

# Jelek és jelfeldolgozás (BMEVIHVBB01)

## 6. előadásvázlat

Szerkesztette: Dr. Horváth Bálint Péter, BME-HVT

2022.04.03.

### 1. Állandósult válasz

#### 1.1. Szinuszos válasz

$$x[k] = A \cos[\vartheta k + \varphi]$$

- $A$  - jel amplitúdója (csúcsértéke)
- $\varphi$  - kezdőfázis
- $\vartheta$  - diszkrét (kör)frekvencia

#### 1.2. Szinuszos jel komplex leírása

##### 1.2.1. Euler-reláció

$$e^{j\alpha} = \cos(\alpha) + j \sin(\alpha)$$

$$\Re\{e^{j\alpha}\} = \cos(\alpha), \quad \Im\{e^{j\alpha}\} = \sin(\alpha), \quad |e^{j\alpha}| = 1, \quad \arg(e^{j\alpha}) = \alpha$$

Köv.:

$$\cos(\alpha) = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2}, \quad \sin(\alpha) = \frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2j}$$

$$x[k] = A \cos[\vartheta k + \varphi] = \Re\{Ae^{j(\vartheta k + \varphi)}\} = \Re\{Ae^{j\vartheta k} \cdot e^{j\varphi}\}$$

Az  $x[k]$  szinuszos jel tömören jellemezhető az  $\bar{X}$  fazorral (komplex amplitúdóval/csúcsértékkel)

$$\bar{X} = A \cdot e^{j\varphi}$$

#### 1.3. Műveletek fazorokkal

##### 1.3.1. Összeadás

$$x = x_1 + x_2 \rightarrow \bar{X} = \bar{X}_1 + \bar{X}_2$$

##### 1.3.2. Szorzás

Konstanssal:

$$v = Cx \rightarrow \bar{V} = C + \bar{X}$$

Fazorok szorzása:

$$x = x_1 \cdot x_2 \rightarrow \bar{X} = \bar{X}_1 + \bar{X}_2$$

### 1.3.3. Késleltetés

$$x = x[k-1] = \Re \{ \bar{X} e^{j\vartheta(k-1)} \} = \Re \{ \bar{X} e^{j\vartheta k} \cdot e^{-j\vartheta} \}$$

$$v[k] = x[k-1] \rightarrow \bar{V} = e^{-j\vartheta} \bar{X}$$

## 2. Az átviteli karakterisztika

Egy DI LTI rendszer gerjesztése

$$u[k] = U \cos[\vartheta k + \varphi_u] = \Re \{ \bar{U} e^{j\vartheta k} \},$$

ahol  $\bar{U} = U e^{j\varphi_u}$ . A rendszer gerjesztett (állandósult) válasza:

$$y[k] = Y \cos[\vartheta k + \varphi_y] = \Re \{ \bar{Y} e^{j\vartheta k} \},$$

ahol  $\bar{Y} = Y e^{j\varphi_y}$ . Tekintsük ismernek a gerjesztés paramétereit:  $U, \varphi_u, \vartheta$ . Cél a szinuszos válasz meghatározása. Mivel a rendszer lineáris, ezért  $\vartheta$  a gerjesztésben és a válaszban azonos. Csak a válasz amplitúdóját és fázisát,  $Y, \varphi_y$  kell meghatározni.

A rendszer átviteli tényezője (együtthatója)  $\bar{H}$  rögzített  $\vartheta$  körfrekvencián:

$$\bar{H} = \frac{\bar{Y}}{\bar{U}}$$

Gyakran az átviteli tényezőt a frekvencia függvényében határozzuk meg (ekkor a függvény argumentumából implicit következik, hogy komplex függvényről van szó, így a felülvonásokat elhagyjuk):

$$H(e^{j\vartheta}) = \frac{Y(e^{j\vartheta})}{U(e^{j\vartheta})},$$

ezt nevezzük **átviteli karakterisztikának**.

Az átviteli karakterisztika abszolút értékét illetve argumentumát amplitúdó- és fázis-karakterisztikának nevezzük:

$$K(\vartheta) = |H(e^{j\vartheta})| - \text{amplitúdó-karakterisztika}$$
$$\varphi(\vartheta) = \arg(H(e^{j\vartheta})) - \text{fázis-karakterisztika}$$

A fenti függvények  $2\pi$  szerint periodikusak és komplex konjugált szimmetrikusak, ezért gyakran csak a  $[0, \pi)$  intervallumon ábrázoljuk.