizsgajegy határok P-re: 40, 55, 70, 85 pont. Jelesért szóbelizni is kell.