Fizika 1i (keresztfélév) vizsgakérdések kidolgozása

Készítette: GeriBoss, 2013.12.31.
(Talapa Viktor 2013.01.15.-i feladatgyűjteménye alapján)

Az alábbi kidolgozás hallgatói munka eredménye (előfordulhatnak hibák). Észrevételeket szívesen várok a geriboss_gmail_com címre. Sok sikert! - GeriBoss

1. Egy 10 m/s sebességgel emelkedő léggömb kosarából kiejtenek egy homokzsákot, amikor a léggömb 100 m magasan van. Mennyi idő múlva ér földet a homokzsák?

a. 4,5 s **b. 5,6 s** c. 6,7 s d. 7,8s e. Egyik sem

Legyen a pozitív irány a föld felé. Ekkor a zsák kezdősebessége v_0 = -10 m/s, gyorsulása a = g = 10 m/s. Négyzetes úttörvény alapján:

$$s = v_0 t + \frac{a}{2} t^2 \quad \Rightarrow \quad t^2 - 2t - 20 = 0 \quad \Rightarrow \quad t_{1,2} \approx (-3.6, 5.6)$$

Negatív időnek itt nincs értelme, ezért a megoldás 5.6 s.

2. Egy ember a folyón felfele evez. Egy hídnál elhagyja a csáklyáját, de csak fél óra múlva veszi észre. Ezután visszafordul és felszedi. Milyen gyors a folyó sodrása, ha 5 km-rel a híd után éri utol a csáklyát, és végig egyenletesen evezett?

a. 2 km/h **b. 5 km/h** c. 10 km/h d. 8 km/h e. Egyik sem

Jelölje v_e az evezés, v_s a sodrás sebességét. Ekkor a felfelé tartó csónak $v_e - v_s$, lefelé $v_e + v_s$ sebességgel halad. A visszafordulás pillanatában a csónak (boat) $s_b = 1800(v_e - v_s)$ méterre, a csákány $s_{cs} = 1800 v_s$ méterre van a hídtól.

A találkozáshoz szükséges idő:

$$t_t = \frac{s_{cs} + s_b}{v_e} = \frac{1800 v_s + 1800(v_e - v_s)}{v_e} = \frac{1800 v_e}{v_e} = 1800\ s = \frac{1}{2} óra$$

Tehát a csákány összesen 1/2 + 1/2 = 1 órán át sodródott a hídtól és 5 km-re jutott, tehát a folyó sodrása 5 km/h.

3. Egy részecske helyzetvektora $r(t) = 3t^2\boldsymbol{i} + 4t^2\boldsymbol{j} + 7\boldsymbol{k}$. Mekkora utat tesz meg az első 11 másodperc alatt?

a. 255 m b. 355 m c. 555 m **d. 605 m** e. Egyik sem

A **k** irányba nem történik elmozdulás, ezért számolhatjuk 2 dimenziós mozgásként:

$$s = \left|\overline{r}_{ij}(11)\right| - \left|\overline{r}_{ij}(0)\right| = |3 \cdot 11^2\boldsymbol{i} + 4 \cdot 11^2\boldsymbol{j}| - 0 = \sqrt{363^2 + 484^2} = 605\ m$$

4. Mekkora sebesség tartozik az $r(t) = 3t^3\boldsymbol{i} + 2t^2\boldsymbol{j} - 5t\boldsymbol{k}$ helyvektorú mozgáshoz a t = 2 s időpillanatban?

a. 18,5 m/s **b. 37,2 m/s** c. 66,8 m/s d. 29 m/s e. Egyik sem

Idő szerint deriváljuk az elmozdulásvektort, hogy sebességvektort kapjunk:

$$v(t) = \dot{r}(t) = 9t^2\boldsymbol{i} + 4t\boldsymbol{j} - 5\boldsymbol{k} \Rightarrow |\overline{v}(t=2)| = \sqrt{(9 \cdot 2^2)^2 + (4 \cdot 2)^2 + (-5)^2} = 37.2\frac{m}{s}$$

5. Egy tömegpont egyenes vonalú mozgást végez az x tengely mentén. Mozgását az alábbi függvénnyel írhatjuk le: $x(t) = -1 + 3t^2 - 2t^3$ [m]. Mekkora a tömegpont átlagsebessége a t = 0 s indulástól az első megállásig tekintve?

a. 9 m/s **b. 1 m/s** c. 3 m/s d. 5 m/s e. Egyik sem

Meg kell határozni, hogy mikor áll meg a tömegpont (v = 0). Ehhez deriváljuk az elmozdulásfüggvényt, hogy sebességfüggvényt kapjunk:

$$v(t) = \dot{x}(t) = 6t - 6t^2$$

Zérushelyek a t = 0 és t = 1 időpontokban, tehát t = 1 az első megállás:

$$v_{átl} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(1) - x(0)}{1 - 0} = -1 + 3 - 2 - (-1) = 1\frac{m}{s}$$

6. Az asztalon L hosszúságú hajlékony kötél fekszik. A végét kicsit meghúzva, a kötél súrlódás nélkül lecsúszik az asztalról. Mennyi a sebessége, amikor a felső vége éppen elhagyja az asztalt?

a. $(2gL)^2$ b. $\sqrt{2gL}$ c. $(gL)^2$ **d.** $\boldsymbol{\sqrt{gL}}$ e. Egyik sem

Az asztalt éppen elhagyó kötelet tekinthetjük egy asztal lapja alatt L/2 távolságra elhelyezett, kötéllel megegyező tömegű, pontszerű testnek. Ennek a kinetikus energiája $E_k = \frac{mv^2}{2}$, az asztalon elhelyezkedő kötél helyzeti energiája (ha a pontszerű test helyét vesszük zérushelynek) $E_h = mgh = mg\frac{L}{2}$. A lecsúszáskor a helyzeti energia kinetikussá alakul:

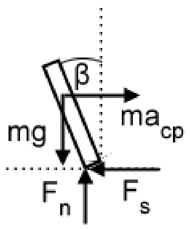
$$E_k = E_h \Rightarrow \frac{mv^2}{2} = mg\frac{L}{2} \Rightarrow v = \sqrt{gL}$$

7. Egy kerékpáros 20m sugarú körpályán 10 m/s állandó nagyságú sebességgel halad. A függőlegeshez képest mekkora β szöggel kell dőlnie?

a. tg β= 0,1 b. tg β= 0,2 **c. tg β= 0,5** d. tg β= 0,8 e. Egyik sem

Forgatónyomaték alapján:

A kerékpárosra $a_{cp} = v_t^2/r = 100/20 = 5\ m/s^2$ centripetális gyorsulás hat a körpálya középpontja felé (mely az ábrán balra lenne).



Az erők: F_n nyomó-, F_s súrlódási-, mg gravitációs-, ma_{cp} (virtuális) centrifugális erő, melyből az első kettő a kerék és a talaj találkozásánál hat, az utolsó kettő a biciklis tömegközéppontjára. Ahhoz, hogy egyensúlyban maradjon, a kerék-talaj pontra vonatkoztatott forgatónyomatéknak nullának kell lennie:

$$\tau = |\overline{F}| \cdot |\overline{D}| \cdot sin\theta = 0 = mgdsin\theta_1 - ma_{cp}dsin\theta_2$$

Ahol D a kerék-talaj pontból a tömegközéppontba mutató vektor, θ_1, θ_2 pedig a mg és ma_{cp} D-től mért szöge. (d pedig D vektor hossza).

Behelyettesítve: $mgdsin\beta = m \cdot 5 \cdot dsin(90° - \beta)$, kiesik m, d; sin(90°-x) = cos(x):

$$gsin\beta = 5cos\beta \Rightarrow \frac{sin\beta}{cos\beta} = \frac{5}{g} \Rightarrow tg\beta = \frac{1}{2}$$

Erők alapján:

Az mg és ma_{cp} erők eredője (F) a kerék-talaj pontba kell mutatnia:

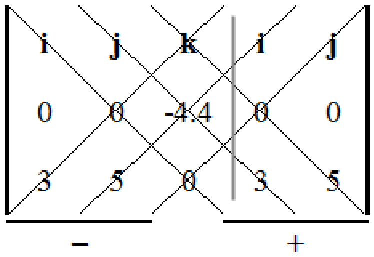
$$cos\beta = \frac{mg}{F} \quad ; \quad sin\beta = \frac{a_{cp}m}{F} \quad \Rightarrow \quad sin\beta = 5m\frac{cos\beta}{mg} \quad \Rightarrow \quad tg\beta = \frac{5}{g} = \frac{1}{2}$$

8. Egy $\omega = 11\boldsymbol{k}\ 1/s$ szögsebességgel forgó korongon 0,2 kg tömegű test halad $v = 3\boldsymbol{i} + 5\boldsymbol{j}\ m/s$ sebességgel. Mennyi a rá ható Coriolis-erő?

a. 12k [N] b. 40i – 24j [N] **c. 22i – 13,2j [N]** d. 14,8j + 21k [N] e. Egyik sem

$F_{Cor} = -2m\omega \times v \quad \Rightarrow \quad -2m\omega = -2 \cdot 0.2 \cdot 11\boldsymbol{k} = -4.4\boldsymbol{k}$

3D vektoriális szorzat (cross product, ×) kiszámítására egy gyors módszer a Sarrus-szabály:



(A könnyebb szorzás érdekében az i, j vektorok kétszer vannak felvéve.) Az első három i, j, k-ból kiinduló, balra dőlő átlóbeli elemek szorzatát pozitív előjellel; az utolsó három k, i, j-ből kiinduló, jobbra dőlő átlóbeli elemek szorzatát negatív előjellel vesszük és ezt a 6 szorzatot előjelhelyesen összeadjuk (gyakorlatilag ez a mátrix determinánsa).

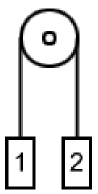
$$\begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} & \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} \\ 0 & 0 & -4.4 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 3 & 5 \end{vmatrix} =$$

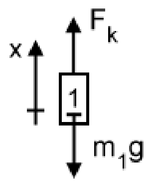
$$= \boldsymbol{i} \cdot 0 \cdot 0 + \boldsymbol{j} \cdot (-4.4) \cdot 3 + \boldsymbol{k} \cdot 0 \cdot 5 - \boldsymbol{k} \cdot 0 \cdot 3 - \boldsymbol{i} \cdot (-4.4) \cdot 5 - \boldsymbol{j} \cdot 0 \cdot 0 = 22\boldsymbol{i} - 13.2\boldsymbol{j}$$

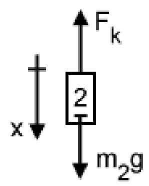
9. Egy csigán átvetett fonál egyik végén 1kg, másik végén 2kg tömeg függ. Mennyi a fonálban ébredő erő a gyorsuló mozgás alatt?

a. 10,3 N **b. 13,3 N** c. 20,3 N d. 30,3 N e. Egyik sem

Felrajzolunk egy ábrát és a szabadtest-diagramokat (a koordináta-rendszer pozitív iránya mindig a mozgás irányába mutasson):







$\sum F = ma$ alapján:	$F_k - m_1 g = m_1 a$	$-F_k + m_2 g = m_2 a$
Behelyettesítve az adatokat:	$F_k - 10 = a$	$-F_k + 20 = 2a$

Mivel a két test gyorsulása megegyezik, behelyettesítünk a 2. egyenletbe:

$$-F_k + 20 = 2(F_k - 10) \Rightarrow F_k = 40/3 = 13.\overline{3}\ N$$

10. Függőleges síkban 1 m hosszú fonálon állandó 5 m/s sebességgel 1 kg tömegű testet forgatunk körbe. Mekkora a fonálerő maximuma?

a. 15 N b. 25 N **c. 35 N** d. 45 N e. Egyik sem

?

11. Egy abroncs gördül végig egy lejtőn, miközben a tömegközéppontja 1 m-rel kerül mélyebbre. Mekkora a sebessége a lejtő alján?

a. 3,16 m/s b. 3,65 m/s **c. 4,47 m/s** d. 4,94 m/s e. Egyik sem

Kinetikus és helyzeti energia szempontjából vizsgáljuk a feladatot. A lejtő tetején a helyzeti energia maximális, a kinetikus zérus; míg a lejtő alján a helyzeti zérus és a kinetikus maximális. Tehát a kezdeti helyzeti energia átalakult kinetikus energiává (tegyük fel, hogy veszteség nélkül):

$$E_{h\uparrow} = mgh = m \cdot 10 \cdot 1 = 10m \qquad = \qquad E_{k\downarrow} = \frac{mv^2}{2}$$

$$10m = \frac{mv^2}{2} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{20} \approx 4.47\ \frac{m}{s}$$

12. Függőleges falról a rá merőlegesen 10 m/s sebességgel érkező 1 kg tömegű labda 9 m/s sebességgel pattan vissza. A kölcsönhatás során átlagosan 95 N erőt fejtett ki. Mekkora volt a kölcsönhatás időtartama?

a. 0,1 s **b. 0,2 s** c. 0,5 s d. 0,8 s e. Egyik sem

A sebesség megváltozása: $\Delta v = 10 - (-9) = 19\, m/s$, mivel a sebességvektor irányt is vált.

$$\sum F = ma \quad \Rightarrow \quad 95 = 1 \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad 95 \cdot \Delta t = 19 \quad \Rightarrow \quad \Delta t = 0.2\ s$$

13. Egy $m_1 = 3$ kg tömegű test tökéletesen rugalmatlanul ütközik egy $m_2 = 7$ kg tömegű testtel. Határozzuk meg, hány százaléka vész el együttes kinetikus energiájuknak az ütközés során, ha az m_2 tömegű test az ütközés előtt nyugalomban volt?

a. 70% b. 59,5% c. 53,2% d. 24,5% e. Egyik sem

Kezdeti impulzus: $I_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 = 3v_1 + 7 \cdot 0 = 3v_1$

Ütközés utáni impulzus: $I_t = (m_1 + m_2)v_t = 10v_t$

Kezdeti energia: $E_0 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{3}{2} v_1^2 + \frac{7}{2} 0^2 = \frac{3}{2} v_1^2$

Ütközés utáni energia: $E_t = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot v_t^2 = 5v_t^2$

Felhasználva az impulzusmegmaradás törvényét: $I_0 = I_t \Rightarrow 3v_1 = 10v_t \Rightarrow v_t = \frac{3}{10} v_1$

Energiák aránya:

$$\frac{E_t}{E_0} = \frac{5v_t^2}{\frac{3}{2}v_1^2} = \frac{5\left(\frac{3}{10}v_1\right)^2}{\frac{3}{2}v_1^2} = \frac{5\frac{9}{100}v_1^2}{\frac{3}{2}v_1^2} = \frac{45}{100} \cdot \frac{2}{3} = \frac{3}{10}$$

Az ütközés utáni energia 3/10-e az ütközés előttinek, tehát a veszteség 70%.

14. Egy $v = -3\boldsymbol{i} + 6\boldsymbol{j} - 2\boldsymbol{k}\ m/s$ sebességű test az $F = 9\boldsymbol{i} + 6\boldsymbol{j} - 7\boldsymbol{k}\ N$ erő hatására mozog. Mekkora az erőhatás pillanatnyi teljesítménye?

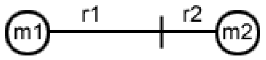
a. 30 W b. 26 W **c. 23 W** d. 19 W e. Egyik sem

$P = \overline{F} \cdot \overline{v}$ (mert Teljesítmény = Munka / Idő, Munka = Erő · Elmozdulás), tehát a két vektor skaláris szorzatát kell venni:

$$P = -3 \cdot 9 + 6 \cdot 6 + (-2) \cdot (-7) = -27 + 36 + 14 = 23\ W$$

15. Súlytalan, 110 cm hosszú, elhanyagolható tömegű merev rúd két végén 8 kg illetve 3 kg tömegű golyók vannak. A rendszer súlyponti tengely körül 5,28 J energiával forog. Mekkora a perdülete?

a. 5,88 kgm^2/s b. 3,14 kgm^2/s c. 6,07 kgm^2/s **d. 5,28 kgm^2/s** e. Egyik sem



(Itt $m_1 = 3$ kg, $m_2 = 8$ kg)

<u>Vonatkozó képletek</u>:

tehetetlenségi nyomaték: $\theta = mr^2$; perdület: $L = \theta\omega$; forgási energia: $E_{rot} = ½\theta\omega^2$

Meghatározzuk a súlypont helyét:

$$r_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} 1.1 = \frac{8.8}{11} = 0.8\ m \Rightarrow r_2 = 0.3\ m$$

Teljes tehetetlenségi nyomaték a testek nyomatékainak összege: $\theta = \theta_1 + \theta_2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 = 3 \cdot 0.8^2 + 8 \cdot 0.3^2 = 2.64\ kgm^2$

Behelyettesítve az energia-képletbe megkapjuk a szögsebességet:

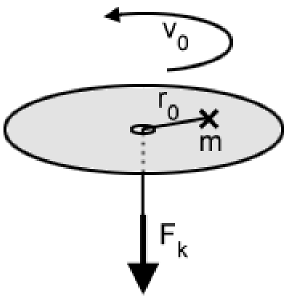
$$5.28 = 0.5 \cdot 2.64 \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega = 2\ rad/s$$

Ezekből a perdület: $L = \theta\omega = 2.64 \cdot 2 = 5.28\ kgm^2/s$

16. Anyagi pontnak tekinthető 4 kg tömegű test vízszintes lemezen fekszik, a súrlódás elhanyagolható. A lemez közepén lyuk van, amelyen keresztül zsineget vezetünk át és a testre erősítjük. A test kezdetben 0,5 m távolságra van a középponttól és ekkor 4 m/s sebességgel a tömegközéppont körüli mozgásra indítjuk. A zsineggel előbb körpályán tartjuk, majd befelé húzzuk a testet. A zsineg 600 N feszítőerőnél szakad el. Mekkora sugarú körön mozgott ekkor a test? (Tipp: Tekintsük a feladatot az impulzusmomentum illetve a perdület szemszögéből.)

a. 2,4 cm **b. 29,9 cm** c. 12 cm d. 41,2 cm e. Egyik sem

A feladat megoldásához a perdületmegmaradás tételét használjuk fel.



Ábrán: $v_0 = 4$ m/s, $m = 4$ kg, $r_0 = 0.5$ m, F_k = kötélerő

Kiszámoljuk a kezdeti szögsebességet, tehetetlenségi nyomatékot és perdületet:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\frac{v_0}{K_0} = 2\pi\frac{4}{2\pi r_0} = \frac{4}{0.5} = 8\ \frac{rad}{s}$$

$$\Theta_0 = mr_0^2 = 4 \cdot 0.5^2 = 1\ kgm^2$$

$$L_0 = \Theta_0\omega_0 = 8 \cdot 1 = 8\frac{kgm^2}{s}$$

Ismerve a szakadási kötélerőt (mely a centripetális erőnek felel meg), meghatározzuk a maximális centripetális gyorsulást:

$$F_{cp} = ma_{cp} \quad \Rightarrow \quad a_{cpsz} = \frac{600}{4} = 150\frac{m}{s^2}$$

Ebből a tangenciális sebesség: $v_{sz} = \sqrt{r_{sz}a_{cpsz}} = \sqrt{150r_{sz}}$

Az r_{sz} sugár függvényében kifejezzük a szakadási perdületet:

$$L_{sz} = \Theta_{sz}\omega_{sz} = mr_{sz}^2 \cdot \frac{v_{sz}}{r_{sz}} = 4r_{sz}v_{sz} = 4r_{sz}\sqrt{150r_{sz}}$$

Mivel a perdület megmarad:

$$L_0 = L_{sz} \quad \Rightarrow \quad 8 = 4r_{sz}\sqrt{150r_{sz}} \quad \Rightarrow \quad r_{sz} = 0.299\ m = 29.9\ cm$$

17. Egy állandó vastagságú lemez síkjára merőleges két különböző tengelyére mérésekből ismerjük a tehetetlenségi nyomatékát (Θ_1 = 1 kgcm^2, Θ_2 = 2 kgcm^2), valamint a tömegközépponttól mért távolságát (d_1 = 1 cm, d_2 = 3 cm). Határozza meg a mérési eredmények birtokában, a lemez tehetetlenségi nyomatékát a tömegközépponton átmenő és a lemez síkjára merőleges tengelyre!

a. 0,125 kgcm^2 b. 055 kgcm^2 **c. 0,875 kgcm^2** d. 1,2 kgcm^2 e. Egyik sem

Steiner-tétel értelmében ($\Theta' = \Theta_{\text{tömegkp}} + mr^2$):

$$\Theta_1 = \Theta_k + md_1^2 \Rightarrow \Theta_k + m = 1$$

$$\Theta_2 = \Theta_k + md_2^2 \Rightarrow \Theta_k + 9m = 2$$

Megoldva az egyenletrendszert: Θ = 7/8 = 0.875 kgcm^2

18. Egy gőzmozdony 20 m/s sebességgel közeledik a megfigyelőhöz. A mozdonyvezető a mozdony sípjának alaphangját 300 Hz rezgésszámúnak hallja. Mennyivel változik a síphang felharmonikusainak frekvenciája a nyugvó megfigyelő szerint, ha n>= 1 egész? (c= 330 m/s)?

a. n·9 Hz **b. n·19 Hz** c. n·29 Hz d. n·16 Hz e. Egyik sem

Doppler-effektus alapján a megfigyelő

$$f = \frac{c + v_{megf}}{c - v_{forr}} f_0 = \frac{330 + 0}{330 - 20} \cdot 300 \approx 319.4\, Hz$$

frekvenciát érzékel, ebből a felharmonikusok különbsége: $n \cdot (319 - 300) = n \cdot 19\, Hz$

19. Az északi sarkon egyenesen megcélzott vízszintes irányú lövést adunk le egy 500 m-re lévő tárgyra, a lövedék sebessége 500 m/s. Milyen irányba és milyen eltéréssel csapódik be a lövedék a cél mellé, ha első közelítésben feltételezzük, hogy a lövedék rövid röpte alatt nem hagyja el a vízszintes síkot, és a rá ható eltérítő erő állandónak vehető?

a. balra 0,036m b. jobbra 0,056 m **c. jobbra 0,036m** d. jobbra 0,016 m e. Egyik sem

A Föld Nyugatról Keletre forog, tehát az Északi-sarkon állva balra történő forgást tapasztalunk. A golyó alatt elfordul a Föld, ezért enyhén **jobbra** fog becsapódni.

$$\omega_{Föld} = \frac{2\pi}{24 \cdot 60 \cdot 60} \approx \frac{1}{13751} \frac{rad}{s}$$

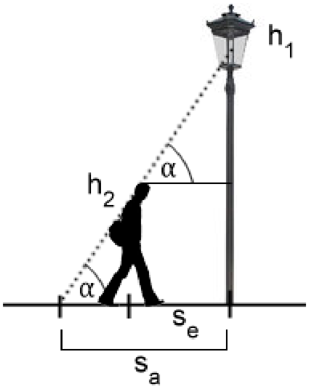
Ebből r = 500 m-re a kerületi sebesség:

$$v_t = r\omega = 500 \cdot \frac{1}{13751} \approx 0.036 \frac{m}{s}$$

Mivel a golyó 1 s-ig repül: $s = v_t t = 0.036 \cdot 1 = 0.036\, m$

20. Egy h_2 magasságú ember állandó c sebességgel halad a föld felett h_1 magasságban elhelyezett lámpa alatt. Mekkora v sebességgel mozog az ember árnyékának végpontja a földön?

a. c   b. $c \cdot h_1/h_2$ **c. $c \cdot h_1/(h_1 - h_2)$**   d. $c \cdot h_2/(h_1 - h_2)$ e. Egyik sem



Felrajzolunk egy ábrát:

$tg\alpha = (h_1 - h_2)/s_e$ a felső, kisebbik háromszögből. A gyalogos $t = s_e/c$ idő alatt ér a lámpához, ugyanennyi idő alatt kerül az árnyék végpontja a lámpa alá. Megadjuk s_a távolságot a többi adat függvényében: $s_a = h_1/tg\alpha$. Ezekből az árnyék sebessége:

$$v = \frac{s_a}{t} = \frac{\frac{h_1}{tg\alpha}}{\frac{s_e}{c}} = \frac{h_1}{tg\alpha} \cdot \frac{c}{s_e} = \frac{h_1}{h_1 - h_2} \cdot s_e \cdot \frac{c}{s_e} = c\frac{h_1}{h_1 - h_2}$$

21. V= 5 l térfogatú és 200 kPa nyomású hélium gázt állandó nyomáson melegítünk mindaddig, amíg a térfogata 10 l nem lesz. Mennyivel változott a gáz belső energiája?

a. 5000 J   b. 1000 J   **c. 1500 J**   d. 2000 J   e. Egyik sem

$$\Delta U = \frac{3}{2}p\Delta V = \frac{3}{2} \cdot 200 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 1500\,J$$

(A hőkapacitás 3/2, mert egyatomos gázról van szó)

22. 100 kPa nyomású és 200 m3 térfogatú levegőt (2 atomos!) állandó térfogaton melegítünk, amíg 300 kPa lesz a nyomása. Mennyivel változott meg a gáz belső energiája?

a. 10^3 J   b. 10^2 J   **c. 10^8 J**   d. 10^6 J   e. Egyik sem

$$\Delta U = \frac{5}{2}\Delta pV = \frac{5}{2} \cdot 200 \cdot 10^3 \cdot 200 = 10^8\,J$$

(A hőkapacitás 5/2, mert kétatomos gázról van szó)

23. Mólnyi mennyiségű egyatomos gázzal mennyi hőt kell közölni állandó nyomáson, hogy belső energiája 900 J-lal növekedjék?

a. 1500 J b. 694 J c. 206 J d. 144 J e. Egyik sem

Belső energia változása egyatomos gáz és izobar folyamat esetén: $\Delta U = \frac{3}{2}p\Delta V$, munkavégzés: $W = p\Delta V$. A két egyenletből $900 = \frac{3}{2}W \Rightarrow W = 600\,J$.

Termodinamika I. főtétele alapján: $\Delta U = \delta Q - \delta W \Rightarrow \delta Q = 900 + 600 = 1500\,J$

24. Egy Carnot-gép a 400 K és 300 K hőmérséklet között működik. Mekkora a hőerőgép által végzett munka, ha 600 J hőt vesz fel a magasabb hőmérsékletű hőtartályból?

a. 150 J b. 120 J c. 200 J d. 260 J e. Egyik sem

Hatásfok = Kinyert munka / Befektetett hő = 1 – (Hideg tartány / Meleg tartány hőmérséklete)

$$\eta = \frac{W}{Q} = 1 - \frac{T_H}{T_M} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{300}{400} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{W}{600} = \frac{1}{4} \Rightarrow W = \frac{600}{4} = 150\,J$$

25. Egy 20 l térfogatú edény hidrogén és hélium keveréket tartalmazza 20°C hőmérsékleten és 2 bar nyomáson, a gázkeverék tömege 5g. Hány gramm ebből a hidrogén? (M_H= 2g/mol, M_{He}= 4g/mol, R= 8,314 J·mol^{-1}·K^{-1})?

a. 0,65 g b. 2,43 g **c. 1,56 g** d. 0,87 g e. Egyik sem

SI-ben számolunk, kivéve a tömeget: 20 L = 0.02 m^3, 20 °C = 293 K, 2 bar = 2×10^5 Pa.

Ideális gáztörvénnyel kiszámoljuk a teljes anyagmennyiséget:

$$pV = nRT \Rightarrow 2 \cdot 10^5 \cdot 0.02 = n \cdot 8.314 \cdot 293 \Rightarrow n = 1.642\,mol$$

Ebből a keverék moláris tömege: $M = m/n = 5/1.642 = 3.045\ \ g/mol$,

ez kifejezhető így is (itt felhasználjuk az n = m/M képletet):

$$M = \frac{m_H + m_{He}}{n_H + n_{He}} = \frac{m_H + m_{He}}{\frac{m_H}{M_H} + \frac{m_{He}}{M_{He}}} = \frac{m_H + (m - m_H)}{\frac{m_H}{2} + \frac{m - m_H}{4}} = \frac{5}{\frac{m_H}{2} + \frac{5 - m_H}{4}}$$

tehát:

$$3.045 = \frac{5}{\frac{m_H}{2} + \frac{5 - m_H}{4}} \Rightarrow m_H \approx 1.56\,g$$

26. Hány mól 1 m3 normál állapotú kriptongáz?

a. 15 b. 23 c. 36 **d. 45** e. Egyik sem

Normál állapot: 0 °C (273 K), 100 kPa (régiesen: 101.325 kPa). Ideális gáztörvénnyel:

$$pV = nRT \quad \Rightarrow \quad 100 \cdot 10^3 \cdot 1 = n \cdot 8.314 \cdot 273 \quad \Rightarrow \quad n \approx 45\, mol$$

27. 100 literes edényben lévő ideális gáz tömegét 1kg-mal csökkentve a nyomás 1 MPa-lal csökken. Mekkora a gáz sűrűsége 10MPa nyomáson?

a. 25 kg/m3 **b. 100 kg/m3** c. 125 kg/m3 d. 85 kg/m3 e. Egyik sem

Ideális gáztörvényből (hőmérséklet és moláris tömeg állandó):

$$pV = nRT \;\Rightarrow\; \Delta pV = \frac{\Delta m}{M}RT \;\Rightarrow 10^6 \cdot 0.1 = \frac{1}{M}RT$$

Felírva 10 MPa-ra:

$$p_{max}V = \frac{m}{M}RT \Rightarrow 10^7 \cdot 0.1 = m \cdot \frac{1}{M}RT \Rightarrow m = \frac{10^6}{10^5} = 10\, kg$$

Ismerve a tömeget és térfogatot, a sűrűség:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{10}{0.1} = 100\, \frac{kg}{m^3}$$

28. Egy 110 l térfogatú ballonban 0,8 kg hidrogéngáz (M = 2 g/mol) és 1,6 kg oxigéngáz (M = 32 g/mol) van, 20 °C hőmérsékleten. Mekkora a keverék nyomása?

a. 50 kPa b. 500 kPa c. 1 MPa **d. 10 MPa** e. Egyik sem

Meghatározzuk a keverék mólszámát: $n = n_O + n_H = m_O/M_O + m_H/M_H = 1.6/0.032 + 0.8/0.002 = 450\, mol$

Alkalmazva az ideális gáztörvényt (SI mértékegységekkel! Kelvin, kg, m^3, stb.):

$$pV = nRT \Rightarrow p = \frac{nRT}{V} = \frac{450 \cdot 8.314 \cdot 293}{0.11} \approx 9.97 \approx 10\, MPa$$

29. Egy edényben mólnyi mennyiségű oxigéngáz (M = 32 g/mol) van, nyomása 25 kPa. Változatlan hőmérsékleten mennyi nitrogéngázt (M = 28 g/mol) kell az edénybe vinni, hogy a nyomás 100 kPa legyen?

a. 32 g b. 64 g **c. 84 g** d. 96 g e. Egyik sem

Változatlan a hőmérséklet és a térfogat, tehát V/T állandó:

$$p_{ox}V = n_{ox}RT \Rightarrow \frac{V}{T} = \frac{R}{25 \cdot 10^3}$$

A nitrogén parciális nyomása 100 - 25 = 75 kPa; ezekből mólszáma:

$$p_N V = n_N RT \Rightarrow n_N = \frac{p_N}{R} \cdot \frac{V}{T} = \frac{75 \cdot 10^3}{R} \cdot \frac{R}{25 \cdot 10^3} = \frac{75 \cdot 10^3}{25 \cdot 10^3} = 3\ mol,$$

tömege:

$$n = \frac{m}{M} \Rightarrow m_N = n_N M_N = 3 \cdot 28 = 84\ g$$

30. Mekkora a termodinamikai valószínűsége annak a 8 részecskéből álló rendszernek, amelynek makroeloszlása 0 2 1 0 2 3?

a. 0,6 b. 96 c. 580 **d. 1680** e. Egyik sem

?

31. Egy mólnyi ideális gáz izoterm módon 104 Pa-ról 10 Pa-ra terjed ki. Mennyi az entrópia megváltozása?

a. 57 J/K b. 255 J/K c. 6523 J/K d. 606 J/K e. Egyik sem

?

32. 1 kg tömegű levegőt adiabatikusan térfogatának hatodrészére komprimálunk, majd ezen a térfogaton a nyomását 1,5-szeresére növeljük. Határozza meg az entrópia változást a folyamat alatt! ($M_{levegő}$= 29 g/mol)

a. 290,6 J/K b. 293 J/K c. 158 J/K d. 327 J/K e. Egyik sem

?

33. Mennyi adiabatikus munkavégzéssel lehet 1 kg oxigén gázt 20 °C-ról 500 °C-ra melegíteni?

a. 312 kJ b. 254 kJ c. 203 kJ d. 114 kJ e. Egyik sem

Adiabatikus: nincs hőközlés a rendszer és környezete között ($\Delta Q = 0$).

Ismerve az oxigén (2 atomos!) moláris tömegét (M_{ox} = 32 g/mol = 0.032 kg/mol), kiszámítjuk a gáz mólszámát:

$$n = \frac{m}{M} = \frac{1}{0.032} = 31.25\, mol$$

Ebből a munkavégzés (5/2 szorzó a kétatomos gáz miatt):

$$\Delta \mathrm{U} = \Delta W = \frac{5}{2} nR\Delta T = \frac{5}{2} \cdot 31.25 \cdot 8.314 \cdot 480 \approx 312\, kJ$$