

**A.**  
**Műszaki informatikus szak**  
**valószínűségszámítás ZH, 2007. november 23.**

Név: \_\_\_\_\_ NEPTUN-kód: \_\_\_\_\_

Ha az állítást helyesnek ítéli, akkor **I**, ha pedig hamisnak, **H** betűt írjon az állítás elé! Legalább nyolcat el kell találnia!

1.   $A + B = A + (AB)$ ,  $(A, B \in \mathcal{F})$ .
2.   $A$  és  $B$  események egymást kizárják, ha  $\mathbf{P}(AB) = \mathbf{P}(A)\mathbf{P}(B)$ .
3.  Az  $X$  valószínűségi változó folytonos, ha van sűrűségfüggvénye.
4.  Ha  $X \in Po(\lambda)$ , akkor  $\mathbf{P}(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ ,  $k = 0, 1, \dots$
5.  Ha  $X \in U(a, b)$ , akkor,  $\mathbf{E}X = \frac{a+b}{2}$ ,  $\sigma X = \frac{b-a}{\sqrt{12}}$ .
6.  Ha  $X \in N(m, \sigma)$ , akkor  $F_X(t) = \Phi\left(\frac{t-m}{\sigma}\right)$ ,  $t \in \mathbb{R}$ .
7.   $\text{cov}(X, Y) = \mathbf{E}(XY) - \mathbf{E}X\mathbf{E}Y$ .
8.  A kétdimenziós normális sűrűségfüggvény képlete:  
$$f_{X,Y}(u, v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1\sigma_2(1-\rho^2)}} e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left\{ \frac{(u-m_1)^2}{\sigma_1^2} - 2\rho \frac{(u-m_1)(v-m_2)}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{(v-m_2)^2}{\sigma_2^2} \right\}}$$
9.   $\mathbf{E}(\mathbf{E}(X | Y)) = \mathbf{E}(X)$ .
10.   $X, Y$  függetlenek, ha  $F_{X,Y}(u, v) = F_X(u)F_Y(v)$ ,  $(u, v \in \mathbb{R})$ .

# Feladatok

Legalább 40 pontot el kell érnie az aláíráshoz! Csak akkor kerül kiértékelésre, ha a túlóldali teszt sikeres volt!

Mindegyik feladat egyenként 20 pontot ér!

1. Feldobunk három szabályos játékkockát!  $A$ : „az összeg 16”,  $B$ : „mindegyik páros”,  $C$ : „van közöttük hármas”. Számolja ki a  $\mathbf{P}(A \cdot (B + \bar{C}))$  és  $\mathbf{P}((A + C)\bar{B})$  valószínűségeket!
2. A 32 lapos magyar kártyacsomagból húzunk visszatevéssel addig, amíg ászt nem kapunk. Mennyi a valószínűsége, hogy közben pontosan kétszer húzunk hetest?
3. Legyen  $X \in Po(3)$  és  $Y = X^2(X - 1)$ . Számolja ki  $Y$  várható-értékét!
4. Legyenek  $X, Y \in E(2)$  függetlenek, és  $Z = |X + Y|$ . Határozza meg  $Z$  sűrűségfüggvényét!
5. Egy dobozban 5 piros és 2 fehér golyó van. Visszatevéssel húzunk 30-szor.  $X$  jelentse a kihúzott pirosak számát az első 20,  $Y$  pedig az utolsó 20 húzás során. Határozzuk meg az  $X$  és  $Y$  korrelációs együtthatóját!

**B.**  
**Műszaki informatikus szak**  
**valószínűségszámítás ZH, 2007. november 23.**

Név: \_\_\_\_\_ NEPTUN-kód: \_\_\_\_\_

Ha az állítást helyesnek ítéli, akkor **I**, ha pedig hamisnak, **H** betűt írjon az állítás elé! Legalább nyolcat el kell találnia!

1.   $(AB) + C = (AC) + (BC), (A, B, C \in \mathcal{F})$ .
2.  Van olyan  $A \in \mathcal{F}$  esemény, melyre  $\mathbf{P}(\bar{A}) < 1 - \mathbf{P}(A)$ .
3.  Az  $X$  valószínűségi változó diszkrét, ha értékkészlete megszámlálható számhalmaz.
4.  Ha  $X \in Po(\lambda)$ , akkor  $\mathbf{P}(X = k) = \lambda e^{-\lambda k}, k = 0, 1, \dots$
5.  Ha  $X \in U(a, b)$ , akkor,  $\mathbf{E}X = \frac{b-a}{2}, \sigma X = \frac{b-a}{\sqrt{12}}$ .
6.  Ha  $X \in N(0, 1)$ , akkor  $F_X(t) = 1 - F_X(-t), t > 0$ .
7.   $\mathbf{R}(X, Y) = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma^2 X \cdot \sigma^2 Y}$ .
8.  A kétdimenziós normális sűrűségfüggvény képlete:  
$$f_{X, Y}(u, v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1\sigma_2}\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left\{ \frac{(u-m_1)^2}{\sigma_1^2} - 2\rho \frac{(u-m_1)(v-m_2)}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{(v-m_2)^2}{\sigma_2^2} \right\}}$$
9.   $\mathbf{E}(\mathbf{E}(X | Y)) = \mathbf{E}(Y)$ .
10.   $X, Y$  függetlenek, ha  $f_{X, Y}(u, v) = f_X(u) f_Y(v), (u, v \in \mathbb{R})$ .

# Feladatok

Legalább 40 pontot el kell érnie az aláíráshoz! Csak akkor kerül kiértékelésre, ha a túlóldali teszt sikeres volt!

Mindegyik feladat egyenként 20 pontot ér!

1. Feldobunk három szabályos játékkockát!  $A$ : „az összeg 15”,  $B$ : „mindegyik páratlan”,  $C$ : „van közöttük négyes”. Számolja ki a  $\mathbf{P}(A \cdot (B + \bar{C}))$  és  $\mathbf{P}((A + C)\bar{B})$  valószínűségeket!
2. Egy szabályos kockát addig dobunk fel újra és újra, amíg először hatost nem kapunk. Mennyi a valószínűsége, hogy eközben pontosan kétszer dobunk ötöst?
3. Legyen  $X \in Po(2)$  és  $Y = X(X - 1)^2$ . Számolja ki  $Y$  várható-értékét!
4. Legyenek  $X, Y \in E(3)$  függetlenek, és  $Z = |X + Y|$ . Határozza meg  $Z$  sűrűségfüggvényét!
5. Egy dobozban 2 piros és 4 fehér golyó van. Visszatevéssel húzunk 20-szor.  $X$  jelentse a kihúzott pirosak számát az első 15,  $Y$  pedig az utolsó 15 húzás során. Határozzuk meg az  $X$  és  $Y$  korrelációs együtthatóját!

**C.**  
**Műszaki informatikus szak**  
**valószínűségszámítás ZH, 2007. november 23.**

Név: \_\_\_\_\_ NEPTUN-kód: \_\_\_\_\_

Ha az állítást helyesnek ítéli, akkor **I**, ha pedig hamisnak, **H** betűt írjon az állítás elé! Legalább nyolcat el kell találnia!

1.   $(\overline{AB}) = (\overline{A + B})$ ,  $(A, B \in \mathcal{F})$ .
2.   $A$  és  $B$  események egymást kizárják, ha  $\mathbf{P}(AB) = \mathbf{P}(A)\mathbf{P}(B)$ .
3.  Ha az  $X$  valószínűségi változó folytonos,  
 $\mathbf{P}(a \leq X < b) = f_X(b) - f_X(a)$ .
4.  Ha  $X \in Po(\lambda)$ , akkor  $\mathbf{P}(X = k) = \frac{k!}{\lambda^k} e^{-\lambda}$ ,  $k = 0, 1, \dots$
5.  Ha  $X \in E(\lambda)$ , akkor,  $f_X(t) = 1 - e^{-\lambda t}$ ,  $t > 0$ .
6.  Ha  $X \in N(m, \sigma)$ , akkor  $\mathbf{E}X = m$ ,  $\sigma^2 X = \sigma^2$ .
7.   $|R(X, Y)| \leq 1$ .
8.  A kétdimenziós normális sűrűségfüggvény képlete:  
$$f_{X,Y}(u, v) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left\{ \frac{(u-m_1)^2}{\sigma_1^2} - 2\rho \frac{(u-m_1)(v-m_2)}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{(v-m_2)^2}{\sigma_2^2} \right\}}$$
9.   $\mathbf{E}(f(Y) \cdot X | Y) = f(Y) \mathbf{E}(X | Y)$ .
10.   $F_X(u) = \lim_{v \rightarrow \infty} F_{X,Y}(u, v)$ .

# Feladatok

Legalább 40 pontot el kell érnie az aláíráshoz! Csak akkor kerül kiértékelésre, ha a túlloldali teszt sikeres volt!

Mindegyik feladat egyenként 20 pontot ér!

1. Feldobunk három szabályos játékkockát!  $A$ : „az összeg 7”,  $B$ : „mindegyik páratlan”,  $C$ : „van közöttük hármas”. Számolja ki a  $\mathbf{P}(A \cdot (B + \bar{C}))$  és  $\mathbf{P}((A + C)\bar{B})$  valószínűségeket!
2. Egy szabályos kockát addig dobunk fel újra és újra, amíg először hatost nem kapunk. Mennyi a valószínűsége, hogy eközben pontosan négyszer dobunk ötöst?
3. Legyen  $X \in B(30, 0.5)$  és  $Y = X(X - 1)(X - 2)$ . Számolja ki  $Y$  várható-értékét!
4. Legyenek  $X, Y \in N(0, 1)$  függetlenek, és  $Z = |X - Y|$ . Határozza meg  $Z$  sűrűségfüggvényét!
5. Egy dobozban 3 piros és 1 fehér golyó van. Visszatevéssel húzunk 40-szor.  $X$  jelentse a kihúzott pirosak számát az első 15,  $Y$  pedig az utolsó 15 húzás során. Határozzuk meg az  $X$  és  $Y$  korrelációs együtthatóját!

**D.**  
**Műszaki informatikus szak**  
**valószínűségyszámítás ZH, 2007. november 23.**

Név: \_\_\_\_\_ NEPTUN-kód: \_\_\_\_\_

Ha az állítást helyesnek ítéli, akkor **I**, ha pedig hamisnak, **H** betűt írjon az állítás elé! Legalább nyolcat el kell találnia!

1.   $(\overline{A\bar{B}}) = \overline{(A+B)}, (A, B \in \mathcal{F}).$
2.   $A$  és  $B$  események egymást kizárják, ha  $\mathbf{P}(AB) = 1.$
3.   $\mathbf{P}(a \leq X \leq b) = F_X(b+0) - F_X(a).$
4.  Ha  $X \in Po(\lambda)$ , akkor  $\mathbf{P}(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, k = 0, 1, \dots$
5.  Ha  $X \in E(\lambda)$ , akkor,  $f_X(t) = \lambda e^{-\lambda t}, t > 0.$
6.  Ha  $X \in N(0, 1)$ , akkor  $\frac{X-m}{D} \in N(m, D).$
7.   $\sigma^2(X - Y) = \sigma^2 X - \sigma^2 Y.$
8.  A kétdimenziós normális sűrűségfüggvény képlete:  
$$f_{X,Y}(u, v) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{1}{2}\left\{\frac{(u-m_1)^2}{\sigma_1^2} - 2\rho\frac{(u-m_1)(v-m_2)}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{(v-m_2)^2}{\sigma_2^2}\right\}}.$$
9.   $\mathbf{E}(f(Y) \cdot X | Y) = f(Y) \cdot X.$
10.   $f_X(u) = \lim_{v \rightarrow \infty} f_{X,Y}(u, v).$

# Feladatok

Legalább 40 pontot el kell érnie az aláíráshoz! Csak akkor kerül kiértékelésre, ha a túlórali teszt sikeres volt!

Mindegyik feladat egyenként 20 pontot ér!

1. Feldobunk három szabályos játékkockát!  $A$ : „az összeg 6”,  $B$ : „mindegyik páratlan”,  $C$ : „van közöttük egyes”. Számolja ki a  $\mathbf{P}(A \cdot (B + \bar{C}))$  és  $\mathbf{P}((A + C)\bar{B})$  valószínűségeket!
2. Egy szabályos kockát addig dobunk fel újra és újra, amíg először hatost nem kapunk. Mennyi a valószínűsége, hogy eközben pontosan egyszer dobunk négyest?
3. Legyen  $X \in U(0, 1)$  és  $Y = X(X - 1)(X - 2)$ . Számolja ki  $Y$  várható-értékét!
4. Legyenek  $X, Y \in N(0, 1)$  függetlenek, és  $Z = |X + Y|$ . Határozza meg  $Z$  sűrűségfüggvényét!
5. Egy dobozban 1 piros és 3 fehér golyó van. Visszatevéssel húzunk 50-szer.  $X$  jelentse a kihúzott pirosak számát az első 30,  $Y$  pedig az utolsó 30 húzás során. Határozzuk meg az  $X$  és  $Y$  korrelációs együtthatóját!