

A Számítástudomány alapjai

1. ZH 2010. X. 15. 8¹⁵

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.

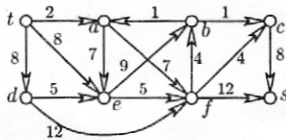
Kérjük, minden résztvevő **nevét**, **NEPTUN kódját** és **gyakorlatvezetője nevét**a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan és helyesen* tüntesse fel, mert ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük.

Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése: 0-23 pont: 1, 24-32 pont: 2, 33-41 pont: 3, 42-50 pont: 4, 51-60 pont: 5. A pusztá (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Az évvégi jegy kiszámításakor a két (legalább elégséges) zh *összesített* pontszámát vesszük figyelembe.

Írószerepen és papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az frott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés.

Feladatok

1. A 15 fős képviselőtestület választásra 5 párt állít egy-egy 15 fős listát. A szavazást követően mindegyik párt a listája elejéről az elért eredményének megfelelő számú képviselőt küld a testületbe, úgy, hogy a testület összesen 15 fős legyen. Hányféle lehet a képviselőtestület összetétele a szavazás után?
2. Tegyük fel, hogy az F fának csak első- és negyedfokú csúcsai vannak, szám szerint n_1 ill. n_4 . Igazoljuk, hogy $n_1 = 2 \cdot n_4 + 2$.
3. Tegyük fel, hogy a G gráf 3-szorosan élösszefüggő és létezik Euler-körsétája. Mutassuk meg, hogy G 4-szeresen élösszefüggő.
4. Legyenek az F fa csúcsai az v_1, v_2, \dots, v_{10} , élei pedig $v_i v_{i+1}$, ha $1 \leq i \leq 4$ ill. $v_5 v_j$, ha $6 \leq j \leq 10$. Tegyük fel, hogy F a G egyszerű gráf v_1 -ből indított szélességi bejárásához tartozó fa. Legfeljebb hány éle lehet G -nek?
5. Baj van: átszakadt a hegytetőn a zagytározó gátja. Szerencsére az iszap nem veszélyes, slaggal lemosható. Az mellékelt ábrán t jelzi a tározót, s pedig a szerencsétlen helyen fekvő várost, amit meg kell védeni. A nyilak arra vezetnek, amerre az adott mélyedésben folyik a zagy. (Furcsa erőfelé a gravitáció: megtörténhet, hogy végig lejt egy a kiindulópontjába visszatérő útvonal.) A nyíl mellett álló számok azt mutatják, hogy a katasztrófavédelemnek hány percig tart elzárni az adott nyíl mentén lezúduló folyadék útját. Az a cél, hogy a lehető legrövidebb idő alatt minden lehetséges s -be vezető utat lezárjunk az arra áramló melléktermék elől. Mivel csak egy munkagép működik, ezért a kiválasztott útvonalakat csak egymás után zárhatjuk le. Segítsünk a katasztrófavédelemnek: határozzuk meg, mennyi a szükséges legrövidebb idő, ami alatt a munka elvégezhető. Bizonyítsuk be azt is, hogy kevesebb idő nem elég mindekre.
6. Legyenek a G irányítatlan gráf csúcsai az $1, 2, \dots, 100$ számok, az i és j csúc között pedig akkor fusszon él, ha $j < i$ esetén az $i - j$ szám 4-gyel osztva 1-et ad maradékul. Páros-e a G gráf?



Gyakorlatvezetők és gyakorlatok Csákány Rita (Sz-Cs, IB 140), Csönde Gergely (Cs, IB 145), Drótos Márton (Cs, IB 141, Sz R 50-4), Faller Beáta (Sz-Cs, IB 142), Fejér Attila (Sz, QBF10), Fleiner Tamás (Sz, IB 141, Cs IB 138), Karkus Péter (Cs, IB 146), Kiss Gergely (Sz-CS, IB 139), Vidor Sára (Sz, IB 145), Vígh Dorottya (Sz, IB 146)