A.

Műszaki informatikus szak

Valószínűségszámítás zárthelyi dolgozat, 2008. május 6.

Név:____________________________ NEPTUN-kód:______

Ha az állítást helyesnek ítéli, akkor **I**, ha pedig hamisnak, **H** betűt írjon az állítás elé! Legalább nyolcat el kell találnia!

1. ☐ $F_X(u) = \int_{-\infty}^{\infty} F_{X,Y}(u,v)\,dv.$

2. ☐ Ha az X valószínűségi változó folytonos, $\mathbf{P}(a \leq X < b) = f_X(b) - f_X(a)$.

3. ☐ Ha $X \in Po(\lambda)$, akkor $\mathbf{P}(X = k) = \lambda e^{-\lambda k}, k = 0, 1, ...$

4. ☐ $\operatorname{cov}(X,Y) = \mathbf{E}(XY) - \mathbf{E}X\mathbf{E}Y.$

5. ☐ Ha $Y \in U(0,1)$, F invertálható eloszlásfüggvény, akkor $F^{-1}(Y)$ eloszlásfüggvénye éppen F.

6. ☐ A normális eloszlású valószínűségi változó örökifjú.

7. ☐ Tetszőleges $A_1, A_2, ..., A_n \in \mathcal{F}$ esetében $\mathbf{P}\left(\sum_{i=1}^{n} A_i\right) \leq \sum_{i=1}^{n} \mathbf{P}(A_i)$.

8. ☐ Ha $X \in E(\lambda)$, akkor $\mathbf{E}X = \frac{1}{\lambda}, \boldsymbol{\sigma}X = \frac{1}{\lambda}$.

9. ☐ Ha X, Y folytonosak és függetlenek, $f_{X+Y}(t) = f_X(t)\, f_Y(t)$.

10. ☐ Ha $X \in N(m,\sigma)$, akkor $F_X(\sigma t - m) = \Phi(t), t \in \mathbb{R}$.

Feladatok

Legalább 40 pontot el kell érnie az aláíráshoz! Csak akkor kerül kiértékelésre, ha a túloldali teszt sikeres volt!

Mindegyik feladat egyenként 20 pontot ér!

1. Feldobunk tíz szabályos érmét, majd egy szabályos kockát annyiszor, ahányszor fejet kaptunk.
   a) mennyi a valószínűsége, hogy egyszer sem dobunk hatost;
   b) feltéve, hogy egyszer sem dobunk hatost, mennyi a valószínűsége, hogy az érmékkel pont két fejet dobtunk?

2. Az egységnégyzetben véletlenszerűen kiválasztunk 20 pontot. Jelölje X azon pontok számát, melyek ezek közül beleesnek az $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ középpontú $\frac{1}{3}$ sugarú kör belsejébe is. Adja meg a $\mathbf{P}\left(X \leq 5\right)$ valószínűséget!

3. Legyenek $X \in N\left(-2, 3\right)$ és $Z = \frac{(X+2)^2}{9}$. Számolja ki Z sűrűségfüggvényét, $\mathbf{E}Z$-t és $\boldsymbol{\sigma}^2 Z - t$!

4. Legyen $X \in E\left(2\right)$. Határozza meg a $\operatorname{cov}\left(2X - 1, 3 - X^2\right)$ számot!

5. Legyenek $X, Y \in N\left(0, 1\right)$ függetlenek, és $Z = \left|2X + Y\right|$. Határozza meg Z sűrűségfüggvényét!

B.

Műszaki informatikus szak

Valószínűségszámítás zárthelyi dolgozat, 2008. május 6.

Név:__________________________ NEPTUN-kód:______

Ha az állítást helyesnek ítéli, akkor **I**, ha pedig hamisnak, **H** betűt írjon az állítás elé! Legalább nyolcat el kell találnia!

1. ☐ Ha az X valószínűségi változó folytonos, $\mathbf{P}(a \leq X < b) = f_X(b) - f_X(a)$.
2. ☐ Ha $X \in N(m,\sigma)$, akkor $F_X(\sigma t - m) = \Phi(t), t \in \mathbb{R}$.
3. ☐ $F_X(u) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} F_{X,Y}(u,v)\,dv$.
4. ☐ Ha X, Y folytonosak és függetlenek, $f_{X+Y}(t) = f_X(t)\, f_Y(t)$.
5. ☐ Ha $X \in E(\lambda)$, akkor $\mathbf{E}X = \frac{1}{\lambda}, \boldsymbol{\sigma}X = \frac{1}{\lambda}$.
6. ☐ Tetszőleges $A_1, A_2, ..., A_n \in \mathcal{F}$ esetében $\mathbf{P}\left(\sum\limits_{i=1}^{n} A_i\right) \leq \sum\limits_{i=1}^{n} \mathbf{P}(A_i)$.
7. ☐ Ha $X \in Po(\lambda)$, akkor $\mathbf{P}(X = k) = \lambda e^{-\lambda k}, k = 0, 1, ...$
8. ☐ $\operatorname{cov}(X,Y) = \mathbf{E}(XY) - \mathbf{E}X\mathbf{E}Y$.
9. ☐ Ha $Y \in U(0,1)$, F invertálható eloszlásfüggvény, akkor $F^{-1}(Y)$ eloszlásfüggvénye éppen F.
10. ☐ A normális eloszlású valószínűségi változó örökifjú.

Feladatok

Legalább 40 pontot el kell érnie az aláíráshoz! Csak akkor kerül kiértékelésre, ha a túloldali teszt sikeres volt!

Mindegyik feladat egyenként 20 pontot ér!

1. Feldobunk nyolc szabályos érmét, majd egy szabályos kockát annyiszor, ahányszor írást kaptunk.
   a) mennyi a valószínűsége, hogy egyszer sem dobunk egyest;
   b) feltéve, hogy egyszer sem dobunk egyest, mennyi a valószínűsége, hogy az érmékkel pont négy írást dobtunk?

2. Az egységnégyzetben véletlenszerűen kiválasztunk 10 pontot. Jelölje X azon pontok számát, melyek ezek közül beleesnek az $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ középpontú $\frac{1}{4}$ sugarú kör belsejébe is. Adja meg a $\mathbf{P}\left(X \leq 6\right)$ valószínűséget!

3. Legyenek $X \in N\left(-1, 2\right)$ és $Z = \frac{(X+1)^2}{4}$. Számolja ki Z sűrűségfüggvényét, $\mathbf{E}Z$-t és $\boldsymbol{\sigma}^2 Z - t$!

4. Legyen $X \in E\left(1\right)$. Határozza meg a $\operatorname{cov}\left(X + 1, 2 - 3X^2\right)$ számot!

5. Legyenek $X, Y \in N\left(0, 1\right)$ függetlenek, és $Z = \left|X - 2Y\right|$. Határozza meg Z sűrűségfüggvényét!