

# Jelek és jelfeldolgozás (BMEVIHVBB01)

## 10. előadásvázlat

Szerkesztette: Dr. Horváth Bálint Péter, BME-HVT

2022.05.24.

### 1. A válasz spektrális előállítása

Tegyük fel, hogy ismer egy DI LTI rendszer  $H(e^{j\vartheta})$  átviteli karakterisztikája, valamint a DI gerjesztés spektruma  $U(e^{j\vartheta}) = \mathcal{F}\{u[k]\}$ .

A gerjesztés időfüggvénye megkapható a spektrumának inverz Fourier-transzformáltjaként:

$$u[k] = \mathcal{F}^{-1}\{U(e^{j\vartheta})\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U(e^{j\vartheta}) e^{j\vartheta k} d\vartheta.$$

A válasz spektruma (konvolúció tétel alapján)

$$Y(e^{j\vartheta}) = H(e^{j\vartheta})U(e^{j\vartheta}),$$

amelyből kifejezhető a válasz időfüggvénye

$$y[k] = \mathcal{F}^{-1}\{Y(e^{j\vartheta})\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(e^{j\vartheta})U(e^{j\vartheta}) e^{j\vartheta k} d\vartheta.$$

#### 1.1. Kapcsolat az impulzusválasszal

Az impulzusválasz spektruma - ha létezik - az átviteli karakterisztika. (Ez tekinthető általános definíciónak is). A fenti összefüggések igazak és  $u[k] = \delta[k]$ , vagyis  $\mathcal{F}\{u[k]\} = \mathcal{F}\{\delta[k]\} = 1$ , akkor  $\mathcal{F}\{h[k]\} = H(e^{j\vartheta})$ . (Természetesen igaz a megfordítás is, vagyis  $\mathcal{F}^{-1}\{H(e^{j\vartheta})\} = h[k]$  )

### 2. Jel sáv szélessége

$x[k]$  jel sáv szélessége az a  $(\vartheta_{x1} \dots \vartheta_{x2})$  intervallum, amelyen kívül  $X(e^{j\vartheta})$  spektruma elhanyagolható. Formálisan: egy  $x[k] = \mathcal{F}^{-1}\{X(e^{j\vartheta})\}$  jel sáv szélessége az a  $(\vartheta_{x1} \dots \vartheta_{x2})$  intervallum, amelyre

$$\begin{aligned} |X(e^{j\vartheta})| &< \sigma |X(e^{j\vartheta})|_{\max} \\ 0 \leq |\vartheta| &< \vartheta_{x1}, \quad \vartheta_{x2} \leq |\vartheta| < \pi \end{aligned}$$

ki van elégítve, ahol  $0 < \sigma < 1$ . A sáv szélesség  $\Delta\vartheta_x = \vartheta_{x2} - \vartheta_{x1}$ .

### 3. Rendszer sávszélessége

A  $H(e^{j\vartheta}) = K(\vartheta)e^{j\varphi(\vartheta)}$  átviteli karakterisztikájú rendszer sávszélessége az a frekvencia intervallum, amelyben a  $K(\vartheta)$  amplitúdókarakterisztika közelítőleg állandónak tekinthető, nem tér el nagyon a maximumtól. Formálisan:

$$\frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}}K_{\max} \leq K(\vartheta) \leq K_{\max}$$
$$0 \leq \vartheta_{H1}, \vartheta_{H2} < \pi, \quad \vartheta_{H1} \leq \vartheta < \vartheta_{H2}$$

ki van elégítve, ahol  $0 < \varepsilon < 1$ . A sávszélesség  $\Delta\vartheta_H = \vartheta_{H2} - \vartheta_{H1}$ .

### 4. Szűrők

Olyan rendszerek, amelynek gerjesztés-válasz kapcsolata kielégít bizonyos specifikációt. Általában kauzális LTI tulajdonságú rendszerek és a specifikáció frekvenciatartományban megfogalmazott.

Tipikus előírás a  $K(\vartheta)$ -ra vonatkozóan:

Áteresztősáv ( $\vartheta_a < \vartheta < \vartheta_b$ ):

$$\frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}}K_{\max} \leq K(\vartheta) \leq K_{\max}, \quad 0 < \varepsilon < 1$$

Zárósáv ( $\vartheta_c < \vartheta < \vartheta_d$ ):

$$0 \leq K(\vartheta) \leq \eta K_{\max}, \quad 0 < \eta < \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}}$$

A kettő közötti átmeneti sáv nem specifikált.

A szűrőkre jellemző tolerancia séma alapján négy fő típust különböztetünk meg:

- aluláteresztő
- felüláteresztő
- sáváteresztő
- sávzáró