

1. Az alábbi pszeudokód inputja két, egész számokat tartalmazó  $n$  méretű tömb,  $A$  és  $B$ . Mutassa meg, hogy a pszeudokód által leírt algoritmus lépésszáma  $O(n^2)$ .

```
for i = 0 to n-1:
    if A[i] páros:
        for j = 0 to n-1:
            B[j] = B[j] + 17
```

2. A Dijkstra algoritmus lényegi része egy while-ciklus, mely két részlet (a két üresen hagyott téglalap) kivételével így néz ki:

while van olyan  $v$  csúcs, amire  $d[v]$  nem  $\infty$  és nem  $*$ :

$v^*$  az a csúcs, melynek  $d$  értéke a legkisebb:

$v^*$  KÉSZ-be kerül

távolság[ $v^*$ ] =  $d[v^*]$

$d[v^*] = *$

for minden  $w$  szomszédjára  $v^*$ -nak:

if  $d[w] \neq *$ :

if távolság[ $v^*$ ] +  $c(v^*, w) < d[w]$ :

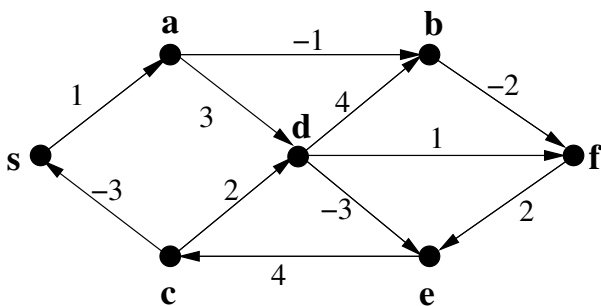
$d[w] :=$

honnan[w] :=

Egészítse ki a kódot a két üres téglalap kitöltésével és magyarázza el röviden (2-3 mondatban), hogy miért így kell a két hiányzó értéket meghatározni.

3. Mutasson példát olyan 5 csúcsú összefüggő, irányítatlan, élsúlyozott gráfra és benne olyan kezdőcsúcsra, ahol a gráfban az élsúlyok mind különbözőek és ahol a minimális feszítőfa keresésére tanult Prim algoritmus végére nem a 4 legkisebb súlyú él kerül be minimális feszítőfába.

4. A Bellman-Ford algoritmust futtatjuk az  $s$  csúcsból kiindulva az alábbi gráfban, a táblázat a  $T$  tömb alakulását mutatja. Töltse ki a hiányzó értékeket és magyarázza el, hogy hogyan kapta az 1. sor  $a$  oszlopának, illetve a 3. sor  $e$  oszlopának értékét.



	s	a	b	c	d	e	f
1							
2	0	1	0	$\infty$	4	$\infty$	$\infty$
3							
4	0	1	0	5	4	0	-2
5	0	1	0	4	4	0	-2
6	0	1	0	4	4	0	-2

5. Az éllistájával adott alábbi  $G$  irányított gráfot járja be mélységi bejárással (DFS) az  $a$  csúcsból kiindulva úgy, hogy ha a futás során választási lehetőség adódik, akkor mindig az ábécé szerint korábban levő csúcsba megyünk.

Milyen sorrendben érjük el a csúcsokat és mik a csúcsok befejezési számai?

$G$ :    **a**: b,c;    **b**: d,e;    **c**: d,g;    **d**: f;    **e**: d;    **f**: -;    **g**: d.

6. Adjon  $O(n^2)$  lépésszámú algoritmust (pszeudokódot vagy ezzel egyenértékű pontos szöveges leírást), ami egy  $n$  csúcsú egyszerű, irányított  $G$  gráf éllistas megadásából elkészíti a gráf szomszédossági mátrixát.
7. Éllistájával adott egy  $n$  csúcsú,  $e$  élű irányítatlan gráf, mely emberek (kölcönös) ismeretségeit ábrázolja: a csúcsok az emberek és akkor van él két csúcs között, ha az emberek ismerik egymást. Adott két ember,  $A$  és  $B$ , akik nem ismerik egymást. Azt szeretnénk eldönteni  $O(n + e)$  lépésben, hogy vannak-e olyan  $E_1$  és  $E_2$  emberek, hogy  $A$  ismeri  $E_1$ -t,  $E_1$  ismeri  $E_2$ -t,  $E_2$  pedig ismeri  $B$ -t. (Az is jó, ha  $E_1$  és  $E_2$  ugyanaz az ember, azaz ekkor  $A$ -nak és  $B$ -nek van közös ismerőse.)  
Melyik tanult algoritmust lehet alkalmazni erre a feladatra és hogyan, hogy megválaszoljuk ezt a kérdést?
8. Egy vizsgán  $2n + 1$  diák jelent meg. A vizsgán maximum 80 pontot lehet elérni (és 0-nál kevesebbet senki sem kap), az elért pontszámok egy  $2n + 1$  méretű tömbben adóttak, a pontszámok egész számok. Adjon  $O(n)$  lépésszámú algoritmust, ami megkeresi a középső pontszámot, azaz azt az értéket, ami a pontszámokat sorbarendezve éppen az  $n$ . lenne.