

A mágneses tér alapfogalmai, alaptörvényei

A nyugvó villamos töltések közötti erőhatásokat a villamos tér közvetíti (Coulomb törvénye). A mozgó töltések (villamos áramot vivő vezetők) között is fellép erőhatás, amit a mágneses tér közvetít.

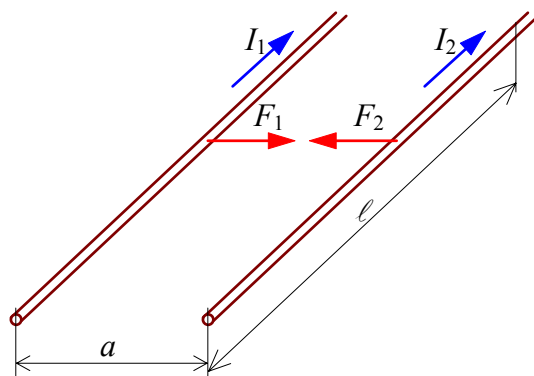
Egyenletesen mozgó töltések (egyenáram) hatására állandó, változó sebességgel mozgó (gyorsuló vagy lassuló) töltések hatására változó mágneses tér keletkezik.

A mágneses tér mozgás, változás esetén fizikai erőhatást fejt ki a töltésekre, ami töltés-szétválasztó (feszültséget indukáló) hatással jár.

A mágneses tér

Ha vákuumban (vagy levegőben) elhelyezkedő, a keresztmetszetükhöz képest hosszú párhuzamos vezetőkben a töltések egyenletes sebességgel áramlanak (egyenáram folyik), akkor a vezetők között állandó nagyságú erőhatás lép fel. Ennek az erőnek a nagyságát az áramokkal kifejezett erőtvény írja le, amely szerint levegőben, $F_1=F_2=F$ jelöléssel

$$F = k \frac{I_1 I_2 \ell}{a} \text{ (N).}$$



Áramjárta vezetőkre ható erők

Ha $I_1=I_2=1$ A és $\ell=a=1$ m, akkor $F = 2 \cdot 10^{-7} \text{ N} \left(= \frac{\text{VAs}}{\text{m}} \right)$,

ebből következően $k = 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} = \frac{4\pi 10^{-7}}{2\pi} = \frac{\mu_0}{2\pi}$, itt $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$ a vákuum permeabilitása. Ezt az összefüggést az 1 A nagyságú áram definiálására is alkalmazzák.

Az erő nagysága a μ_0 permeabilitást tartalmazó kifejezéssel

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2 \ell}{a} \text{ (N).}$$

Az erő iránya a vezetők között azonos áramirány mellett vonzó, ellenkező irányú áramok esetén taszító (a hurok tágul).

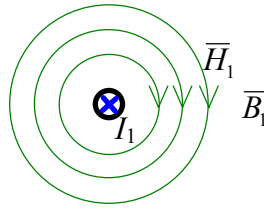
Egyenáramokat feltételezve a mágneses tér jellemzőinek értelmezése egyszerűbb.

Az ábrán I_2 áramot vivő vezetőre ható F_2 erő fellépését úgy is magyarázhatjuk, hogy az I_1 áram egyenletes sebességgel áramló töltései a vezetők körül a tér különleges állapotát hozzák létre és ez az állapot – a mágneses tér – hat az I_2 áramot vivő vezetők egyenletes sebességgel áramló töltéseire.

A mágneses tér egyik jellemzője a mágneses térerősség. Homogén közegben az I_1 áram által létrehozott mágneses térerősség:

$H_1 = \frac{I_1}{2\pi a}$, amivel az I_2 áramot vivő vezetõre ható F_2 erõ kifejezhetõ:

$$F_2 = H_1 \mu_0 I_2 \ell.$$



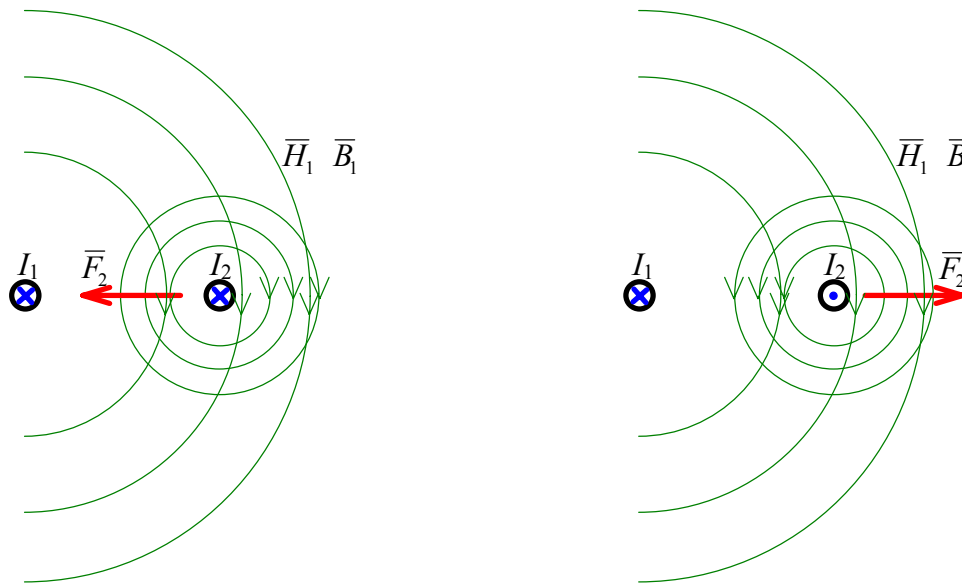
Áramjárta egyenes vezetõ mágneses tere

Inhomogén és ferromágneses közegben a H térerõsség számítása bonyolultabb, a gerjesztési törvény szerint kell eljárni.

A H térerõsség vektormennyiség, iránya a tér minden pontjában megegyezik a mágnesestû északi (\vec{E}) irányával, ami egyetlen vezetõ esetén az áram irányában haladó jobbmenetû csavar forgásiránya, SI mértékegysége

$$[H] = \frac{A}{m}.$$

A térerõsséget a tér minden pontjában irányított erõvonalakkal ábrázolják. A mágneses térerõsség erõvonalai önmagukban záródnak, nem keletkeznek és nem végzõdnek.



Áramjárta vezetõre ható erõ egy másik vezetõ térben

Egy H erõsségû mágneses térbe helyezett, I áramot vivõ ℓ hosszúságú vezetõre ható erõ:

$\vec{F} = \mu_0 \ell \vec{I} \times \vec{H}$, ahol \vec{I} iránya a pozitív töltésáramlás iránya. Az ábrán látható esetre:

$$\vec{F}_2 = \mu_0 \ell \vec{I}_2 \times \vec{H}_1.$$

Egy 1 A áramot vivő vezetőtől 1 m távolságra a térerősség nagysága $H = 0,159 \frac{\text{A}}{\text{m}}$, egy

$H = 1 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ erősségű mágneses térbe helyezett 1 A áramot vivő vezetőre ható erő nagysága

$$F = 2\pi 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

A vizsgált teret kitöltő anyagtól függő térjellemező a B mágneses indukció, ami szintén vektormennyiség, SI mértékegysége Tesla¹ tiszteletére

$$[B] = \text{T} = \text{tesla} = \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}.$$

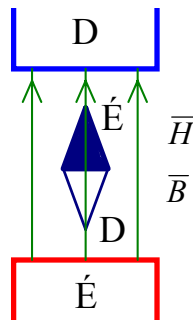
Adott H térerősségnél

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H},$$

itt μ_r – a teret kitöltő közeg anyagára jellemző dimenzió nélküli szám, a relatív permeabilitás. A relatív permeabilitás gyakran nem állandó, a térerősségtől és a kiindulási mágneses állapottól is függ.

A $H = 1 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ erősségű mágneses tér indukciója levegőben $B = 4\pi 10^{-7} \text{ T}$.

A B indukció iránya általában H irányával egyezik, a tér vizsgált pontjába helyezett iránytű északi sarkának irányába mutat, mágnesen (pl. az iránytűn) belül a déli pólustól az északi, mágnesen kívül az északitól a déli felé. Az indukcióvonalak tehát a mágnes északi pólusából lépnek ki és a déli felé haladnak. Az iránytű északi pólusa a földrajzi északi sark felé mutat.



A mágneses tér definíció szerinti iránya

Bizonyos anyagok – a ferromágneses anyagok – belsejében az indukció jelentősen megnő a vákuumhoz képest. Ennek egyszerű, szemléletes magyarázata az ilyen anyagokban meglévő molekuláris köráramok hozzájárulása a külső tér indukciójához. μ_r értéke azt fejezi ki, hogy az indukció hányszorosára nő az anyag nélküli (vákuum-beli) állapothoz képest, nagysága:

$$1 \leq \mu_r \leq 10^3 - 10^6.$$

μ_r meghatározása bonyolult számítással vagy méréssel történik.

A mágneses indukciót is indukcióvonalakkal szemléltetik.

Egy B indukciójú mágneses térbe helyezett, I áramot vivő ℓ hosszúságú vezetőre ható erő tetszőleges anyagú közegben:

$$\vec{F} = \ell \vec{I} \times \vec{B}.$$

Az ábrán látható esetre $\vec{F}_2 = \ell \vec{I}_2 \times \vec{B}_1$.

¹ Tesla, Nikola (1856-1942) szerb származású mérnök, kutató

Egy 1 T indukciójú mágneses térbe helyezett 1 A áramot vivő vezetőre ható erő nagysága

$$F = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

Az indukció adott felületre vett integrálja a felület fluxusa, ami skalár mennyiség.

$$\Phi = \int_A \vec{B} d\vec{A}, \text{ homogén térben } \Phi = BA, \text{ SI mértékegysége Weber}^2 \text{ tiszteletére}$$

$$[\Phi] = \text{Wb} = \text{weber} = \text{Vs}.$$

A mágneses tér szemléltetésénél az erővonalakat gyakran fluxusvonalaknak értelmezzük, a tér azon részén, ahol nagyobb az indukció, ott sűrűbbek a vonalak.

1 T indukciójú homogén mágneses térben az 1 m² felületen áthaladó fluxus nagysága 1 Wb.

A magyar műszaki nyelvben az indukció szó két fogalmat is jelent:

- a mágneses tér jellemzője (tulajdonképpen fluxus sűrűség),
- jelenség, ami a villamos vezetőben feszültséget hoz létre (tulajdonképpen töltésszétválasztás).

A gerjesztési törvény (Ampère³ törvénye)

A mágneses körök számításának legfontosabb törvénye szerint a \vec{H} térerősség vektor vonalmenti integrálja tetszőleges zárt görbe mentén egyenlő a görbével határolt A felületen áthaladó áramok algebrai összegével, a felület Θ gerjesztésével:

$$\oint \vec{H} d\vec{\ell} = \int_A \vec{J} d\vec{A} = \Theta.$$

Amennyiben a vizsgált görbe homogén térerősségű szakaszokon halad keresztül, akkor a bal oldalon álló integrál, ha a töltéshordozók koncentráltan, villamos vezetőkben áramlanak, akkor a jobb oldalon álló integrál összegezésévé egyszerűsödik: $\sum_i H_i \ell_i = \sum_j I_j$.

Állandó μ permeabilitás esetén a gerjesztési törvény más alakban is felírható:

$$\oint \vec{H} d\vec{\ell} = \oint \frac{\vec{B}}{\mu} d\vec{\ell} = \frac{1}{\mu} \oint \vec{B} d\vec{\ell} = I, \text{ vagy } \oint \vec{B} d\vec{\ell} = \mu I,$$

itt $\mu = \mu_0 \mu_r$.

Példa

Vizsgáljunk egy I áramot vivő vezetőt. Tőle a távolságra a mágneses térerősség:

$$H = \frac{I}{2\pi a}.$$

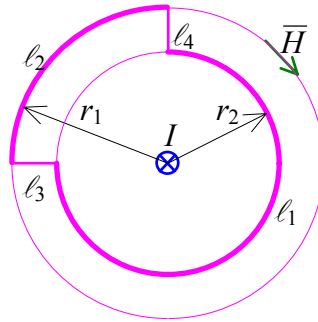
Ha (nem ferromágneses közegben) a tetszőleges zárt görbe a vezetőtől a távolságra rajzolt (a sugarú) körív és a körüljárás iránya megegyezik \vec{H} irányával, akkor

$$\oint \vec{H} d\vec{\ell} = \frac{I}{2\pi a} \oint d\ell = \frac{I}{2\pi a} 2\pi a = I.$$

Hasonló eredményt kapunk, ha különböző köríveken záródó görbét vizsgálunk (nem ferromágneses közegben) az alábbi ábra szerint:

² Weber, Wilhelm Eduard (1804-1891) német fizikus

³ Ampère, André-Marie (1775-1836) francia fizikus, matematikus, vegyész



A gerjesztési törvény illusztrálása

$$\ell_1 \text{ mentén } H_1 = \frac{I}{2\pi r_1},$$

ℓ_3 és ℓ_4 mentén H merőleges az integrálási útra, így a skalár szorzat $\vec{H}d\vec{\ell} = 0$,

$$\ell_2 \text{ mentén } H_2 = \frac{I}{2\pi r_2}.$$

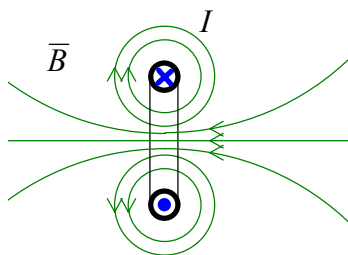
$$\left. \begin{aligned} \int_{\ell_1} H_1 d\ell &= \frac{I}{2\pi r_1} \frac{3}{4} 2\pi r_1 = \frac{3}{4} I \\ \int_{\ell_2} H_2 d\ell &= \frac{I}{2\pi r_2} \frac{1}{4} 2\pi r_2 = \frac{1}{4} I \end{aligned} \right\} \oint \vec{H}d\vec{\ell} = I$$

A térerősség ismeretében a létrehozó vagy a létrehozásához szükséges gerjesztés mindig kiszámítható. $|\vec{H}| = \text{const.}$ görbe mentén történő integráláskor $\vec{H}d\vec{\ell} = Hd\ell$. Ha a választott görbe homogén szakaszokra bontható, akkor

$$\oint \vec{H}d\vec{\ell} = \sum_i H_i \ell_i = \Theta.$$

A mágneses erővonalkép (fluxuskép)

Áramjárta körvezető

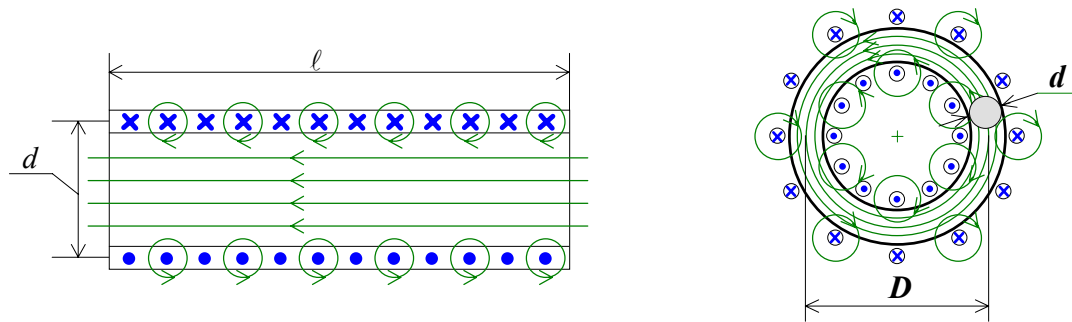


Áramjárta körvezető (hurok, menet) mágneses tere

Szolenoid, toroid

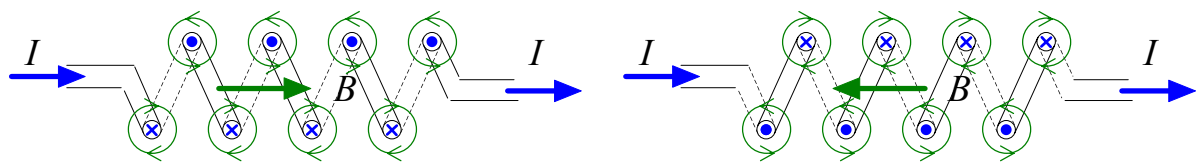
A szolenoid tekercsen belül koncentrálódik a mágneses tér, a tekercsen kívül szétszóródik, ezért elhanyagolható, amennyiben a tekercs hossza sokkal nagyobb az átmérőjénél, $\ell \gg d$. Hasonló a helyzet toroid tekercsnél $D \gg d$ esetén.

Ezeknél a tekercselrendezéseknél az egyes vezetők (menetek) sorba kapcsoltak, bennük azonos áram folyik, ezért a gerjesztési törvény alkalmazásakor $\Theta = H\ell = NI$, ahol N - a menetszám (integrálásnál a zárt görbe által körülfogott vezetők száma).



A szolenoid és a toroid mágneses tere

Adott áramirány mellett egy tekercs által létrehozott mágneses tér iránya a tekercselés irányától függ.

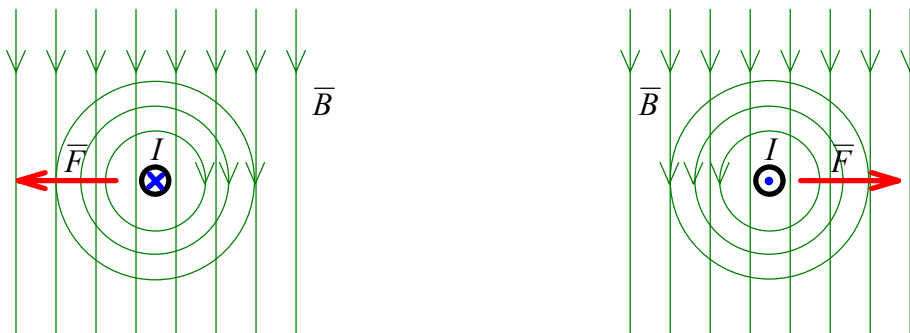


Jobb- és balmenetű tekercs mágneses tere

Áramjárta vezetőre ható erő iránya

Szemléltetése homogén mágneses térben, az erőre kapott összefüggés alapján:

$$\vec{F} = \ell \vec{I} \times \vec{B} .$$



Áramjárta vezetőre ható erő homogén térben

Hasznos és szórt mágneses tér

Csatolt tekercseknél (ilyen a transzformátor és a forgó villamos gép állórész-forgórész tekercselése) az egyik tekercs által létrehozott fluxusnak csak egy része kapcsolódik a másikkal, a fluxus többi része kiszóródik. Ez utóbbit nevezik szórt fluxusnak. A szórási mértékét a σ szórási tényezővel jellemzik. Az irodalomban több definíció is található:

$$\sigma = \frac{\phi_s}{\phi_e} \quad (0 \leq \sigma \leq 1),$$

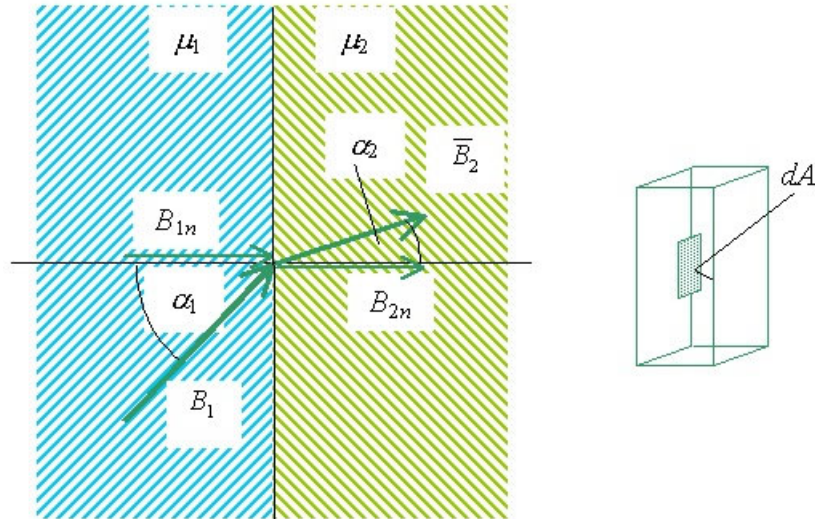
vagy $\sigma = \frac{\phi_s}{\phi_h} \quad (\sigma < > 1),$

ahol a ϕ_e eredő (teljes) fluxus a ϕ_s szórási és ϕ_h hasznos fluxus összege $\phi_e = \phi_s + \phi_h$.

Bizonyos esetekben a szórásnak fontos szerepe van, pl. a szórási induktivitás korlátozza a zárlati áramot.

A mágneses tér törési törvényei

Különböző permeabilitású anyagok határfelületén a \vec{H} térerősség és a \vec{B} indukció eltérően halad át.

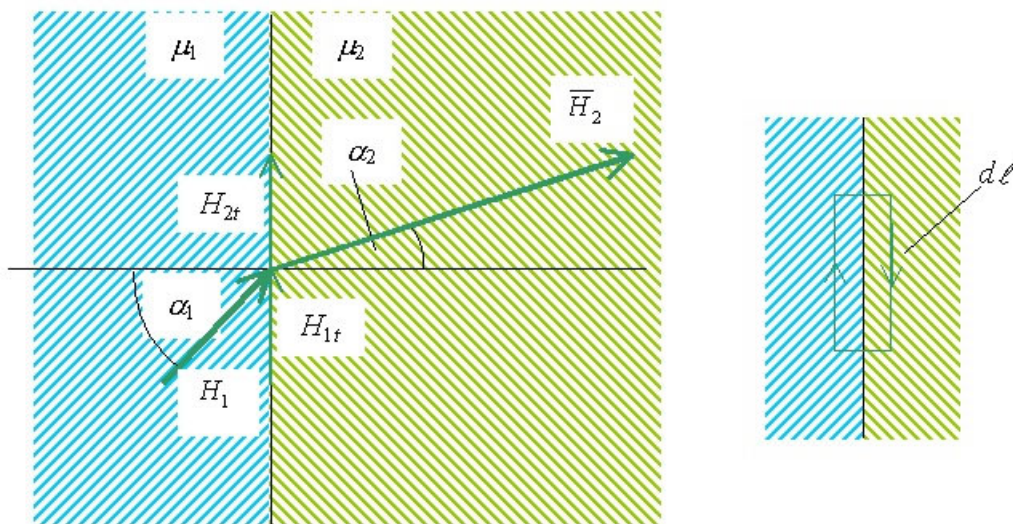


Az indukció vektor törése

A határréteg egy elemi dA felületén áthaladó fluxus mindkét réteg felől megközelítve azonos nagyságú. Mivel az indukcióvonalak mindig zártak, a teljes fluxus a két anyagban szintén azonos:

$$B_{1n}dA = B_1 \cos \alpha_1 dA = B_2 \cos \alpha_2 dA = B_{2n}dA,$$

vagyis a \vec{B} indukcióvektor normális összetevője változatlan értékű marad.



A térerősség vektor törése

A gerjesztési törvény értelmében a \vec{H} térerősség zárt görbére vett integrálja nullát kell adjon, ha a határrétegben nincs gerjesztés (nem folyik áram):

$$H_1 d\ell = H_1 \sin \alpha_1 d\ell = H_2 \sin \alpha_2 d\ell = H_{2t} d\ell,$$

vagyis a \vec{H} térerősség vektor tangenciális összetevője marad változatlan értékű.

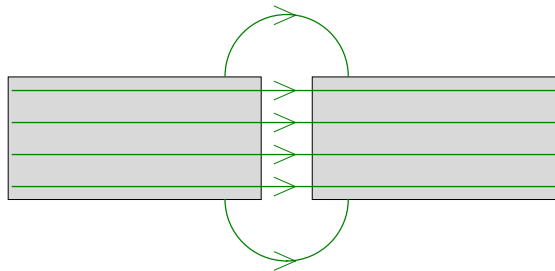
Határrétegnél az indukció vektor érintőleges, a térerősség vektor normális összetevője változik.

A fentiek alapján

$H_1 \sin \alpha_1 = H_2 \sin \alpha_2$, vagy a térerősséget az indukcióval felírva:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{B_1}{\mu_0 \mu_{r1}} \sin \alpha_1 = \frac{B_2}{\mu_0 \mu_{r2}} \sin \alpha_2 \\ B_1 \cos \alpha_1 = B_2 \cos \alpha_2 \end{array} \right\} \frac{\sin \alpha_1}{\mu_0 \mu_{r1} \cos \alpha_1} = \frac{\sin \alpha_2}{\mu_0 \mu_{r2} \cos \alpha_2} \Rightarrow \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\mu_{r1}}{\mu_{r2}}.$$

Ha $\mu_{r1} \gg \mu_{r2}$ (pl. vas-levegő határon $\mu_{rv} = 10^6$, $\mu_{r\ell} = 1$), akkor $\alpha_1 \gg \alpha_2$, vagyis $\alpha_1 \sim 90^\circ$, $\alpha_2 \sim 0$. Ez azt jelenti, hogy az erővonalak a vasból a levegőbe közel merőlegesen lépnek ki.



Az erővonalak iránya vas-levegő határon

Az indukció törvény (Faraday⁴ törvénye)

Az elektrotechnika egyik legfontosabb alaptörvénye, az általa leírt jelenség felfedezése tette lehetővé a villamos energia nagy teljesítményben való előállítását és elterjedését.

Ha egy vezetőkör – hurok áramkör, menet – által körülfogott fluxus bármilyen okból megváltozik, a vezetőben feszültség keletkezik (indukálódik) – villamos tér jön létre.

Az indukált feszültség arányos a fluxus időegység alatti megváltozásával.

$$u_i(t) = \frac{d\phi(t)}{dt}.$$

a) Nyugalmi indukcióról, transzformátoros (indukált) feszültségről beszélünk, amikor a vezető nyugalomban van (a vezető térben áll), a fluxus pedig időben változik áramváltozás vagy a mágneses kör megváltozása miatt.

b) Mozgási indukció akkor lép fel, mozgási (rendszerint forgási) indukált feszültség akkor keletkezik, amikor (állandó) mágneses térben a vezető mozgást végez és eközben „metszi” a mágneses tér erővonalait, vagyis a mozgásnak van az erővonalakra merőleges összetevője.

Az indukció során a mágneses tér megváltozása villamos teret hoz létre.

A fluxusváltozás helyett az indukált feszültség fogalmát használva a mágneses jelenséget villamos áramköri jelenséggel helyettesítjük.

A nyugalmi és a mozgási indukció a gyakorlatban sokszor egyidejűleg van jelen.

Fontos: ha a térben változó fluxusok vannak, akkor a villamos tér nem potenciális, két tetszőleges pont között a feszültség nem független az úttól! – ugyanis függ a körülzárt fluxustól, illetve annak változásától. A villamos potenciálnak mint térjellelmezőnek ilyenkor nincs értelme.

Zárt hurokban az indukált feszültség a hurokellenállásnak megfelelő áramot létesít. Az ellenállás ohmos feszültségesése – ha a körben nincs más forrás, feszültség-generátor – egyensúlyt tart az indukált feszültséggel, Kirchhoff huroktörvénye alapján:

⁴ Faraday, Michael (1791-1867) angol fizikus

$$\sum_j R_j I_j + \sum_k U_{ik} = 0,$$

vagy általános esetben a huroktörvény az ohmos feszültségesések, a belső és indukált feszültségek eredőjére igaz:

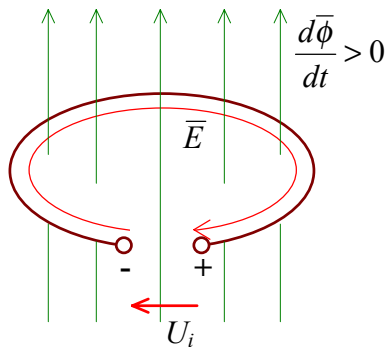
$$\sum_j R_j I_j + \sum_k U_{ik} + \sum_n U_{bn} = 0.$$

Itt U_i az indukált, U_b a nem indukció útján (pl. galvánelemmel) létrehozott belső feszültséget jelenti.

Nyugalmi indukció

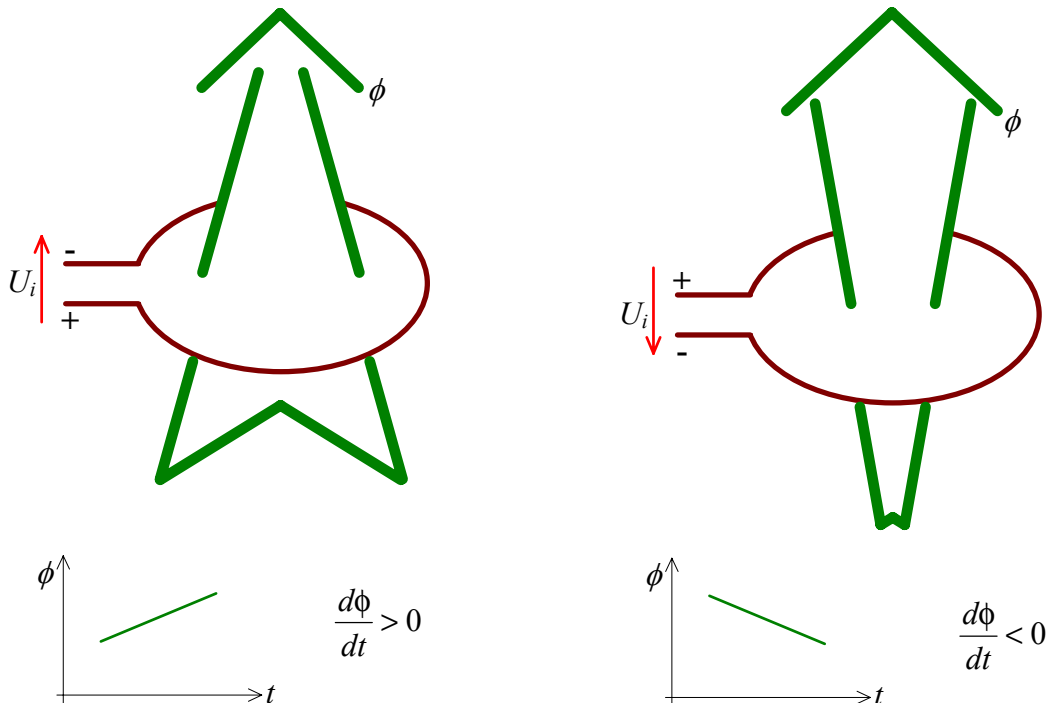
A fluxusváltozás és az töltésszétválasztó villamos térerősség pozitív iránya az ábra szerinti,

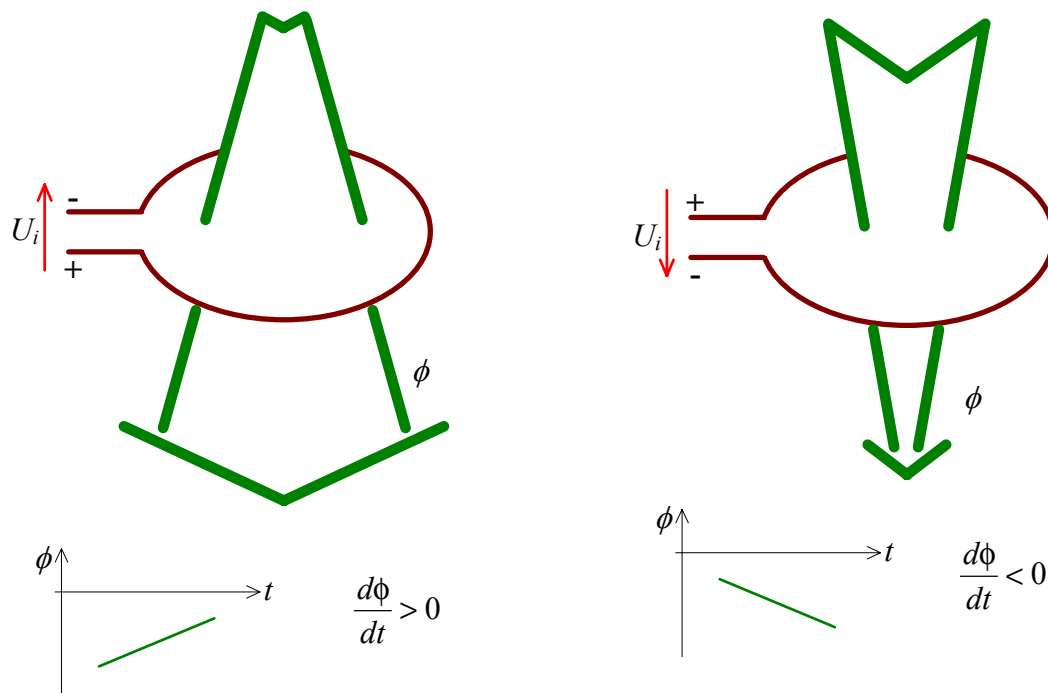
$$U_i = -\bar{E}d\bar{\ell}.$$



A nyugalmi indukció pozitív irányai

Az indukált feszültség nem a fluxus, hanem a fluxusváltozás nagyságától és irányától függ.





Az indukált feszültség polaritása különböző irányú fluxus és fluxusváltozás esetén

A tekercsfluxus

Amennyiben a változó fluxust nem egyetlen hurok, hanem N sorba kapcsolt menetből álló tekercs fogja körül és a menetek azonos irányúak (azonos irányban gerjesztenek), akkor az egyes menetekben indukált feszültségek összeadódnak. Ha minden menet azonos nagyságú fluxust fog át, akkor az eredő indukált feszültség

$$u_i(t) = N \frac{d\phi(t)}{dt}.$$

A tekercs egy-egy menetével kapcsolódó fluxusok összegezésével kapjuk a $\psi = N\phi$ tekercsfluxust (vagy fluxuskapcsolódást), amivel a tekercs eredő indukált feszültsége:

$$u_i(t) = \frac{d\psi(t)}{dt}.$$

A ψ tekercsfluxus mértékegysége megegyezik a ϕ fluxus mértékegységével.

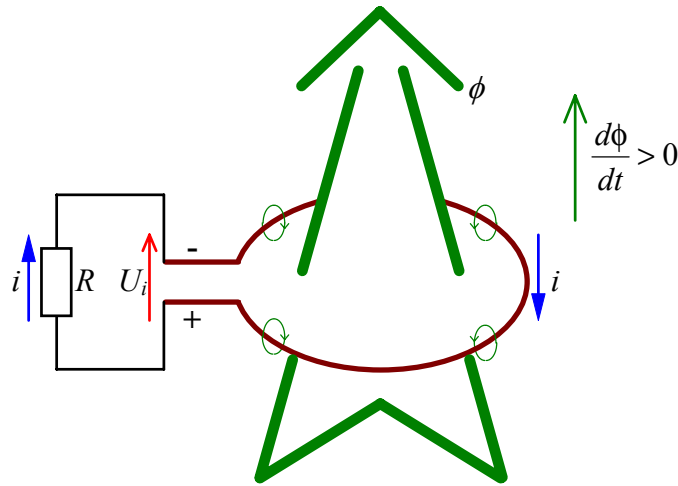
Lenz⁵ törvénye

Az energia megmaradásának elvéből következő törvény szerint az indukció eredményeként keletkező áramok és erők olyan hatásúak, hogy gátolják az előidéző állapotváltozást.

A fluxusváltozás következtében indukálódó $U_i = \frac{d\phi}{dt}$ feszültség zárt áramkörben olyan i áramot kelt, amelyik az indukált feszültséget létrehozó fluxusváltozást gátló mágneses teret (mágneses tér változást) hoz létre, az indukáló hatást csökkenti. Mozgási indukciónál a létrejövő áram az indukált feszültséget létrehozó mozgással ellentétes erőhatást okoz. A keletkező mágneses tér a kiindulási állapot fenntartására törekszik.

Ez a törvényszerűség az önindukció alapja.

⁵ Lenz (Lenc), Heinrich Friedrich Emil (1804-1865) német származású fizikus



Az indukált feszültség keltette áram mágneses hatása

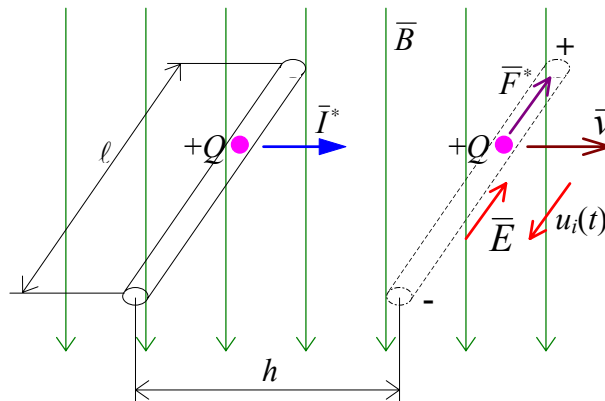
A mozgási indukció

Feszültség indukálódik egy időben állandó mágneses tér mentén mozgatott vezetőben is, mivel a vezetővel együtt mozgó töltésekre erő hat. (Áramjárta vezetőnél a fellépő erő: $\vec{F} = \ell \vec{I} \times \vec{B}$.) Ez az erő tulajdonképpen a töltésekre hat, azok adják át a vezetőnek.

\vec{I}^* nem „igazi” áram, de, mivel töltéshordozó mozgás, ezért egy erőhatás számítható belőle.

$$\vec{F}^* = h \vec{I}^* \times \vec{B} = \frac{h}{t} Q \times \vec{B} = Q \vec{v} \times \vec{B}, \text{ ha } \vec{I}^* = \frac{Q}{t} \text{ és } \vec{v} = \frac{h}{t}.$$

Homogén mágneses térben a B indukcióvonalakra és saját magára merőleges irányban v sebességgel mozgatott vezető töltéseire a vezető vonalában \vec{F}^* töltésszétválasztó erő lép fel, tehát villamos tér keletkezik. A villamos térerő a pozitív töltésekre ható erő irányába mutat:



A mozgási indukció lehetséges illusztrációja

$\vec{E} = \frac{\vec{F}^*}{Q} = \vec{v} \times \vec{B}$. ennek a térerőnek a hatására a vezető két végén különemű töltések halmozódnak fel, ami indukált feszültség létrejöttét jelenti.

Egy ℓ hosszúságú vezető két vége között mérhető feszültség (homogén tér feltételezésével) $u_i = -\vec{E} \ell = -\vec{v} \times \vec{B} \ell = \ell \vec{B} \times \vec{v}$, ha a feszültség pozitív iránya a (+) töltések felől a (-) töltések felé mutat. Ez a feszültség belső feszültség jellegű, a töltés-szétválasztó E térerő (elektromotoros erő) hatására jön létre

$$\int \bar{E} d\bar{\ell} = -\frac{d\phi}{dt}.$$

Az indukált feszültség zárt áramkörben egy (valódi) áramot indít. Az áram és az indukció kölcsönhatásaként olyan irányú erő lép fel a vezetõn, amelyik – Lenz törvénye értelmében – annak mozgása ellen hat. Az erõvonalak a mozgás irányában „sûrûsödnek”. Ez azt jelenti, hogy ha zárt az áramkör, a vezetõ mozgatásához folyamatosan erõre, energiára van szükség.

Két erõhatást látunk:

- a vezetõvel együtt mozgó töltésekre ható erõ, aminek következménye az E villamos térerõsség töltés-szétválasztó hatása és az U_i indukált feszültség,

- ennek a feszültségnek a hatására kialakuló áram következtében a vezetõre (a vezetõben mozgó töltésekre) ható erõ.

E két erõ iránya nem azonos.

Véges keresztmetszetû vezetõ mágneses tere

Vonalszerû vezetõben folyó áram csak a vezetõn kívül hoz létre mágneses teret, de véges keresztmetszet (pl. véges átmérõ) esetén a vezetõn belül is. Ebben az esetben a „belső” fluxus az áramnak csak egy részével kapcsolódik, ezért külön kell vizsgálni a „külsõ” fluxustól.

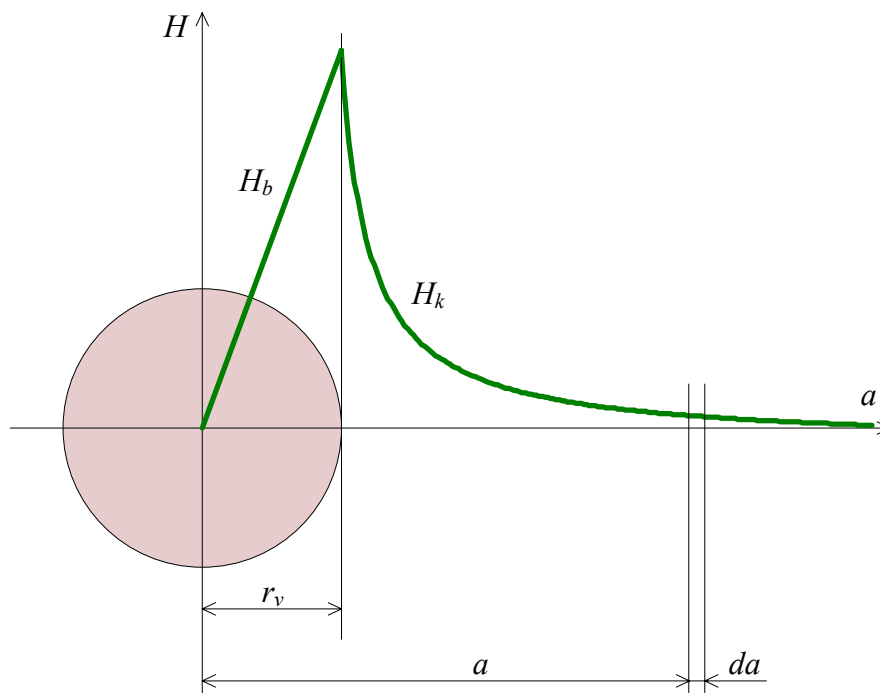
Mágneses tér a vezetõn kívül

Egy levegõben álló hosszú, kör keresztmetszetû, áramjárta vezetõn kívül a „külsõ” mágneses tér közelítõen ugyanúgy számítható, mint a végtelenül kis keresztmetszetû (egydimenziós) vezetõ tere.

Egyenáram és egyenletes árameloszlás feltételezésével a J áramsûrûség vagy az I áram

$$J = \frac{I}{r_v^2 \pi}, \text{ illetve } I = \int J dA_v = Jr_v^2 \pi,$$

itt r_v – a vezetõ sugara.



A mágneses térerõsség változása

A vezetõ tengelyétõl tetszõleges a távolságra a H_k „külsõ” térerõsség:

$$H_k(a) = \frac{I}{2\pi a}, \text{ amennyiben } a \geq r_v.$$

A „külső” indukció $B_k(a) = \mu_0 H_k(a) = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$.

A vezető ℓ hosszúsága mentén egy da elemi szélesség által meghatározott $dA = \ell da$ elemi felületen a $d\phi_k$ elemi „külső” fluxus a vezető tengelyétől tetszőleges a távolságon:

$$d\phi_k(a) = B_k(a) dA = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \ell da.$$

Mivel a tekercsfluxus, a vezetőt egyetlen menetnek tekintve megegyezik a fluxussal $d\psi_k = d\phi_k$, a teljes „külső” tekercsfluxus:

$$\psi_k = \int_{r_v}^{a_0} d\phi = \frac{\mu_0 I \ell}{2\pi} \int_{r_v}^{a_0} \frac{da}{a} = \frac{\mu_0 I \ell}{2\pi} \ln \frac{a_0}{r_v},$$

itt a_0 az a véges távolság, amelynél a mágneses tér már elhanyagolhatóan kicsi. (Elméletileg $a_0 \rightarrow \infty$. Két párhuzamos vezetőből álló huroknál a vezetőket összekötő képzeletbeli vonal mentén kell integrálni.)

A „külső” térből számítható induktivitás értéke:

$$L_k = \frac{\phi_k}{I} = \frac{\mu_0 \ell}{2\pi} \ln \frac{a_0}{r_v}.$$

Mágneses tér a vezetőn belül

Tételezzük fel, hogy a vezető végtelen számú, egyenletesen elosztott párhuzamos elemi szálból áll és az árameloszlás homogén (az áramsűrűség a keresztmetszet mentén állandó).

Egy tetszőleges a sugáron belül folyó áramrész $I_a = Ja^2 \pi = I \frac{a^2}{r_v^2}$, $a \leq r_v$.

Ennek az áramrésznek a H_b „belső” mágneses térerőssége a sugáron:

$$H_b(a) = \frac{I_a}{2\pi a} = I \frac{a^2}{2\pi a r_v^2} = \frac{a}{2\pi r_v^2}, \quad a \leq r_v.$$

(A vezető kerülete mentén a „külső” és „belső” tér számítása azonos eredményt ad, $H_b = H_k$.)

A „belső” indukció $B_k(a) = \mu H_b(a) = \mu I \frac{a}{2\pi r_v^2}$,

itt μ – a vezető anyagának teljes permeabilitása, nem ferromágneses anyagoknál rendszerint $\mu = \mu_0$.

Az elemi „belső” fluxus dA felületen:

$$d\phi_b(a) = B_b dA = \frac{\mu I a}{2\pi r_v^2} \ell da.$$

Ha a teljes vezető keresztmetszetet tekintjük egy menetnek, akkor az $a \leq r_v$ sugár által meghatározott körön belül egy keresztmetszet-arányosan kisebb N_a menetszámmal kell számolni:

$$N_a = 1 \cdot \frac{a^2}{r_v^2}.$$

Így az elemi „belső” fluxuskapcsolódás $a \leq r_v$ esetére

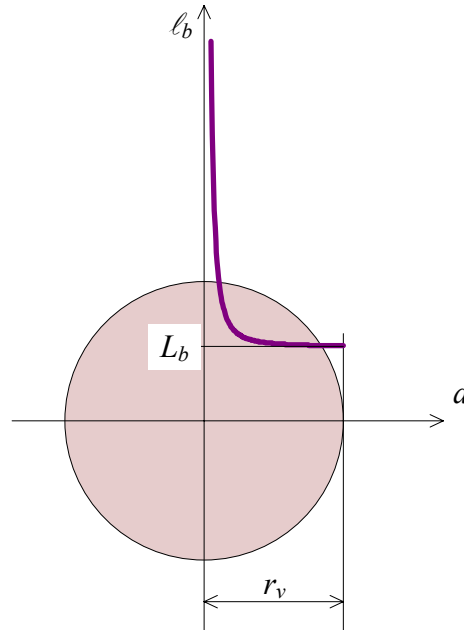
$$d\psi_b(a) = N_a d\phi_b(a) = \frac{\mu I a}{2\pi r_v^2} \frac{a^2}{r_v^2} \ell da = \frac{\mu I a^3}{2\pi r_v^4} \ell da.$$

A teljes „belső” fluxuskapcsolódás a vezető teljes keresztmetszetén:

$$\psi_b = \frac{\mu I \ell}{2\pi r_v^4} \int_0^{r_v} a^3 da = \frac{\mu I \ell}{8\pi}.$$

A „belső” térből számított induktivitás értéke: $L_b = \frac{\psi_b}{I} = \frac{\mu \ell}{8\pi}$.

Ha $\mu = \mu_0$, akkor $L_b = \frac{\mu_0 \ell}{8\pi} = 0,5 \ell \cdot 10^{-7}$ (H), vagy $L_b = 0,05 \mu\text{H/m}$.



Az önindukciós tényező változása

Az előzőek szerint egy tetszőleges $a \leq r_v$ sugáron belül lévő vezetőrészben a teljes áramnak csak $I_a = I \frac{a^2}{r_v^2}$ része folyik, de ezzel a vezetőrészrel a teljes ψ_b „belső” fluxus kapcsolódik, ezért az $a \leq r_v$ sugáron az $\ell_b(a)$ „belső” induktivitás:

$$\ell_b(a) = \frac{\psi_b}{I \frac{a^2}{r_v^2}} = L_b \frac{r_v^2}{a^2}.$$

A középpont körüli áramszálak belső induktivitása lényegesen nagyobb lehet a felület menti áramszálak induktivitásánál. Váltakozó áramnál az elemi szálak induktív reaktanciája ezért a középpont közelében nagyobb, mint a külső felszín közelében. Ebből következően az áram nagyobbik része a vezető felülethez közeli tartományban folyik.

Az áramkiszorítás jelensége

Részletes, összetett számítások szerint az áramsűrűség a kör keresztmetszetű vezető kerületétől a középpontja felé exponenciálisan csökken. Azt a vezető felszínétől mért távolságot, amely mentén az áramsűrűség a felületihez képest az e -ad részére csökken, behatolási mélységnek nevezik és δ -val jelölik. Abban az esetben, ha a vezető sugara $r_v > (3-5)\delta$, a behatolási mélységig az áramvezetést homogénnek, az $a < r_v - \delta$ sugáron belüli tartományon pedig nullának tekintik.

Ez az áramkiszorítás vagy szkin hatás annál hangsúlyozottabb, minél nagyobb az induktív reaktancia, ami változik az áram ω körfrekvenciájával (frekvenciájával) és az induktivitással. Az induktivitás függ a vezető anyagának μ permeabilitásától, vagyis minél nagyobb a permeabilitás, annál kisebb a behatolási mélység.

Másrésztől viszont, minél nagyobb a vezető ρ fajlagos ellenállása, annál kisebb az induktív reaktancia súlya az impedancián belül, tehát annál kisebb a változásának hatása az árameloszlásra. A behatolási mélység az alábbiak szerint függ az említett jellemzőktől:

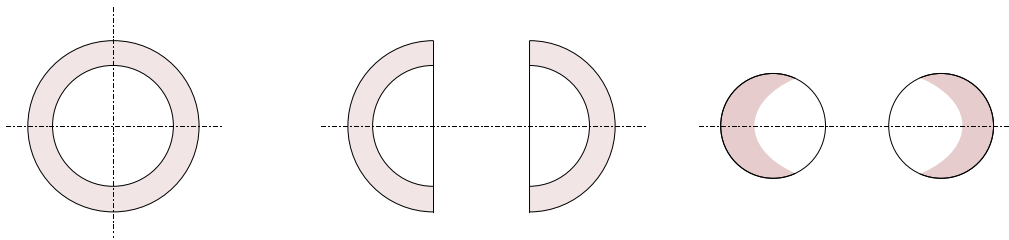
$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu}} = \sqrt{\frac{2}{2\pi\mu_0}} \sqrt{\frac{\rho}{f\mu_r}} = \frac{1}{\sqrt{\pi\mu_0}} \sqrt{\frac{\rho}{f\mu_r}} = 503,3 \sqrt{\frac{\rho}{f\mu_r}}.$$

A δ egyúttal a váltakozó mágneses tér behatolási mélysége is, ugyanis ahol áram nem folyik, ott nem lehet mágneses tér sem.

A δ behatolási mélység előző összefüggése lapos vezetőre is alkalmazható $r_v \rightarrow \infty$ közelítéssel, ha a vezető vastagsági mérete kisebb a behatolási mélységnél.

Közelségi hatás (proximity effect)

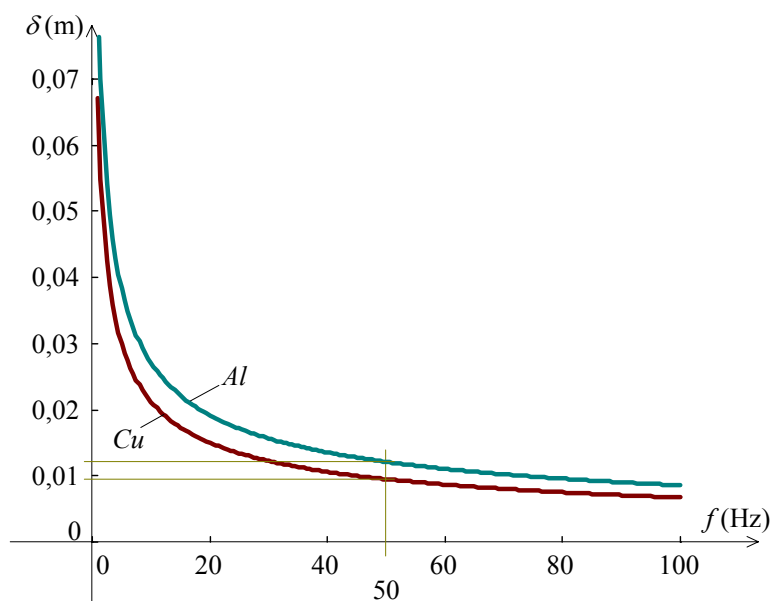
Az áramkiszorításhoz hasonló jelenség van akkor is, ha két azonos irányú váltakozó áramot vivő vezető egymás mágneses terében helyezkedik el: megváltozik az árameloszlás, az áram a vezetők azon részében sűrűsödik, amelyekben kisebb az induktivitás.



A közelségi hatás illusztrálása a szkinhatásból kiindulva

Példa

A réz anyagjellemzői: $\rho_{Cu}=1,78 \cdot 10^{-8} \Omega m$, $\mu_{rCu}=1$, $f=50$ Hz frekvencián a behatolási mélység $\delta_{Cu}=9,49$ mm.



A behatolási mélység változása a frekvencia függvényében

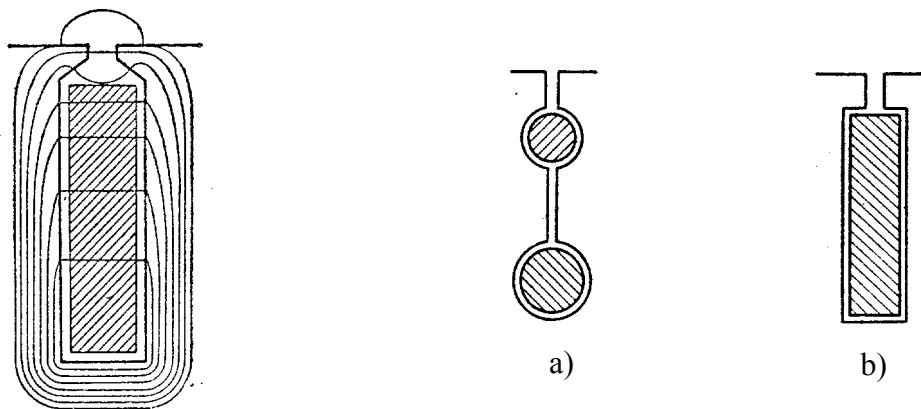
Az alumínium anyagjellemzői: $\rho_{Al}=2,9 \cdot 10^{-8} \Omega m$, $\mu_{rAl}=1$, $f=50$ Hz frekvencián a behatolási mélység $\delta_{Al}=12$ mm.

A vas anyagjellemzői: $\rho_{Fe}=13 \cdot 10^{-8} \Omega m$, $\mu_{rFe}=5000$, $f=50$ Hz frekvencián a behatolási mélység $\delta_{Fe}=0,35$ mm.

Áramkiszorítás ferromágneses környezetben

Az áramkiszorítás ferromágneses környezetben, például az aszinkron gép forgórészének hornyaiban lévő vezetőknél is jelentkezik, különösen akkor, ha a horony mélysége nagyobb a szélességénél. Ezt felhasználják az aszinkron gépek mechanikai jelleggörbéjének javítására.

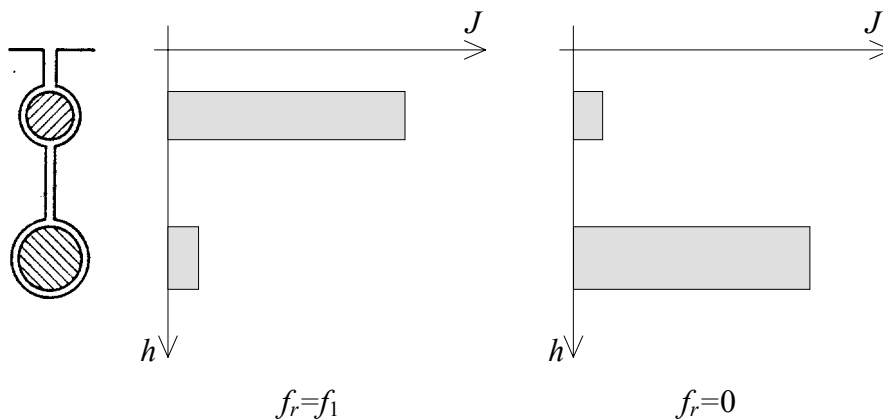
Az f_r forgórész frekvencia szliptől (fordulatszámától, szögsebességétől) való függését figyelembe véve a kalickás forgórészek geometriai kialakításával megvalósítható, megtervezhető a forgórész körüli ellenállás szlipfüggése.



Horonyba helyezett, áramot vivő vezető mágneses tere

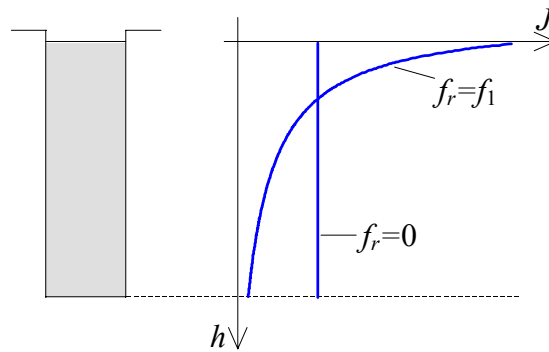
*Kalickás forgórész tipikus horonyalakja
a) kétkalickás b) mélyhornyú*

A horonyban lévő vezetőn belüli árameloszlás függ a forgórész frekvenciától. A jelenség szemléletesen úgy is magyarázható, hogy a vezető egyes részeivel, rétegeivel kapcsolódó fluxus – ennek következtében az $\ell = \frac{\Psi}{i}$ önindukciós tényező és a $z = \sqrt{r^2 + (2\pi f_r \ell)^2}$ impedancia is – változik a horonyszájtól mért távolsággal. A tekercselés frekvencia-függésének növelése érdekében kétkalickás és a mélyhornyú forgórészt alkalmaznak.



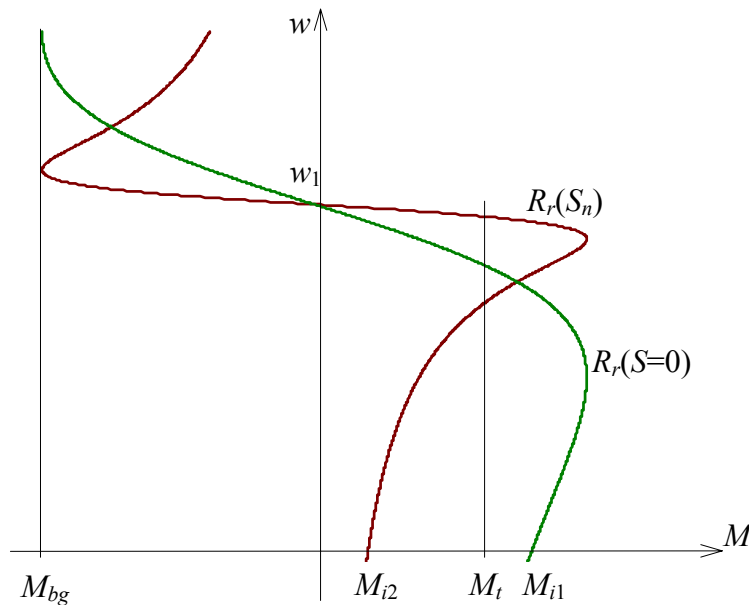
Áramsűrűség eloszlás vázlata egy kétkalickás forgórész vezetőiben

Az áramkiszorítás hatása legegyszerűbben a kétkalickás forgórésznel szemléltethető. A horonyszáj közelében lévő (felső) kalicka rendszerint kisebb keresztmetszetű, nagyobb fajlagos ellenállású anyagból (pl. sárgarézből) készül, míg az alsó kalicka nagyobb keresztmetszetű, kisebb ellenállású (pl. vörösrézből). Indításkor ($S=1$) a forgórész áram frekvenciája megegyezik a tápfrekvenciával ($f_r=50$ Hz), ilyenkor az áram főleg a nagyobb ohmos ellenállású (kisebb reaktanciájú) kalickában folyik, míg a névleges üzemi munkapont környezetében ($S\approx 0,03-0,05$, $f_r=1,5-2,5$ Hz) döntően a két kalicka ohmos ellenállása közötti arány határozza meg az árameloszlást. Ilyen módon konstrukciós eszközökkel megvalósítható, hogy indításkor nagyobb, névleges fordulatszámon pedig kisebb legyen a hatásos forgórész körüli ellenállás.



Áramsűrűség eloszlás vázlatja egy mélyhornyú forgórész vezetőjében

Mélyhornyú forgórésznel a jelenség és hatása hasonló, de a J áramsűrűség változása folyamatos a horonyszájtól való h távolság függvényében.

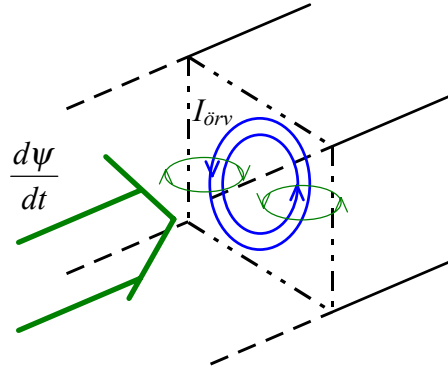


Az aszinkron motor tipikus statikus w - M jelleggörbéje

A hatásos forgórész körüli ellenállás frekvenciafüggésével elérhető, hogy indításkor nagyobb legyen a nyomaték, névleges üzemben pedig kisebb legyen a fordulatszám csökkenés. Az ábrán feltüntetett, a kisebb ellenálláshoz tartozó M_{i2} indítónyomaték nem lenne elegendő az M_t terhelőnyomaték melletti indításhoz. A nagyobb ellenállásnál pedig állandósult üzemben M_t terhelőnyomaték mellett nagyobb lenne a fordulatszámcsökkenés. A két jelleggörbe elvonatkoztatott illusztráció, a motor felfutása során a görbék között folyamatos az átmenet.

Az örvényáram hatása a mágneses tér eloszlására

A mágneses tér változásának következtében indukált feszültség jön létre és örvényáram folyik a villamos vezetőben. Az örvényáram Lenz törvénye értelmében gátolja az indukáló hatást, olyan teret létesít, ami mágneses fluxust a vezető felülete irányába szorítja. A mágneses tér behatolási mélysége ugyanúgy számítható, mint a villamos áramsűrűség behatolási mélysége.



Az örvényáram hatása a mágneses tér eloszlására

A mágneses tér vezetését, terelését szolgáló ferromágneses anyagokban az örvényáram nem kívánatos fluxus kiszorítása és a keletkező veszteség miatt. Az örvényáram lemezeléssel csökkenthető, porvasmag (p. ferrit) alkalmazásával ki is küszöbölhető.

Összeállította: Kádár István
2013. április

Ellenőrző kérdések

1. Értelmezze az áramokkal kifejezett erőtörvényt.
2. Melyek a mágneses tér jellemzői?
3. Mi a mágneses térerősség, indukció fluxus?
4. Mi a mágneses permeabilitás?
5. Értelmezze a gerjesztési törvényt.
6. Értelmezze az indukció törvényt.
7. Illusztrálja a szórt fluxust.
8. Közelítően illusztrálja áramjárta vezető és vezető gyűrű mágneses terét.
9. Közelítően illusztrálja a szolenoid és a toroid mágneses terét.
10. Milyen elhanyagolással élnek a szolenoid és a toroid mágneses körének számításánál?
11. Mi a tekercsfluxus (fluxuskapcsolódás)?
12. Mi a mozgási indukció jelensége?
13. Mi a nyugalmi indukció jelensége?
14. Értelmezze Lenz törvényét nyugalmi és mozgási indukciónál.
15. Illusztrálja a véges keresztmetszetű, áramot vivő vezető mágneses terét.
16. Hogyan alakul az árameloszlás véges keresztmetszetű vezetőben?
17. Hogyan alakul az induktivitás véges keresztmetszetű vezetőben?
18. Hogyan magyarázható az áramkiszorítás jelensége?
19. Mi a behatolási mélység, milyen paraméterektől függ?
20. Hogyan közelíthető az árameloszlás az áramkiszorítás figyelembevételével?
21. Mi a közelségi hatás?
22. Illusztrálja az áramkiszorítást ferromágneses környezetben.
23. Mi az örvényáram és milyen hatással van a mágneses tér eloszlására?
24. Milyen megoldással csökkenthető az örvényáram?