A Számítástudomány alapjai

ELSŐ pótZH 2011. XII. 1. 8^{15}

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.
Kérjük, minden résztvevő **nevét, NEPTUN kódját** és **gyakorlatvezetője nevét**a dolgozat *minden* lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel, mert ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük.
Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése: 0-23 pont: 1, 24-32 pont: 2, 33-41 pont: 3, 42-50 pont: 4, 51-60 pont: 5. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Az évvégi jegy kiszámításakor a két (legalább elégséges) zh *összesített* pontszámát vesszük figyelembe.
Íróeszeren és papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés.

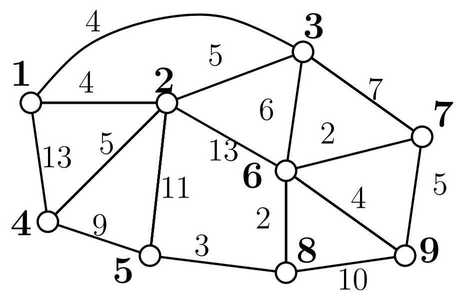
Feladatok

1. Hányféleképpen lehet tombolán kisorsolni 5 különböző nyereményt 3 részvevő között? Hány olyan sorsolás van, ahol minden részvevő legalább egy nyereményt kap? (Két sorsolás akkor különbözik, ha van olyan nyereménytárgy, amit a két sorsoláson nem ugyanaz nyer meg.)

2. A tankör 35 hallgatójából összesen 25-en nem írták meg az első ZH-t SzA ill. Analízis tárgyak valamelyikéből. Míg SzA-ból 12, addig Analízisből 15 hallgató nem írt dolgozatot. Az érintett 25 hallgatóból hányféleképpen választhatnak olyan 5-tagú panaszbizottságot, hogy abban $3-3$ olyan hallgató legyen aki nem írta meg az egyes ZH-kat?

3. Az egyszerű, irányítatlan, 3-reguláris G gráf szomszédossági mátrixának bizonyos elemei kitörlődtek, csupán az alábbi maradt meg:

$$A(G) = \begin{pmatrix} ? & 1 & ? & ? & ? & ? \\ ? & ? & ? & ? & ? & 1 \\ ? & 1 & ? & 1 & 0 & ? \\ ? & ? & 1 & 0 & 1 & ? \\ ? & ? & ? & ? & ? & 1 \\ ? & ? & ? & 1 & 1 & ? \end{pmatrix}$$



Rajzoljuk le a G gráfot (pontosabban annak egy diagramját).

4. Tegyük fel, hogy az F fának csak első- és hatodfokú csúcsai vannak, szám szerint n_1 ill. n_6. Igazoljuk, hogy $n_1 = 4 \cdot n_6 + 2$.

5. Keressük meg a fenti mátrix melletti ábrán látható gráf egy minimális súlyú feszítőfáját és adjuk meg a Prüfer-kódját.

6. Tudjuk, hogy a 99 csúcsú, egyszerű G gráf maximális fokszáma $\Delta(G) = 30$, másrészt G-nek van Euler-köre. Mutassuk meg, hogy a $\overline{G}$ komplementergráfnak is van Euler-köre.

Jó munkát!