

A félévben tervezem letisztítani ide a Jelek (Rendszerelmélet) jegyzeteimet - lehetőleg valami olyan formában, ami az első ZH előtt segít rendesen összefoglalni az anyagot, s egy ponthatáros kettést összehoz.

Ha a félév végéig sikerül rendesen csinálnom (igyekszem :-)), s legalább az első ZHig (~hetedeik hét) le van tisztázva az anyag, akkor közkinccsé teszem, s mehet a [Rendszerelmélet](#) lap alá. Addig viszont szeretném a személyes játszóteremnek meghagyni (nemhiába szerkesztői subpage ez), s bármit hezitálás nélkül visszavonok, ami nem tetszik. Ha hibát találsz, vagy kérdésed van, a Vitalapon állok rendelkezésre. (vagy a vilmos.nagy@outlook.com email címen)

1. előadás - Bevezetés

Bevezetés

A tárgy keretében *fizikai* folyamatokat szeretnénk leírni. A fizikait értsd, hogy kb. bármilyen olyan folyamatot, amiben mérhető mennyiségek szerepelnek. Ezeket a mennyiségeket változókkal írjuk le. Ezekből a változókból, ha fizikai dimenzió nélkül kezeljük, lesznek a jeleink. Ilyen folyamat lehet, például:

- Az egyetem egyes évfolyamaira beiratkozott hallgatók száma.
- Híd deformációja a terhelés függvényében
- Lift sebessége a magasság függvényében, ha az ötödik emeletre akarunk menni.
- stb.

Rendszerek ábrázolása

Az alábbi ábrán egy egyszerű rendszer ábrázolása látható.

(szerk.: Remélem nem csesztem el benne semmit, az $x[k]$, meg $x[k+1]$ jelölés nem tuti.

<http://draw.io-n> rajzolva, forrás itt: <https://drive.google.com/open?id=0BzSJOKSJE6qqUUIwZVv0T3JYYUU>)

(szerk.: Amíg nincs LaTeX a vikwiki-n, s PDF-ben olvasod, addig a kép itt:

https://vik.wiki/images/7/79/Jelek_jegyzet_vilmosnagy_rendszerek_%C3%A1br%C3%A1zol%C3%A1sa.png) jelek_jegyzet_vilmosnagy_rendszerek_ábrázolása.png

Példa

A fenti rajz lehet az ábrája az alábbi rendszer-modellnek.

Egy egyszerű egyetemet, s az egyetemen tanuló hallgatók számát szeretnénk modellezni. Négy jelet veszünk fel: x_1 , x_2 , x_3 , y . Ebből az x -ek az adott évben az adott évfolyamra járó hallgatók száma, míg az y az adott évben végző hallgatók száma. Az x_1 értéke egyenlő az adott évben beiratkozó hallgatók és az előző évben az első évfolyamot nem teljesítő hallgatók számával. Amennyiben az újonnan beiratkozókat u -val jelöljük, míg az egyes évfolyamokon megbukottakat a -val, sikeresen teljesítőket b -vel (ezt most önkényesen jelölöm a illetve b -vel):

- $x_1[k+1] = a_1 \cdot x_1[k] + u[k+1]$
- $x_2[k+1] = a_2 \cdot x_2[k] + b_1 \cdot x_1[k]$
- $x_3[k+1] = a_3 \cdot x_3[k] + b_2 \cdot x_2[k]$
- $y[k] = b_3 \cdot x_3[k]$

(szerk.: remélem semmit nem írtam el, de ezt a gyakorlat után még utánaszámolom. Amíg nem javítják meg a wiki-t, addig itt le tudod renderelni ezeket: <http://quicklatex.com/>)

Ebből ilyen szép táblázatot lehet rajzolni, ha:

- $u[k]=500$ minden k -ra
- $a_n=0.3$ minden n -re
- $b_n=0.65$ minden n -re

(vegyük észre, hogy a_k+b_k nem szükségszerűen 1. A maradékot kirúgták, elment, etc. belefér a modellbe).

Félév (k)	Elsőévesek	Másodévesek	Harmadévesek	Végzők
1	500	0	0	0
2	650	325	0	0
3	695	520	211	0
4	709	608	401	137
5	713	643	515	260
5	714	656	572	335

Nem számolom tovább, de ha ügyes vagy, néhány félév múlva egy \sim konstans értékre kéne beállnia a végzősök számának (~ 400 körül, valahol). Ez a tárgy ilyen (meg ennél bonyolultabb) modellekről, s azoknak az ennél egyszerűbb kiszámolásáról fog szólni.

Egyébként such wow, a fenti felállásban az u a gerjesztés, az y pedig a felvázolt rendszer válasza, s primitív rendszereket kell is majd hasonlóan számolgatni a háziban.

Jelek osztályozása

Millióféleképpen lehet jeleket osztályozni. Ebből én csak azt jegyzetelem le, amivel foglalkozik a tárgy, a többi nem érdekes.

Beszélhetünk időben folytonos, vagy diszkrét idejű jelekről.

- Folytonos idejű jelölése $x(t)$
- Diszkrét idejű jelölése $x[t]$

Továbbá általában determinisztikus, belépő típusú jelekkel foglalkozik a tárgy.

- Determinisztikus: minden értéke *megjósolható* (nem véletlenszerű)
- Belépő: $x(t)=0, t<0$ esetén.

Említés szintjén előkerül sztochasztikus (nem determinisztikus), nem belépő, x -ben belépő, diszkrét értékű, etc. jelek. Ezekkel nem foglalkozik a tárgy.

Továbbá megkülönböztetünk páros és páratlan jeleket:

- páros: $x(t)=x(-t)$ (az x tengelyre szimmetrikus)
- páratlan: $x(t)=-x(-t)$ (az origóra szimmetrikus)

Állítás: Minden jel felírható egy páros és egy páratlan jel összegére. **Bizonyítás:** Nem bizonyítjuk.

Jelek felírása

Diszkrét idejű jelek esetén

Speciális jelek

Egységimpulzus

$$\delta[k] = \begin{cases} 1 & k=0 \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases}$$

Egységugrás

$$\epsilon[k] = \begin{cases} 0 & k < 0 \\ 1 & k \geq 0 \end{cases}$$

Állítás: Minden DI jel megadható egységimpulzusok szuperpozíciójaként. **Bizonyítás:** Nem bizonyítjuk.

Példa 1

Az egységugrás felírható egységimpulzusok összegeként: $\epsilon[k] = \sum_{i=-\infty}^k \delta[i]$ (szerk.: ezt ellenőrizd le!)

Példa 2

Vegyük a következő jelet:

$$x[k] = \begin{cases} 0 & k < 0 \\ 2 \cdot 0.1^k & \text{egyébként} \end{cases}$$

Ezt fel tudjuk írni egy sorban így:

$$x[k] = \sum_{i=0}^{\infty} 2 \cdot 0.1^i \cdot \delta[k-i]$$

Itt ugye a $\delta[k-i]$ csak a $k=i$ esetben lesz 1, minden más esetben 0. Ezt kicsit tovább csavarva:

$$x[k] = \sum_{i=0}^{\infty} x[i] \cdot \delta[k-i]$$

Mivel fentebb már kimondtuk, hogy ennek csak $k=i$ esetben van értelme. Így meg, az egyszerűsítések után egy triviális dolgot kapunk. DE!

Konvolúció

Tegyük fel, hogy a rendszerek válasza is szuperpozícionálható. (Ezt így nem mondtuk ki általánosan előadáson, hogy minden esetben igaz, de használjuk a tárgy keretein belül.) Továbbá tegyük fel, hogy egy rendszer egységimpulzusra adott válasza $h[k]$ -tal jelölt.

Na, és itt jön a magic, mert (az előző példa gondolatmenetét részben folytatva) ezek után ki

merjük mondani, hogy a rendszer $y[k]$ válasza általánosságban: $y[k] = \sum_{i=0}^{\infty} x[i] \cdot h[k-i]$
(vegyük észre, hogy összesen az egységimpulzust cseréltük le fent a válaszára, majd ugyanúgy szuperponáljuk az egyes egységimpulzusokat...)

Folytonos idejű jelek esetén

Speciális jelek

Egységugrás

$\epsilon(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$ **Megjegyzés:** Az $\epsilon(0)$ -t nem definiáljuk, a tárgy keretében nem lesz rá szükség. Ha szeretnénk elképzelhetjük 0.5-nek, balról/jobbról 0/1-nek, etc.

Egységimpulzus

Írjuk fel az $\epsilon(t, T)$ függvényt a következőképpen:

$\epsilon(t, T) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1/T & t \in (0, T) \\ 0 & t > T \end{cases}$ (ez 0-tól T-ig $1/T$ értékű négyzet. Az integrálja 1.)

Az egységimpulzust nevezzük annak, ha az $\epsilon(t, T)$ -ben a T tart nullához.