1. Ellenőrző kérdések a gyakorlathoz

1. Adja meg az $\delta(t)$, $1(t)$, e^{2t}, $t\,e^{3t}$ függvények Laplace transzformáltját!
2. Adja meg az $f(t)$ függvény *deriváltjának* és *integráljának* Laplace transzformáltját, ha az $f(t)$ függvény Laplace transzformáltja $F(s)$!
3. Adja meg a szabályozási kör hatásvázlatát, a benne szereplő blokkok és jelek elnevezését!
4. Adja meg az egytárolós tag átviteli függvényét, amplitúdó- és fázis-jelleggörbéjét és a fázis jó közelítő értékét $0.1/T, 1/T, 10/T$ körfrekvenciákon!
5. Adja meg az egytárolós tag átmeneti függvényét (ugrásválaszát)! Hol metszi a kezdeti érintő a végérték egyenesét? Hány T után állandósul gyakorlatilag az átmeneti függvény?
6. Adja meg a kéttárolós lengő tag átviteli függvényét és pólus/zérus eloszlását! Hogyan függ a pólus valós és képzetes része a csillapítástól és a csillapítatlan sajátfrekvenciától? Milyen csillapítás tartományban van rezonanciája az amplitúdó-jelleggörbének? Milyen csillapítás tartományban van túllövése az átmeneti függvénynek?
7. Adja meg egy kéttárolós lengő tag átmeneti függvényének főbb jellemzőit (túllövés, első maximumig terjedő idő) a csillapítatlan sajátfrekvenciájának és a csillapításának segítségével!
8. Adja meg a kéttárolós lengő tag átmeneti függvényének a végérték α%-os sávjába kerüléséhez szükséges $T_{\alpha\%}$ időt a domináns pólus valós részének σ_e paraméterével kifejezve!
9. Adja meg egy kéttárolós lengő tag (általános) átviteli függvényét és az abban szereplő T időállandó és a ξ csillapítás értékét, ha a lengő tag pólusai:

$$s_{1,2} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \pm j\frac{1}{\sqrt{2}}$$

10. Adja meg egy folytonosidejű LTI rendszer állapotegyenletének általános alakját! Mi a kapcsolat az állapotegyenlet mátrixai és az átviteli függvény között? Milyen kapcsolat van a rendszer pólusai és sajátértékei között?
11. Legyen egy rendszer átviteli függvénye

$$W(s) = \frac{2}{s+10}$$

Adja meg a rendszer sajátértékét, pólusát, statikus erősítését és átmeneti függvényét! Mi a különbség a *zpk* alak *k*-ja és a statikus (dc) erősítés értéke között?

12. Legyen egy rendszer átviteli függvénye

$$W(s) = \frac{2}{s+10}$$

Adja meg a rendszer időállandóját, rajzolja fel aszimptotikus amplitúdó menetét, és adja meg a pontos fázisfüggvényt!

13. Legyen egy rendszer átviteli függvénye:

$$W(s) = \frac{s+1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}$$

Adja meg a rendszer sajátértékeit, pólusait, zérusait, T időállandóját (a csillapítatlan sajátfrekvencia reciprokát) és ξ csillapítását!

14. Legyen egy rendszer átviteli függvénye:

$$W(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}$$

Adja meg a rendszer aszimptotikus amplitúdó menetét és a fázisfüggvény kezdeti és végértékét!

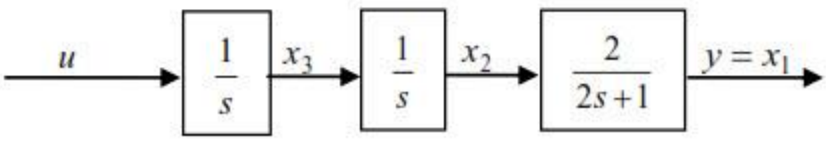
15. Adja meg az

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u$$

$$y = x_1$$

állapotegyenlettel leírható rendszer karakterisztikus polinomját, sajátértékeit és az átviteli függvény pólusait!

16. Egy u bemenetű és y kimenetű időinvariáns SISO lineáris rendszer hatásvázlata az alábbi:



Adja meg az állapotegyenletet az ábrán feltüntetett állapotválasztás mellett! Mik az állapotmátrix sajátértékei? Adja meg az eredő átviteli függvényt és annak pólusait! Adja meg a SISO rendszerhez tartozó pólus-zérus eloszlást a komplex számsíkon!

17. Adja meg az LTI rendszer Control System Toolboxban lehetséges 3 reprezentációjának általános alakját! Adja meg a leírások közötti konverzióra szolgáló függvényeket!
18. Definiálja a

$$\dot{x} = f(x,u) \qquad x \in R^n;\ u \in R^r$$

$$y = h(x,u) \qquad y \in R^m$$

nemlineráis állapotegyenlettel adott rendszer egyensúlyi állapotát és a hozzá tartozó bemenetet és kimenetet! Adja meg egy egyensúlyi állapot környezetében érvényes lineáris állapotegyenlet mátrixainak számítására szolgáló kifejezéseket!

2. Ellenőrző kérdések a gyakorlathoz

1. Mi a folytonosidejű SISO időinvariáns lineáris rendszer felnyitott kör $W_0(s)$ átviteli függvényének szabályozástechnikában szokásos általános alakja? Hogyan értelmezzük a felnyitott kör körerősítését és típusszámát?

2. A felnyitott kör $W_0(s)$ átviteli függvénye legyen
$$W_0(s) = \frac{25(s+0.1)}{s(s+1)(s+5)}.$$
Adja meg a felnyitott kör $W_0(s)$ átviteli függvényét a szabályozástechnikában szokásos általános alakban, amelyből közvetlenül leolvasható a felnyitott kör körerősítése és típusszáma!

3. A felnyitott kör $W_0(s)$ átviteli függvénye legyen
$$W_0(s) = \frac{10}{s(1+0.1s)}.$$
Rajzolja fel a felnyitott kör $a_{dB}(\omega)$ <u>aszimptotikus</u> amplitúdó-jelleggörbéjét, jelölje be abban K értékét, és az ábrát egészítse ki a <u>pontos</u> $\varphi(\omega)$ fázis-jelleggörbével! Határozza meg az ábrák alapján az ω_c vágási frekvenciát és a φ_t fázistöbbletet!

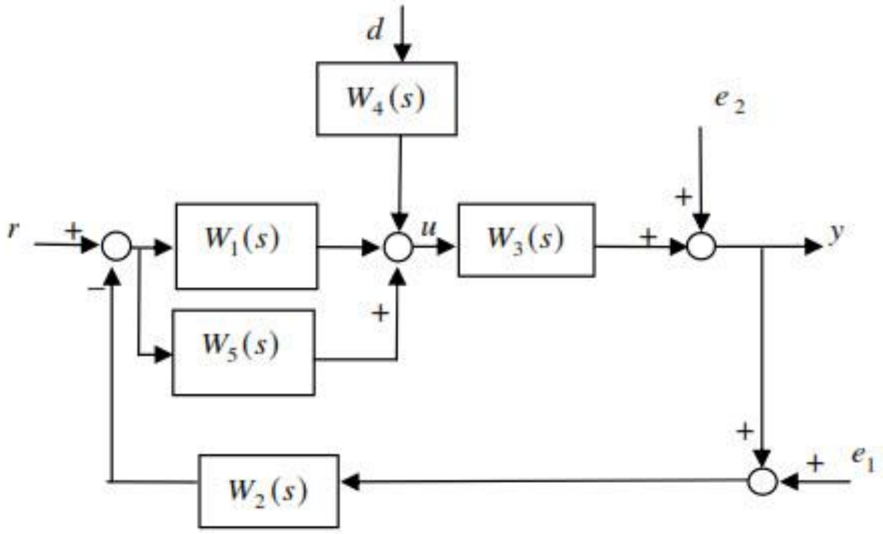
4. A felnyitott kör $W_0(s)$ átviteli függvénye legyen
$$W_0(s) = \frac{10(1+s)}{s^2(1+0.1s)}.$$
Rajzolja fel a felnyitott kör $a_{dB}(\omega)$ <u>aszimptotikus</u> amplitúdó-jelleggörbéjét, jelölje be abban K értékét, és határozza meg az ábra alapján az ω_c vágási frekvenciát! Segítség: Mennyi K/ω^2 értéke $\omega = 1$ estén?

5. A felnyitott kör $W_0(s)$ átviteli függvénye legyen
$$W_0(s) = \frac{0.05(1+100s)}{s(1+10s)(1+2s)}.$$
Rajzolja fel a felnyitott kör $a_{dB}(\omega)$ <u>aszimptotikus</u> amplitúdó-jelleggörbéjét és határozza meg az abból következő ω_c vágási frekvenciát!

6. A felnyitott kör $W_0(s)$ átviteli függvénye legyen
$$W_0(s) = \frac{0.05(1+100s)}{s(1+10s)(1+2s)}.$$

Határozza meg a felnyitott kör $\varphi(\omega)$ pontos fázis-jelleggörbéjét képletszerűen az egyes alaptagok fázisainak előjelhelyes összegeként radiánban és fokban!

7. Tekintsük az alábbi ábrán látható rendszert:



Adja meg a $W_{yr}(s)$, $W_{ur}(s)$, $W_{yd}(s)$, $W_{ye_1}(s)$, $W_{ye_2}(s)$, $W_{ud}(s)$, $W_{ue_1}(s)$, $W_{ue_2}(s)$ átviteli függvényeket! Megjegyzés: Az első index a kimenetet, a második index a bemenetet jelöli az átviteli függvényekben.

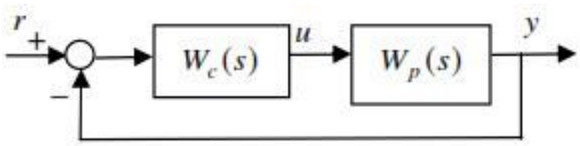
8. Egy szabályozott szakasz átviteli függvénye:

$$W_p(s) = \frac{A(1+s\tau_1)}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)}$$

A statikus erősítés és az időállandók értéke legyen rendre:

$A = 10,\ T_1 = 100\,\text{sec},\ T_2 = 10\,\text{sec},\ T_3 = 1\,\text{sec},\ \tau_1 = 10\,\text{sec}$.

A szabályozott szakaszt az ábra szerint visszacsatoljuk $W_c(s) = 1$ mellett.



Rajzolja fel a felnyitott kör $a_{dB}(\omega)$ aszimptotikus amplitúdó-jelleggörbéjét és a $\varphi(\omega)$ fázis-jelleggörbét! Adja meg a rendszer törésponti frekvenciáit! Becsülje meg a rendszer vágási frekvenciáját, fázistartalékát, erősítéstartalékát!

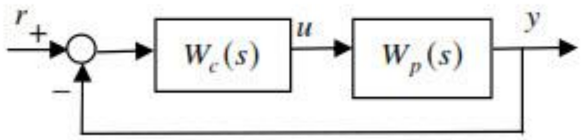
9. Egy szabályozott szakasz átviteli függvénye:

$$W_p(s) = \frac{A}{s(1 + sT_1)}$$

A statikus erősítés és az időállandók értéke legyen rendre:

$$A = 10,\ T_1 = 0.01\,\text{sec}$$

A szakaszt az ábra szerint visszacsatoljuk $W_c(s) = 1$ mellett.



Rajzolja fel a felnyitott kör $a_{dB}\omega)$ aszimptotikus amplitúdó-jelleggörbéjét és a $\varphi(\omega)$ fázis-jelleggörbét! Adja meg a rendszer törésponti frekvenciáit! Becsülje meg a rendszer vágási frekvenciáját, fázistartalékát, erősítéstartalékát! Milyen konstans $W_c(s) = K$ értéktartományban lesz pozitív a felnyitott kör fázistartaléka?

10. Egy szabályozott szakasz átviteli függvénye:

$$W_p(s) = \frac{A}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)}$$

A statikus erősítés és az időállandók értéke legyen rendre:

$$A = 10,\ T_1 = 1\,\text{sec},\ T_2 = 10\ \text{sec}$$

Adja meg a <u>szakasz</u> pólusait, zérusait és a karakterisztikus egyenletét! Hova konvergál a $W_p(s)$ szakasz $v_p(t)$ átmenet függvénye (ugrásválasza) $t \to \infty$ és $t = 0$ esetén? Mi lesz a <u>zárt</u> rendszer $W(s)$ átviteli függvénye, ha a kimenetet ún. egységnyi merev visszacsatolással negatívan visszacsatoljuk a bemenetre? Hova konvergál a zárt rendszer $v(t)$ átmeneti függvénye $t \to \infty$ esetén?

11. Egy szabályozott szakasz átviteli függvénye:

$$W_p(s) = \frac{A}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)}$$

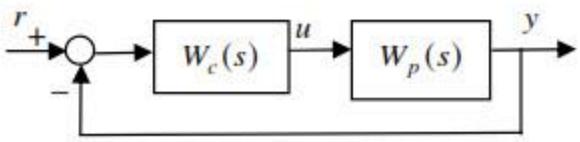
A statikus erősítés és az időállandók értéke legyen rendre:

$$A = 10,\ T_1 = 100\,\text{sec},\ T_2 = 10\,\text{sec},\ T_3 = 1\,\text{sec}$$

A szakaszt az alábbi ábra szerint visszacsatoljuk az a) vagy b) szabályozóval, ahol

a) $W_c(s) = 1$

b) $W_c(s) = \dfrac{1+s\tau_1}{1+sT_4}$, $\tau_1 = 100\,\text{sec}$, $T_4 = 10\,\text{sec}$

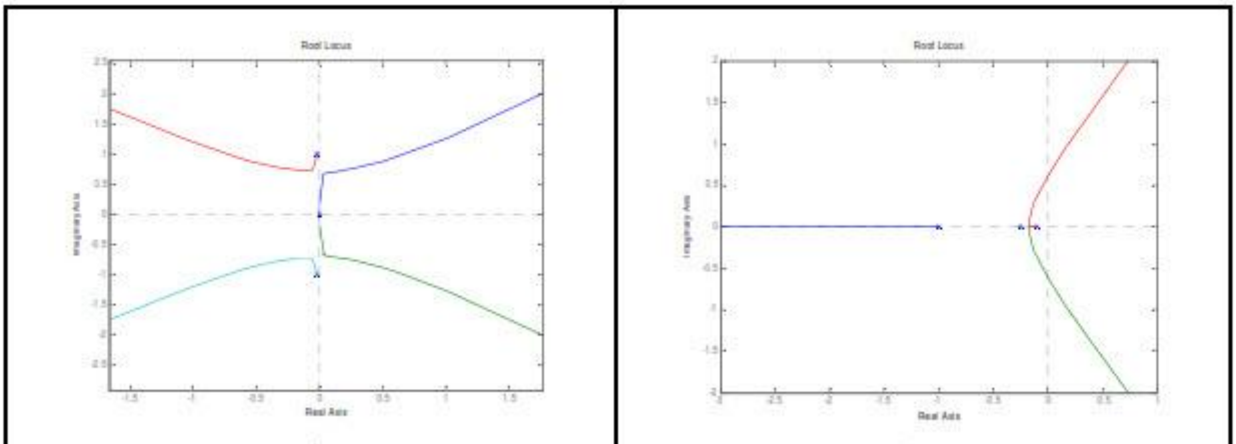


Melyik szabályozót alkalmazná, ha az elsődleges cél:

1. eset: Nagy fázistartalék elérése.
2. eset: Az állandósult hiba minimalizálása.
3. eset: A $t = 0$ helyen megjelenő beavatkozó jel abszolút értékének minimalizálása.

Válaszát minden esetben indokolja is!

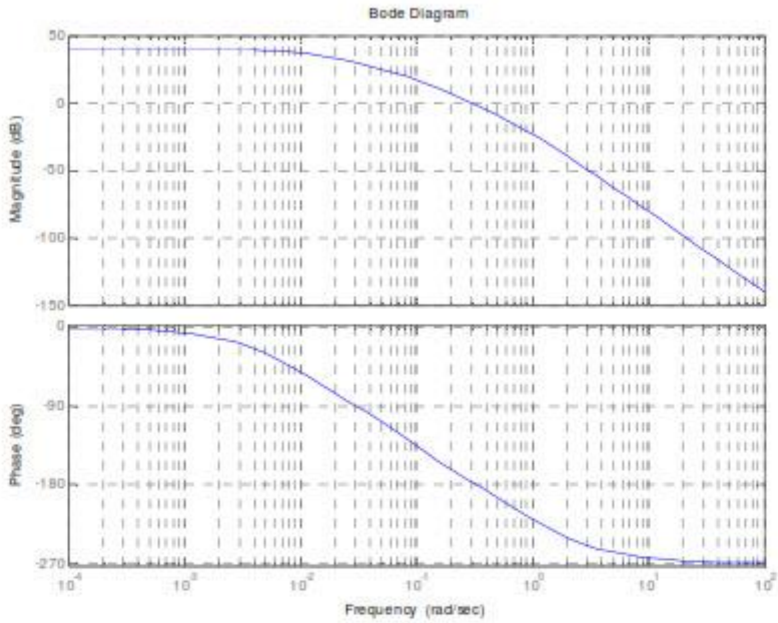
12. Az alábbi ábrán két szabályozási kör gyökhelygörbéjét (root locus) láthatjuk:



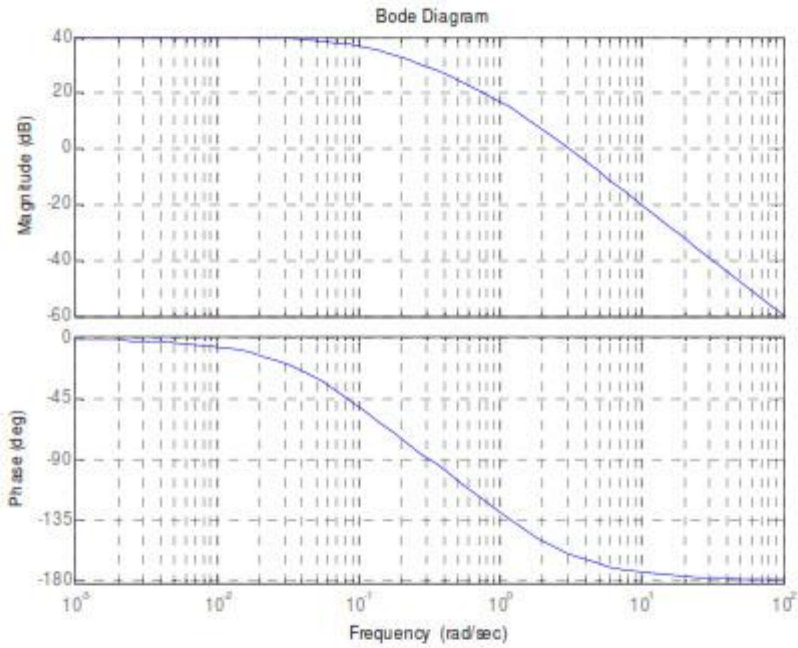
a) b)

Melyik esetben tervezhető stabilis zárt kört adó szabályozás a körerősítés hangolásával?

13. A két ábrán két szabályozási kör felnyitott körének Bode-diagramja látható:



a)



b)

Melyik esetben nagyobb az erősítéstartalék, illetve a fázistartalék?

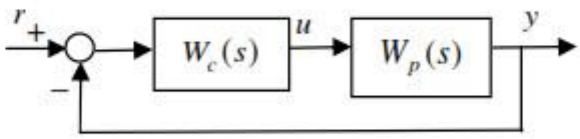
14. Adott két szabályozási rendszer, két felnyitott körrel:

$$W_{01}(s) = \frac{10}{s(s+10)} \qquad\qquad W_{02}(s) = \frac{10}{(s+1)(s+10)}$$

Melyik esetben kisebb az állandósult hiba a zárt szabályozási körben egységugrás alapjel esetén? Válaszát indokolja is!

15. Az alábbi ábrán látható szabályozási rendszerben

$$W_c(s) = K\,, \quad W_p(s) = \frac{10}{(1+s)(1+10s)}$$



Adja meg a <u>zárt</u> rendszer pólusait, zérusait, statikus erősítését és karakterisztikus egyenletét K függvényében!

16. Egy szabályozási kör specifikációjában az állandósult hiba egy ugrásalakú alapjelváltozás esetén az alapjelváltozást követő $T_{1\%}$ idő után nem haladhatja meg az alapjelváltozás 1% át, miközben a tranziensnél maximum $\Delta v\%$ túllövés engedhető meg. A specifikáció milyen csillapítatlan körfrekvenciájú és csillapítású kéttárolós lengő tagnak (zárt kör domináns pólusnak) felel meg?

17. Adja meg $W_p(s)$, $W_c(s)$, $W_0(s)$, $W_{cl}(s)$ képletszerű alakját s-ben, ha a Matlab CST-ben a következő utasítások szerepeltek:

```
Wp=tf(1,conv([1 1],[0.1 1]));
Wc=series(tf(10,1),parallel(tf(1,1),tf(1,[1 0])));
W0=series(Wp,Wc);
Wcl=feedback(W0,tf(1,1),-1);
```

Adja meg a zárt szabályozási kör hatásvázlatát, és abban tüntesse fel az összekapcsolt komponenseket! Adja meg a zárt szabályozási kör pólus/zérus eloszlását, amely megfelel $W_{cl}(s)$-nek!

18. Adja meg $W_p(s)$, $W_c(s)$, $W_0(s)$, $W_{cl}(s)$ képletszerű alakját s-ben, ha a Matlab CST-ben az alább részletezett utasítások szerepeltek! Vázolja fel a figure(1) ábra tartalmát az utasítássorozat után!

```
clc
Wp=tf(1,conv([1 1],[0.1 1]))
Wc=series(tf(10,1),parallel(tf(1,1),tf(1,[1 0])))
W0=series(Wp,Wc)
%W0=minreal(W0)
Wcl=feedback(W0,tf(1,1),-1)
Wcl_zpk=zpk(Wcl)
%[w,d,p]=damp(Wcl)
pause
figure(1)
subplot(2,1,1)
step(Wcl)
pause
subplot(2,1,2)
pzmap(Wcl)
pause
```

Írja le azokat a lépéseket, amelyekkel hasonló ábrát lehet előállítani az `ltiview` szolgáltatásaival!

19. Adja meg $W_p(s)$, $W_c(s)$, $W_0(s)$, $W_{cl}(s)$ képletszerű alakját s-ben, ha a Matlab CST-ben az alább részletezett utasítások szerepeltek! Mi lesz a `damp` utasítás hatása a command window-ban? Vázolja fel a figure(1) ábra tartalmát az utasítássorozat után!

```
clc
Wp=tf(1,conv([1 1],[0.1 1]))
Wc=series(tf(10,1),parallel(tf(1,1),tf(1,[1 0])))
W0=series(Wp,Wc)
W0=minreal(W0)
Wcl=feedback(W0,tf(1,1),-1)
Wcl_zpk=zpk(Wcl)
[w,d,p]=damp(Wcl)
pause
figure(1)
subplot(2,1,1)
step(Wcl)
pause
subplot(2,1,2)
pzmap(Wcl)
pause
```

Írja le azokat a lépéseket, amelyekkel hasonló ábrát lehet előállítani az `ltiview` szolgáltatásaival!

20. Adja meg $W_p(s), W_c(s), W_0(s), W_{cl}(s)$ képletszerű alakját s-ben, ha a Matlab CST-ben az alább részletezett utasítások szerepeltek! Mi lesz a `damp` utasítás hatása a command window-ban? Vázolja fel az `ltiview` utasítás hatására megjelenő ábrát az utasítássorozat után!

```
clc
Wp=tf(1,conv([1 1],[0.1 1]))
Wc=series(tf(10,1),parallel(tf(1,1),tf(1,[1 0])))
W0=series(Wp,Wc)
W0=minreal(W0)
Wcl=feedback(W0,tf(1,1),-1)
Wcl_zpk=zpk(Wcl)
[w,d,p]=damp(Wcl)
pause
ltiview({'step';'pzmap'},Wcl)
pause
```

3. Ellenőrző kérdések a gyakorlathoz

1. Adja meg az ideális PID szabályozó átviteli függvényének szabályozástechnikában szokásos alakját. Adja meg a szabályozó pólus/zérus eloszlását és annak feltételét a paraméterek függvényében, hogy a zérushelyek valósak legyenek.
2. Adja meg az ideális PID szabályozó átviteli függvényének szabályozástechnikában szokásos alakját. Adja meg a szabályozó pólus/zérus eloszlását, aszimptotikus amplitúdó-menetét és a pontos fázisfüggvényt.
3. Adja meg a (D-hatásban) közelítő PID szabályozó átviteli függvényének szabályozástechnikában szokásos alakját és átmeneti függvényét. Rajzolja fel az átmeneti függvény alakját, és adja meg, hogyan határozhatók meg abból a szabályozó paraméterei.
4. Adja meg a (D-hatásban) közelítő PID szabályozó átviteli függvényének szabályozástechnikában szokásos alakját. Adja meg a szabályozó pólus/zérus eloszlását és annak feltételét a paraméterek függvényében, hogy a zérushelyek valósak legyenek.
5. Adja meg a (D-hatásban) közelítő PID szabályozó átviteli függvényének szabályozástechnikában szokásos alakját. Adja meg a szabályozó pólus/zérus eloszlását, aszimptotikus amplitúdó-menetét és a pontos fázisfüggvényt. Milyen előnyös tulajdonságai vannak a szabályozónak, amelyeket ki lehet használni a kompenzálásban?
6. Adja meg a Hurwitz-stabilitáskritériumot, ha a felnyitott kör karakterisztikus egyenlete $a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_n = 0$ és $a_n > 0$.
7. A felnyitott kör átviteli függvénye
$$W_0(s) = \frac{b_{n-1}s^{n-1} + \cdots b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_n}.$$
Adja meg a zárt rendszer karakterisztikus egyenletét és a gyökök összefüggését a zárt rendszer stabilitásával.
8. A felnyitott kör $W_0(s)$ átviteli függvénye legyen
$$W_0(s) = \frac{25(s+0.1)}{s(s+1)(s+5)}.$$
Adja meg a zárt rendszer karakterisztikus egyenletét és döntse el a Hurwitz-kritérium alkalmazásával, stabil lesz-e a zárt rendszer.

9. Adja meg a Nyquist-féle stabilitáskritérium általános alakját, ha a felnyitott körnek P darab labilis pólusa van.

10. Adja meg a Nyquist-féle stabilitáskritérium alakját, ha a felnyitott kör labilis pólusai $s_{1,2} = 1 \pm j10$.

11. Adja meg a Bode-féle stabilitáskritérium általános alakját, ha a felnyitott körnek nincsenek labilis pólusai. Mi a vágási frekvencia és a fázistöbblet definíciója?

12. A felnyitott kör $W_0(s)$ átviteli függvénye legyen

$$W_0(s) = \frac{25(s+0.1)}{s(s+1)(s+5)}.$$

Adja meg a felnyitott kör <u>aszimptotikus</u> amplitúdó-diagramját és határozza meg abból a vágási frekvenciát. Adja meg a fázisfüggvény pontos kifejezését a vágási frekvencia helyén és a fázistöbblet számítására szolgáló képletet. Stabil lesz-e a zárt rendszer?

13. A felnyitott kör $W_0(s)$ átviteli függvénye legyen

$$W_0(s) = \frac{10}{s(1+0.1s)}.$$

Rajzolja fel a felnyitott kör $a_{dB}(\omega)$ <u>aszimptotikus</u> amplitúdó-jelleggörbéjét, jelölje be abban K értékét, és az ábrát egészítse ki a <u>pontos</u> $\varphi(\omega)$ fázis-jelleggörbével! Határozza meg az ábrák alapján az ω_c vágási frekvenciát és a φ_t fázistöbbletet! Mi lesz a zárt rendszer domináns pólusának a csillapítása és csillapítatlan sajátfrekvenciája?

14. A felnyitott kör $W_0(s)$ átviteli függvénye legyen

$$W_0(s) = \frac{10(1+s)}{s^2(1+0.1s)}.$$

Rajzolja fel a felnyitott kör $a_{dB}(\omega)$ <u>aszimptotikus</u> amplitúdó-jelleggörbéjét, jelölje be abban K értékét. Segítség: Mennyi K/ω^2 értéke $\omega = 1$ estén? Határozza meg az ábra alapján az ω_c vágási frekvenciát. Adja meg a fázistöbblet kifejezését és értékét, ha $\arctan(0.1) \approx 5^\circ$ és $\arctan(10) \approx 85^\circ$.

15. A felnyitott kör $W_0(s)$ átviteli függvénye legyen

$$W_0(s) = \frac{0.05(1+100s)}{s(1+10s)(1+2s)}.$$

Rajzolja fel a felnyitott kör $a_{dB}(\omega)$ aszimptotikus amplitúdó-jelleggörbéjét és határozza meg az abból következő ω_c vágási frekvenciát! Adja meg a fázistöbblet számításának képletét, és a fázistöbblet értékét, ha $\arctan(0.1) \approx 5^\circ$ és $\arctan(10) \approx 85^\circ$.

16. Egy szabályozott szakasz átviteli függvénye:

$$W_p(s) = \frac{A}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)}$$

A statikus erősítés és az időállandók értéke legyen rendre:

$A = 10,\ T_1 = 100\text{sec},\ T_2 = 10\text{sec},\ T_3 = 1\text{sec}$.

Adja meg a szakasz pólus/zérus eloszlását, és jelölje be, hová célszerű helyezni a szabályozó zérushelyét (zérushelyeit) PI, közelítő PD, és közelítő PID szabályozók esetén.

17. A felnyitott kör átviteli függvénye

$$W_0(s) = \frac{K}{s} e^{-sT_h}.$$

Adja meg ω_c és K számítási szabályát, ha az előírt fázistöbblet $\varphi_t = 45^\circ$.

18. A szabályozott szakasz átviteli függvénye

$$W(s) = \frac{A}{1+sT} e^{-sT_h}.$$

Kompenzálja a szakaszt PI szabályozóval. Adja meg a szabályozó paramétereit a szabályozástechnikában szokásos alakban a szakasz A, T, T_h paramétereinek függvényében, ha az előírt fázistöbblet $\varphi_t = 45^\circ$.

19. A szabályozott szakasz átviteli függvénye

$$W(s) = \frac{A}{1+sT} e^{-sT_h}$$

Kompenzálja a szakaszt PI szabályozóval! Adja meg a szabályozó paramétereit a szabályozástechnikában szokásos alakban a szakasz A, T, T_h paramétereinek függvényében, ha az előírt fázistöbblet $\varphi_t = \frac{\pi}{4}$! (A szakasz pólusát a szabálýzó zérusával ejtse ki!)

20. A szabályozott szakasz átviteli függvénye legyen

$$W_p(s) = \frac{3}{(1+s)(1+3s)}.$$

PI vagy PD szabályozót alkalmazna, ha egységugrás alapjel esetén az előírás a nulla maradó hiba? Határozza meg a kiválasztott szabályzó paramétereit, ha az előírt fázistartalék $\varphi_t = \frac{\pi}{4}$!

21. A szabályozott szakasz átviteli függvénye

$$W_p(s) = \frac{1}{s(1+5s)}$$

PI vagy PD szabályozót alkalmazna, ha egységugrás alapjel esetén az előírás a nulla maradó hiba és minimális típusszámra törekszünk? Határozza meg a kiválasztott szabályzó paramétereit, ha az előírt fázistartalék $\varphi_t = \frac{\pi}{4}$!

(Segítség: PI szabályzó esetén ejtse ki a szakasz pólusát, PD szabályzó esetén a kiejtés mellett legyen $T_d = 4T_c$!)

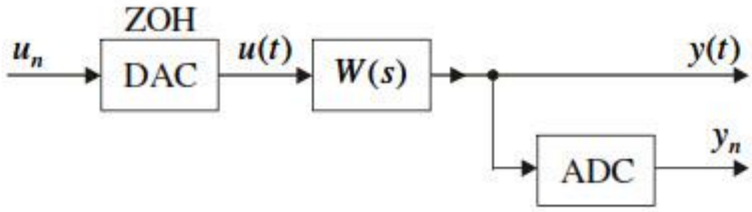
4. Ellenőrző kérdések a gyakorlathoz

1. A matematikai mintavételezés T mintavételi idővel felfogható modulációs eljárásnak, ahol a hordozó jel $i_T(t)=\sum_{n=0}^{\infty}\delta(t-nT)$ eltolt Dirac-impulzusokból áll. Adja meg a hordozó jel $I_T(s)$ Laplace-transzformáltját és annak pólusait. Segítség: Használja a geometriai sor összegképletét.
2. Legyen $f(t)$ az analóg jel, $F(s)$ az analóg jel Laplace-transzformáltja, T a mintavételi idő, $i_T(t)=\sum_{n=0}^{\infty}\delta(t-nT)$ a hordozó jel és $f^*(t)=f(t)\cdot i_T(t)$ a matematikailag mintavételezett jel. Adja meg a matematikailag mintavételezett jelnek a komplex konvolúciós tételből következő $F^*(s)$ Laplace-transzformáltját. Periódikus-e az $F^*(j\omega)$ függvény és ha igen, akkor mi a periódus hossza.
3. Legyen az $f(t)$ analóg jel sávkorlátozott és határ-körfrekvenciája $\omega_h=2\pi f_h$. Adja meg a Shannon-tételt az analóg jel rekonstruálásáról a matematikailag mintavételezett jelből. Rajzolja fel a matematikailag mintavételezett jel frekvencia függvényének $\left|F^*(j\omega)\right|$ amplitúdó-függvényét és illusztrálja azon a Shannon-tételt. Mi az ω_N Nyquist-frekvencia definíciója a szabályozástechnikában?
4. Ábrázolja a matematikai mintavevő szerv és a nulladrendű tartószerv együttes hatását rajzon az időtartományban. Adja meg a nulladrendű tartószerv $w_{H_0}(t)$ súlyfüggvényét és $W_{H_0}(s)$ átviteli függvényét. Adja meg az abból következő tömör alakot a $\left|W_{H_0}(j\omega)\right|$ és a $\varphi_{H_0}(\omega)$ függvényekre.
5. Adja meg a nulladrendű tartószerv $W_{H_0}(s)$ átviteli függvényét és az abból következő tömör alakot a $\left|W_{H_0}(j\omega)\right|$ és a $\varphi_{H_0}(\omega)$ függvényekre. Ábrázolja a függvényeket ω-ban lineáris léptékben, és tüntesse fel a rajzon az ideális aluláteresztő függvény amplitúdó és fázis függvényeit is. Miért használunk tartószervet az ideális aluláteresztő szűrő helyett?
6. Legyen a megtervezett analóg szabályozóval a vágási frekvencia ω_c. Az analóg szabályozót mintavételes szabályozóval közelítjük, ahol a mintavételi idő T. Tekintettel arra, hogy a szabályozó kimenetén a DAC átalakító nulladrendű tartószerv funkcióval is rendelkezik, vezessen le a nulladrendű

tartószerv $\varphi_{H_0}(\omega)$ fázisfüggvényéből feltételt az $\omega_c T$ szorzatra, ha azt akarjuk, hogy a tartószerv ne rontson többet a fázistöbbleten, mint 5 fok.

7. A matematikailag mintavételezett $u^*(t)$ jelet keresztülküldjük a $w(t)$ súlyfüggvényű és $W(s)$ átviteli függvényű analóg tagon, amelynek hatására a kimenetén $y(t)$ analóg kimenő jel keletkezik, melyet matematikailag mintavételezve $y^*(t)$ keletkezik. Rajzolja fel az ennek megfelelő blokkvázlatot. Adja meg az $Y^*(s)$, $W^*(s)$, $U^*(s)$ közötti kapcsolatot olyan alakban, amelyből következik $Z\{y(nT)\} = Z\{w(nT)\} \cdot Z\{u(nT)\}$. Milyen összefüggés áll ekkor fenn z és s között?

8. Tekintsük a folytonosidejű $W(s)$ lineáris tagot bemenetén DAC és kimenetén ADC átalakítóval az alábbi ábra szerint:

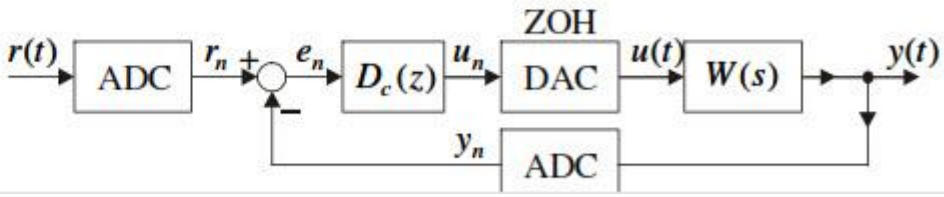


A DAC átalakító nulladrendű tartószerv tulajdonsággal is rendelkezik. Adja meg az együttes $D(z)$ eredő diszkrétidejű átviteli függvény és az analóg tag $v(t)$ átmeneti függvénye közötti kapcsolatot. Hogyan határozható meg $D(z)$ a MATLAB Control System Toolbox (CST) szolgáltatásaival? Hova képződnek le $W(s)$-nek az s_i pólusai? Igaz ez a zérushelyekre is?

9. Vezesse le, hogyan számítható a stabil, integrátort nem tartalmazó $D(z)$ diszkrétidejű átviteli függvényű, $u_0 1(t)$ bemenő jelű és y kimenő jelű tag ekvivalens $A := y(\infty)/u_0$ statikus átviteli tényezője.

   Segítség: Alkalmazza a $\lim_{n\to\infty} f_n = \lim_{z\to 1}(1-z^{-1})F(z)$ végérték tételt.

10. Tekintsük egy egyszerű mintavételes szabályozási kör hatásvázlatát az alábbi ábra szerint:



Hogyan határozható meg a DAC, $W(s)$, ADC együttes eredő $D(z)$ diszkrétidejű átviteli függvénye? Adja meg a zárt rendszer eredő $D_{yr}(z)$ és $D_{ur}(z)$ átviteli függvényeit $D(z)$-vel és $D_c(z)$-vel kifejezve.

11. Adja meg az s differenciáló operátor közelítését z-ben hátratartó differenciával (BWD) és előretartó differenciával (FWD). Adja meg az $1/s$ integráló operátor közelítését z-ben bal oldali téglalap szabállyal (LSR) és jobb oldali téglalap szabállyal (RSR), valamint az ebből s-re következő alakot. Van-e hasonlóság a differenciáló és az integráló operátorok közelítései között?

12. Vezesse le a trapézszabályt (TR) az $1/s$ integráló operátor közelítésére z-ben, vagy más néven a Tustin-képletet. Adja meg az $s \to z$ és a $z \to s$ helyettesítések képleteit. Hogyan végezhetők el az áttérések $W(s)$ és $D(z)$ között a MATLAB CST szolgáltatásaival?

13. Egységugrás ekvivalencia esetén azt akarjuk, hogy a $W(s)$ analóg tag és annak $D(z)$ közelítése az $u(t) = 1(t)$ bemenő jelre egyformán válaszoljon (a mintavételi időpontokban). Vezesse le az egységugrás ekvivalens $W(s) \to D(z)$ áttérésre szolgáló képletet. Hogyan valósítható meg az áttérés a MATLAB CST szolgáltatásaival?

14. Vezessen le képletet az ideális PID szabályozó mintavételes közelítésére az integráló tagot jobb oldali téglalap szabállyal (RSR), a differenciáló tagot pedig hátratartó differenciával (BWD) közelítve. Adja meg

$$D_{PID}(z) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}}$$

fenti elvű közelítésében a q_0, q_1, q_2 együtthatók kifejezését az analóg szabályozó A_P, T_I, T_C paramétereivel és a T mintavételi idővel.

15. Vezessen le képletet a (D-hatásban) közelítő PID szabályozó mintavételes közelítésére az egységugrás ekvivalencia elve alapján. Adja meg

$$D_{PID}(z) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{p_0 + p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2}}$$

fenti elvű közelítésében a q_0, q_1, q_2 és p_0, p_1, p_2 együtthatók kifejezését az analóg szabályozó A_P, T_I, T_D, T_C paramétereivel és a T mintavételi idővel.

16. Adja meg a blokkvázlatát a (D-hatásban) közelítő PID szabályozó mintavételes közelítésének integrátor antiwindup kiegészítéssel. Magyarázza el az kiegészítés célját. Vezesse le az egyes blokkokban álló tagok z-átviteli függvényét.

$$Z\{1,1,1,\cdots\}=\frac{1}{1-z^{-1}}, \qquad Z\{0,T,2T,3T,\ldots\}=\frac{Tz^{-1}}{(1-z^{-1})^2},$$

$$Z\{1,e^{s_iT},e^{s_i2T},e^{s_i3T},\ldots\}=\frac{1}{1-e^{s_iT}z^{-1}}.$$

17. A zárt rendszer s -ben specifikált domináns konjugált komplex póluspárjának csillapítása és csillapítatlan sajátfrekvenciája legyen rendre ξ és ω_0. Fejezze ki ezekkel az $s_{1,2}$ domináns konjugált komplex póluspárt valós rész és képzetes rész alakban. A zárt rendszer további és a megfigyelő polinom specifikált pólusai (sajátértékei) legyenek rendre $s_{c\infty}$ és $s_{o\infty}$. Adja meg a specifikációk átszámítási szabályát $z_{1,2}, z_{c\infty}, z_{o\infty}$ -be.

18. Adja meg a Nyquist-féle stabilitáskritérium általános alakját diszkrét időben. Rajzolja fel a kontúrgörbét a bizonyításhoz az argumentum-elv alapján. Indokolja ez alapján, mit kell helyettesíteni z -be és milyen ω tartományban a stabilitáskritérium alkalmazásakor.

19. Adja meg a Bode-féle stabilitáskritérium általános alakját, ha a felnyitott körnek nincsenek labilis pólusai. Mi a vágási frekvencia és a fázistöbblet definíciója? Mit helyettesít z -be és milyen ω tartományban a MATLAB CST `dbode` függvénye?

20. Adja meg a kétszabadságfokú (2-DOF) szabályozó elvi felépítését és célszerű megvalósítását. Jelölje $D(z)=B(z)/A(z)$ a szakasz diszkrétidejű átviteli függvényét. Legyen a zárt rendszer referenciamodellje $B_m(z)/A_m(z)$, és legyen a megfigyelő (observer) polinom $A_o(z)$. Mi a szakasz $B(z)$ polinomjának szabályozástechnikai szempontból helyes $B^+(z)B^-(z)$ faktorizációja, ha a zárt rendszerben $B^+(z)$ kiejtésére törekszünk? Legyen a szabályozóban az integrátorok száma l, a szabályozó az előrevezető ágban $T(z)/R(z)$, a visszacsatoló ágban pedig $S(z)/R(z)$. Adja meg ekkor $R(z), B_m(z), T(z)$ alakját, továbbá a szabályozóban még megválasztható részek meghatározására szolgáló diophantoszi polinomegyenletet.

21. A kétszabadságfokú (2-DOF) szabályozó tervezésekor a realizálhatósági (kauzalitási) és más rendszertechnikai feltételek alapján megállapítást nyert, hogy ha a szakasz diszkrétidejű átviteli függvénye $B(z)/A(z)$, a szabályozóban az integrátorok száma l, a szabályozó az előrevezető ágban $T(z)/R(z)$, a visszacsatoló ágban pedig $S(z)/R(z)$, továbbá a referencia

modell $B_m(z)/A_m(z)$ és a megfigyelő polinom $A_o(z)$, akkor a következő fokszámfeltételek betartására kell törekedni:

$$gr\,A_m = 1 + gr\,B^- + \begin{Bmatrix}1\\0\end{Bmatrix},\;\; gr\,A_o = gr\,A + l - 1 - \begin{Bmatrix}1\\0\end{Bmatrix},$$

$$gr\,S = gr\,A + l - 1,\;\; gr\,R_1' = gr\,B^-,\;\; B_m' = A_m(1)/B^-(1)$$

Legyen $B^+ = 1$, $gr\,B^- = 2$, $gr\,A = 3$, $l = 1$, továbbá a specifikációk z-ben $z_{1,2}$ (domináns konjugált komplex póluspár), $z_{c\infty}$ és $z_{o\infty}$. Határozza meg a polinomok fokszámát, válassza meg az A_m, A_o polinomokat, adja meg az S, R_1' polinomokat a benne szereplő ismeretlenekkel, és írja fel a megoldandó diophantoszi egyenletet lineáris egyenletrendszer alakjában.

22. A kétszabadságfokú (2-DOF) szabályozó tervezésekor megállapítást nyert, hogy ha a szakasz diszkrétidejű átviteli függvénye $B(z)/A(z)$, a zárt rendszer előírt modellje $B^-(z)B_m'/A_m(z)$, a megfigyelő polinom $A_o(z)$ és a szabályozó $l = 1$ integrátort is tartalmaz, akkor a kauzalitási és más rendszertechnikai előírások betartása érdekében a helyes választás:

$$\begin{array}{ll} A_m = (z - z_1)(z - \bar{z}_1)(z - z_{c\infty}) & A_m A_0 = z^6 + c_1 z^5 + \cdots + c_6 \\ A_o = (z - z_{o\infty})^3 & A(z-1) = z^4 + \tilde{a}_1 z^5 + \cdots + \tilde{a}_4 \\ S = s_0 z^3 + s_1 z^2 + s_2 z + s_3 & B = B^- = b_0 z^2 + b_1 z + b_2 \\ R_1' = z^2 + r_1 z + r_2 & \end{array}$$

Írja fel megoldandó diophantoszi polinomegyenlettel ekvivalens lineáris egyenletrendszert az ismeretlen együtthatók meghatározására. Adja meg B_m' számítási szabályát és a szabályozó $T(z)$, $R(z)$ és $S(z)$ polinomjait.

23. Adja meg a $z \to w$ bilineáris (Tustin) transzformációt, és ebből a z helyettesítésére szolgáló kifejezést a $D(z) \to D(w)$ áttéréskor. Hová képződik $z - z_i$ és $z - 1$? Adja meg ezek felhasználásával $D(w)$ alakját, ha $D(z)$ alakja a következő volt:

$$D(z) = A_z \frac{\prod_1^m (z - z_{Di})}{(z-1)^l \prod_1^n (z - z_i)}.$$

Van-e $D(w)$-nek jobb félsíkon lévő zérus helye, és ha igen, akkor hol és milyen multiplicitással, továbbá milyen hatást fejt ki a fázistöbbletre?

24. Adja meg a bilineáris transzformáción alapuló szabályozótervezés során a $W(s) \to D(z) \to D(w) \to D_c(w) \to D_c(z)$ áttérések megvalósítását a

MATLAB CST szolgáltatásaival, ügyelve az alkalmazott modell helyes megválasztására az egyes lépéseknél. Adja meg az egyenletrendszert a $D_c(w)$ szabályozó tervezésére az `fsolve` függvény segítségével.

25. Adja meg a véges beállási idejű (dead-beat) szabályozás tervezési célkitűzéseit. Legyen a szakasz diszkrétidejű átviteli függvénye $D(z^{-1}) = B(z^{-1}) / A(z^{-1})$. Mi lesz a véges beállási idejű $D_c(z^{-1})$ szabályozó alakja, ha $L(z^{-1})$ korrekciós polinomot is alkalmazunk? Hol lesznek a zárt szabályozási kör pólusai dead-beat szabályozásnál?

26. Adja meg a véges beállási idejű (dead-beat) szabályozás tervezésekor az $L(z^{-1}) = l_0 + l_1 z^{-1}$ korrekciós polinom együtthatói megválasztásának elvét. Indokolja a képleteket, felhasználván a diszkrétidejű konvolúciós tételt, továbbá hogy $D_{yr}(z^{-1}) = K(z^{-1})$ és $D_{ur}(z^{-1}) = M(z^{-1})$ FIR rendszerek és a referencia jel (alapjel) egységugrás. Adja meg a szakasz u bemenő és y kimenő jeleinek ideális alakját rajzban, ha a bemenetre $u_{\max}$ feltétel van előírva. Adja meg az $f(T)$ függvény alakját, ha a mintavételi idő megválasztásához az `fsolve` függvényt használjuk fel.

27. Holtidőt is tartalmazó rendszer esetén célszerű úgy szabályozni, hogy az eredő rendszer legyen olyan, mint egy jól megtervezett szabályozási rendszer a holtidő nélküli szakasszal, kiegészítve egy extra holtidős taggal. Adja meg a Smith-prediktorral történő fenti elvű szabályozás elvét illusztráló hatásvázlatokat. Vezesse le ebből, hogy ha a holtidő nélküli rendszerhez tervezett szabályozó $W_c(s)$, akkor minek kell lennie a $W_{cs}(s)$ Smith-prediktornak. Tegyük fel ezután, hogy a holtidő egész számú többszöröse a mintavételi időnek: $T_h = d \cdot T$, tehát $e^{-sT_h} = z^{-d}$ shift-operátor a memóriában. Legyen a holtidő nélküli szakasz diszkrétidejű átviteli függvénye $D(z) = B(z) / A(z)$, a hozzá tervezett szabályozóé pedig $D_c(z) = S(z) / R(z)$. Adja meg a $D_{cs}(z)$ Smith-prediktort és az ebből következő differenciaegyenletet, ha a szabályozó bemenete az e hibajel, kimenete pedig az u beavatkozó jel.

5. Ellenőrző kérdések a gyakorlathoz

1. Adja meg az irányíthatóság és elérhetőség szabatos definícióját folytonosidejű rendszer esetén.
2. Adja meg a $P(\tau,t)$ irányíthatósági Gram-mátrixot időben változó (LTV) és időinvariáns (LTI) lineáris rendszer esetén, és kapcsolatát az irányítható és nem irányítható állapotok altereivel.
3. Adja meg az M_c irányíthatósági mátrixot, az irányítható állapotok L alterét és a teljes irányíthatóság feltételét.
4. Fogalmazza meg a pólusáthelyezési feladatot állapot-visszacsatolás esetén, és a megoldás meghatározására szolgáló Ackermann-képletet SISO rendszert feltételezve. Adja meg a zárt rendszer hatásvázlatát az állapot-visszacsatolás és mérhető állapot estén.
5. Mit értünk irányíthatósági lépcsős alak alatt, és erre alapozva adja meg a stabilizálható rendszer definícióját.
6. Adja meg az alapjel miatti korrekcióhoz szükséges N_x, N_u mátrixok számítási szabályát, méretüket speciálisan SISO rendszer esetén, és a zárt rendszer hatásvázlatát állapot-visszacsatolás és az alapjel miatti korrekció feltüntetésével.
7. Adja meg a megfigyelhetőség és rekonstruálhatóság szabatos definícióját, és értelmezését speciálisan lineáris rendszer esetén.
8. Adja meg a $Q(\tau,t)$ megfigyelhetőségi Gram-mátrixot időben változó (LTV) és időinvariáns (LTI) lineáris rendszer esetén. Adja meg azt a fiktív rendszert, amelynek $P_{II}(\tau,t)$ irányíthatósági Gram-mátrixa azonos a $Q(\tau,t)$ megfigyelhetőségi Gram-mátrixszal (megfigyelhetőség és irányíthatóság dualitása).
9. Adja meg az M_o megfigyelhetőségi mátrixot, a megfigyelhetőségi lépcsős alakot, és erre alapozva a detektálható rendszer definícióját.
10. Adja meg a folytonosidejű teljesrendű megfigyelő állapotegyenletét és a benne szereplő mátrixok megválasztását.
11. Adja meg a megfigyelőtervezési feladat megoldásának sémáját a dualitás elve és az Ackermann-képlet felhasználásával.
12. Adja meg az állapot-visszacsatolás, alapjel miatti korrekció és állapotmegfigyelő együttes alkalmazása esetén a zárt rendszer hatásvázlatát.

13. Fogalmazza meg az integrátort is tartalmazó állapot-visszacsatolási feladatot, adja meg a tervezés lépéseit és rajzolja fel alkalmazása esetén a zárt rendszer hatásvázlatát.

14. Adja meg a terhelésbecslést (bemeneti zavaráskompenzálást) alkalmazó állapotmegfigyelő tervezési lépéseit, a benne szereplő mátrixok megválasztását és az Ackermann-képletre visszavezethető feladat alakját.

15. Adja meg az állapot-visszacsatolást, alapjel miatti korrekciót és terhelésbecslőt alkalmazó szabályozó tervezési lépéseit, és a zárt rendszer hatásvázlatát együttes alkalmazásukkor.

16. Adja meg az időinvariáns lineáris rendszer Kalman-féle felbontását rajzban és a felbontásnak megfelelő állapotegyenletet. Melyik rendszer rész befolyásolja az átviteli függvényt, és mit okoz a többi rendszerkomponens?

6. Ellenőrző kérdések a gyakorlathoz

1. Adja meg az M_c irányíthatósági mátrixot és a teljes elérhetőség/irányíthatóság feltételét a $\Sigma_d = (\Phi, \Gamma, C, D)$ diszkrétidejű rendszer esetén. Mit értünk reverzibilis rendszer alatt és az hogyan függ össze a teljes irányíthatósággal?
2. Fogalmazza meg a pólusáthelyezési feladatot állapot-visszacsatolás esetén, és a megoldás meghatározására szolgáló Ackermann-képletet $\Sigma_d = (\Phi, \Gamma, C, D)$ diszkrétidejű SISO rendszert feltételezve. Adja meg a zárt rendszer hatásvázlatát az állapot-visszacsatolás és mérhető állapot estén.
3. Adja meg az alapjel miatti korrekcióhoz szükséges N_x, N_u mátrixok számítási szabályát a $\Sigma_d = (\Phi, \Gamma, C, D)$ diszkrétidejű rendszer esetén, méretüket speciálisan SISO rendszer esetén, és a zárt rendszer hatásvázlatát állapot-visszacsatolás és az alapjel miatti korrekció feltüntetésével.
4. Adja meg az M_o megfigyelhetőségi mátrixot és a teljes megfigyelhetőség/rekonstruálhatóság feltételét a $\Sigma_d = (\Phi, \Gamma, C, D)$ diszkrétidejű rendszer esetén. Mit értünk reverzibilis rendszer alatt és az hogyan függ össze a teljes rekonstruálhatósággal?
5. Adja meg a diszkrétidejű teljesrendű aktuális megfigyelő állapotegyenletét és a benne szereplő mátrixok megválasztását a $\Sigma_d = (\Phi, \Gamma, C, D)$ diszkrétidejű rendszer esetén. Adja meg a megfigyelő valósidejű szempontból kedvező realizálásának alakját.
6. Adja meg a $\Sigma_d = (\Phi, \Gamma, C, D)$ diszkrétidejű rendszer esetén a teljesrendű aktuális megfigyelőtervezési feladat megoldásának sémáját a dualitás elve és az Ackermann-képlet felhasználásával.
7. Adja meg a $\Sigma_d = (\Phi, \Gamma, C, D)$ diszkrétidejű rendszer esetén az állapot-visszacsatolás, alapjel miatti korrekció és aktuális állapotmegfigyelő együttes alkalmazása esetén a zárt rendszer hatásvázlatát.
8. Fogalmazza meg a $\Sigma_d = (\Phi, \Gamma, C, D)$ diszkrétidejű rendszer esetén az integrátort is tartalmazó állapot-visszacsatolási feladatot, adja meg a tervezés lépéseit és rajzolja fel alkalmazása esetén a zárt rendszer hatásvázlatát.
9. Adja meg a $\Sigma_d = (\Phi, \Gamma, C, D)$ diszkrétidejű rendszer esetén a terhelésbecslést (bemeneti zavarás kompenzálást) alkalmazó állapotmegfigyelő tervezési lépéseit, a benne szereplő mátrixok megválasztását és az Ackermann-képletre visszavezethető feladat alakját.

10. Adja meg a $\Sigma_d = (\Phi, \Gamma, C, D)$ diszkrétidejű rendszer esetén az állapot-visszacsatolást, alapjel miatti korrekciót és terhelésbecslőt alkalmazó szabályozó tervezési lépéseit, és a zárt rendszer hatásvázlatát együttes alkalmazásukkor.

7. Gyakorlat Ellenőrző kérdései

1. Adja meg az autoregresszív (AR) és mozgóátlag (MA) folyamatok diszkrétidejű modelljeinek definícióját. Adja meg a diszkrétidejű ARX és ARMAX modellek értelmezését ezek általánosításaiként.

2. Vezesse le, hogy a

$$D(z) = \frac{b_1 z + b_2}{z^2 + a_1 z + a_2} = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} = \frac{Y(z)}{U(z)}$$

   átviteli függvényű diszkrétidejű rendszer identifikációja $y(t) = \varphi^T(t)\vartheta$ alakú lineáris paraméterbecslési feladatra vezet a $q^{-k}x(t) = x(t-k)$ eltolásoperátor bevezetésével. Adja meg a rendszerhez tartozó $\varphi^T(t)$ és ϑ felépítését.

3. Adja meg az $y(t) = \varphi^T(t)\vartheta$ lineáris paraméterbecslési feladat $V(\vartheta, t)$ veszteségfüggvényét, a lineáris paraméterbecslési feladat általános megoldásának két alakját és az abban szereplő kifejezések értelmezését. Mennyiben változik a megoldás W súlyozómátrix előírása esetén?

4. Adja meg az $y(t) = G(q)u(t) + H(q)e(t)$ (additív színes zajjal terhelt) rendszer esetén az optimális 1-lépéssel előretartó $\hat{y}(t\,|\,t-1)$ jóslás és az $\varepsilon(t)$ reziduál (becslési hiba) alakját. Mutassa meg az eredmény felhasználásával, mi lesz ARX modell esetén az $\hat{y}(t\,|\,t-1)$ jóslás és az $\varepsilon(t)$ reziduál alakja.

5. Adja meg ARX modell esetén az optimális $\hat{\vartheta}^{LS}$ paraméterbecslés alakját. Mutassa meg, hogy $y(t) = \varphi^T(t)\vartheta_0 + v_0(t)$ jel esetén becslési hiba léphet fel, és adja meg, mire kell törekedni ennek kiküszöbölése érdekében.

6. ARX modell esetén az optimális $\hat{\vartheta}^{LS}$ paraméterbecslés

$$\hat{\vartheta}^{LS} = \mathrm{sol}\left\{\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\varphi(t)[y(t)-\varphi^T(t)\vartheta]=0\right\}$$

alakban is felírható. Mutassa meg, milyen módosítást végzünk ezen a $\xi(t)$ segédváltozó (instrumental variable) értelmezésekor. Adja meg a segédváltozós módszer (IV) ebből következő $\hat{\vartheta}^{IV}$ paraméterbecslésének alakját. Adja meg a segédváltozóval szemben támasztott két követelményt, ha a jel $y(t)=\varphi^T(t)\vartheta_0+v_0(t)$ alakú.

7. Adja meg ARMAX modell alakját, és alkalmazása esetén az $\hat{y}(t\,|\,t-1)$ jóslás és az $\varepsilon(t)$ reziduál alakját. Milyen numerikus módszert használ a System Identification Toolbox az ARMAX modell paramétereinek meghatározásakor?

8. Egy ismeretlen rendszeren adatgyűjtést végezve rendelkezésre állnak az $y(t),\, u(t),\, t=1,\dots,N$, bemenő- és kimenőjelek az `y` és `u` vektorokban oszlopfolytonosan. A rendszer

$$D(z)=\frac{b_1z^2+b_2z+b_3}{z^3+a_1z^2+a_2z+a_3}$$

diszkrétidejű lineáris modelljét a System Identification Toolbox `tharx=arx(z,nn)` függvényhívásával akarjuk meghatározni. Adja meg a hívást megelőző előkészítő lépéseket, a hívást, és az ARX modell identifikált paramétereit kinyerő lépéseket MATLAB utasítások formájában.

9. Egy ismeretlen rendszeren zárt szabályozási körben adatgyűjtést végezve rendelkezésre állnak a szakasz $y(t),\, u(t),\, t=1,\dots,N$, bemenő- és kimenőjelei az `y` és `u` vektorokban oszlopfolytonosan. A rendszer

$$D(z)=\frac{b_1z^2+b_2z+b_3}{z^3+a_1z^2+a_2z+a_3}$$

diszkrétidejű lineáris modelljét a System Identification Toolbox `thiv4=iv4(z,nn)` függvényhívásával akarjuk meghatározni. Adja meg a hívást megelőző előkészítő lépéseket, a hívást, és a modell identifikált paramétereit kinyerő lépéseket MATLAB utasítások formájában.

10. Egy ismeretlen rendszeren zárt szabályozási körben adatgyűjtést végezve rendelkezésre állnak a szakasz $y(t),\, u(t),\, t=1,\dots,N$, bemenő- és kimenőjelei az `y` és `u` vektorokban oszlopfolytonosan. A rendszer

$$D(z)=\frac{b_1z^2+b_2z+b_3}{z^3+a_1z^2+a_2z+a_3}$$

diszkrétidejű lineáris modelljét a System Identification Toolbox `tharmax=armax(z,nn)` függvényhívásával akarjuk meghatározni. A zajmodellben szereplő polinom fokszámát a szakasz rendszámával azonosnak választjuk. Adja meg a hívást megelőző előkészítő lépéseket, a hívást, és a modell identifikált paramétereit kinyerő lépéseket MATLAB utasítások formájában.

11. Lassan változó munkapontok esetén egy ismeretlen SISO rendszer lineáris paraméterbecslésen alapuló $y(t) = \varphi^T(t)\vartheta$ modelljének ϑ paramétervektorát rekurzív paraméterbecsléssel akarjuk identifikálni. Jelölje $\lambda \in (0,1]$ a felejtési tényezőt. Adja meg a felejtést alkalmazó $V(\vartheta, t)$ veszteségfüggvény alakját. Adja meg a $\hat{\vartheta}(t) = [\Phi\Lambda\Phi^T]^{-1}\Phi\Lambda Y$ optimális becslésben szereplő Φ, Λ, Y értelmezését. Tudván, hogy a rekurzív megoldás
$$\hat{\vartheta}(t) = \hat{\vartheta}(t-1) + P(t)\varphi(t)[y(t) - \varphi^T(t)\hat{\vartheta}(t-1)]$$
alakra hozható, mi a $P(t)$ mátrix definíciója, és létezik-e rekurzív számítására szintén zárt alak.

12. Nulla vagy ismert $u(t)$ bemenőjel esetén a nemlineáris rendszer állapotegyenlete $\dot{x}(t) = f(t, x(t))$ alakra hozható. Legyen $\xi(t)$ az állapotegyenlet egy megoldása (egyensúlyi helyzete, határciklusa, vagy más megoldása). Adja meg a $\xi(t)$ megoldás Ljapunov-értelemben vett stabilitásának definícióját, és a definíció illusztrációját mérnöki felfogásban egy rajzon is (speciálisan $x \in R^1$ esetén). Mit értünk egyenletes stabilitáson és aszimptotikus stabilitáson?

13. Adja meg a $V(t, x)$ pozitív definit függvény definícióját. Mi lesz a negatív definit és a negatív szemidefinit függvény értelmezése? Hol van szerepe a pozitív (negatív) definit függvényeknek?

14. Tegyük fel, hogy az $\dot{x}(t) = f(t, x(t))$ nemlineáris rendszernek $\xi \equiv 0$ egyensúlyi helyzete. Adja meg Ljapunov első tételét (direkt módszer) a $\xi \equiv 0$ egyensúlyi helyzet stabilitásvizsgálatához. Adja meg az abban szereplő $V(t, x)$ Ljapunov-függvény idő szerinti $\dot{V}(t, x)$ deriváltjának alakját V -vel és f -fel kifejezve. Mikor lesz a rendszer aszimptotikusan is stabil?

15. Tegyük fel, hogy az $\dot{x}(t) = f(t, x(t))$ nemlineáris rendszernek $\xi \equiv 0$ egyensúlyi helyzete. Adja meg Ljapunov második tételét (indirekt módszer) a $\xi \equiv 0$ egyensúlyi helyzet stabilitásvizsgálatához, amely kapcsolatot teremt az

$\dot{x} = A(t)x$ linearizált rendszer és az $\dot{x} = A(t)x + f_1(t,x)$ alakra hozott nemlineáris rendszer $\xi \equiv 0$ egyensúlyi helyzetének stabilitása között.

16. Adja meg az $\dot{x} = Ax$ időinvariáns lineáris rendszer klasszikus stabilitásfogalma és a Ljapunov-stabilitás közötti kapcsolatot. Adja meg a Ljapunov-egyenletet és a megoldására épülő $V(x)$ Ljapunov függvényt.

17. Legyen az $\dot{x} = f(x)$ időinvariáns nemlineáris rendszernek $\xi \equiv 0$ egyensúlyi helyzete. Adja meg az invariáns halmaz és a maximálisan invariás halmaz definícióját. Adja meg a LaSalle-tételt az egyensúlyi helyzet stabilitásvizsgálatához. Adja meg az aszimptotikus stabilitás feltételét a maximális invariáns halmazzal kifejezve.