POINCARÉ-TÉTEL:

$$\mathbf{P}\left(\sum_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n}\left[(-1)^{n+1} \cdot \sum_{1\le j_1<\cdots<j_i\le n} \mathbf{P}\big(A_{j_1}\cdot A_{j_2}\cdot \ldots \cdot A_{j_i}\big)\right]$$

BOOLE-EGYENLŐTLENSÉGEK:

$$\mathbf{P}\left(\sum_{i=1}^{n} A_i\right) \le \sum_{i=1}^{n} \mathbf{P}(A_i), \qquad \mathbf{P}\left(\prod_{i=1}^{n} A_i\right) \ge 1 - \sum_{i=1}^{n} \mathbf{P}(A_i)$$

FELTÉTELES VALÓSZÍNŰSÉG:

$$\mathbf{P}(A \mid B) = \frac{\mathbf{P}(AB)}{\mathbf{P}(B)}$$

TELJES VALÓSZÍNŰSÉG TÉTELE:

$$\mathbf{P}(B) = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{P}(B \mid A_i)\mathbf{P}(A_i)$$

BAYES-TÉTEL:

$$\mathbf{P}(A_i \mid B) = \frac{\mathbf{P}(B \mid A_i)\mathbf{P}(A_i)}{\sum_{j=1}^{\infty} \mathbf{P}\big(B \mid A_j\big)\mathbf{P}\big(A_j\big)}$$

ELOSZLÁS- ÉS SŰRŰSÉGFÜGGVÉNYEK:

Binomiális: $X \in B(n, p)$

$$p_k = \mathbf{P}(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Geometriai: $X \in G(p)$

$$p_k = \mathbf{P}(X = k) = p \cdot (1-p)^{k-1}$$

Poisson: $X \in Po(\lambda)$

$$p_k = \mathbf{P}(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!}\mathrm{e}^{-\lambda}$$

Egyenletes: $X \in U(a, b)$

$$F_X(x) = \mathbf{P}(X < x) = \frac{x-a}{b-a}$$

$$f_X(x) = F_X'(x) = \frac{1}{b-a}$$

Exponenciális: $X \in E(\lambda)$

$$F_X(x) = \mathbf{P}(X < x) = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda x}$$

$$f_X(x) = F_X'(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda t}$$

Normális: $X \in N(\mu, \sigma)$

$$F_X(x) = \Phi_{\mu,\sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \int_{-\infty}^{x} \mathrm{e}^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,dt$$

$$f_X(x) = \varphi_{\mu,\sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \mathrm{e}^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Standard normális: $X \in N(0, 1)$

$$\Phi_{0,1}(x) = \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{x} \mathrm{e}^{-\frac{t^2}{2}}\,dt$$

$$\varphi_{0,1}(x) = \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}$$

Normális felírása standard normálissal:

$$\Phi_{\mu,\sigma}(x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

$$\varphi_{\mu,\sigma}(x) = \frac{1}{\sigma} \cdot \varphi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

Várható érték, szórás(négyzet):

$$\mathbf{E}(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i \cdot \mathbf{P}(X = x_i) \qquad \text{(diszkrét)}$$

$$\mathbf{E}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x_i \cdot f_X(x)\, dx \qquad \text{(folytonos)}$$

$$\sigma^2(X) = \mathbf{E}\left[\left(X - \mathbf{E}(X)\right)^2\right]$$

Steiner-tétel:

$$\sigma^2(X) = \mathbf{E}(X^2) - \mathbf{E}^2(X)$$

Binomiális: $X \in B(n, p)$

$$\mathbf{E}(X) = n \cdot p$$

$$\sigma^2(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$$

Geometriai: $X \in G(p)$

$$\mathbf{E}(X) = \frac{1}{p}$$

$$\sigma^2(X) = \frac{1-p}{p^2}$$

Poisson: $X \in Po(\lambda)$

$$\mathbf{E}(X) = \lambda$$

$$\sigma^2(X) = \lambda$$

Egyenletes: $X \in U(a, b)$

$$\mathbf{E}(X) = \frac{a+b}{2}$$

$$\sigma^2(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

Exponenciális: $X \in E(\lambda)$

$$\mathbf{E}(X) = \frac{1}{\lambda}$$

$$\sigma^2(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

Normális: $X \in N(\mu, \sigma)$

$$\mathbf{E}(X) = \mu$$

$$\sigma^2(X) = \sigma^2$$

Standard normális: $X \in N(0,1)$

$$\mathbf{E}(X) = 0$$

$$\sigma^2(X) = 1$$

Együttes eloszlások:

$$F_{X,Y}(x, y) = \int_{-\infty}^{x} \int_{-\infty}^{y} f_{X,Y}(u, v)\, dv du$$

Függetlenség:

Ha X és Y függetlenek, akkor:

$$\mathbf{P}(X = x, Y = y) = \mathbf{P}(X = x) \cdot \mathbf{P}(Y = y)$$

$$F_{X,Y}(x, y) = F_X(x) \cdot F_Y(y)$$

$$f_{X,Y}(x, y) = f_X(x) \cdot f_Y(y)$$

ÖSSZEGEK ELOSZLÁSA:

Ha $Z = X + Y$, akkor:

$$\mathbf{P}(Z = k) = \sum_{i=0}^{k} \mathbf{P}(X = i, Y = k - i) = \sum_{i=0}^{k} \mathbf{P}(X = k - i, Y = i)$$

$$F_Z(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(t, x - t)\, dt = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x - t, t)\, dt$$

KONVOLÚCIÓ:

Ha $Z = X + Y$, valamint X és Y függetlenek, akkor:

$$\mathbf{P}(Z = k) = \sum_{i=0}^{k} \mathbf{P}(X = i) \cdot \mathbf{P}(Y = k - i) = \sum_{i=0}^{k} \mathbf{P}(X = k - i) \cdot \mathbf{P}(Y = i)$$

$$F_Z(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(t) \cdot f_Y(x - t)\, dt = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x - t) \cdot f_Y(t)\, dt$$

ÖSSZEG VÁRHATÓ ÉRTÉKE:

$$\mathbf{E}(X + Y) = \mathbf{E}(X) + \mathbf{E}(Y)$$

SZORZAT VÁRHATÓ ÉRTÉKE:

Ha X és Y függetlenek, akkor:

$$\mathbf{E}(XY) = \mathbf{E}(X) \cdot \mathbf{E}(Y)$$