

# A Számítástudomány alapjai

MÁSODIK pótZH 2011. XII. 1. 8<sup>15</sup>

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.

Kérjük, minden résztvevő nevét, NEPTUN kódját és gyakorlatvezetője nevét a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában olvashatóan és helyesen tüntesse fel, mert ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése: 0-23 pont: 1, 24-32 pont: 2, 33-41 pont: 3, 42-50 pont: 4, 51-60 pont: 5. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Az évvégi jegy kiszámításakor a két (legalább elégséges) zh összesített pontszámát vesszük figyelembe.

Írószeren és papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés.

## Feladatok

1. Legyen  $G$  teljes gráf a  $\{v_4, v_5, v_6, v_7, v_8\}$  ponthalmazon és a  $v_i v_j$  él hossza legyen  $l(v_i v_j) = \frac{4}{(i,j)}$ . Határozzuk meg a  $v_4$  csúcs távolságát  $G$  többi csúcsától. Megváltoztatható-e a  $v_7 v_8$  él hossza úgy, hogy  $v_4$  és  $v_7$  távolsága 3 legyen?
2. A  $G = (V, E)$  irányított gráf csúcshalmaza  $V = \{v_{12}, v_{13}, v_{14}, v_{15}, v_{16}\}$  és  $i < j$  esetén a  $v_i v_j$  él kapacitása  $c(v_i v_j) = (i, j)$ , más éle  $G$ -nek nincs. Ha a  $v_{15} v_{16}$  él kapacitását tetszés szerint megváltoztathatjuk, mennyi lehet a  $v_{12}$ -ből  $v_{16}$ -ba vezető maximális folyam nagysága? Mekkora az a legkisebb kapacitás a  $v_{15} v_{16}$  élen, amire ez a maximális folyam nagyság elérhető?
3. Tekintsük a  $k$ -szorosán pontösszefüggő  $G$  gráf két diszjunkt példányát és kössük össze a két példányban az egymásnak megfelelő pontokat. Bizonyítsuk be, hogy az így kapott  $G'$  gráf  $(k+1)$ -szeresen összefüggő.
4. Tegyük fel hogy 77 iskolás levelez egymással úgy, hogy mindegyiküknek pontosan 8 levelezőpartnere van. Megvalósítható-e, hogy a levelezéshez 8-féle színű borítékot használnak úgy, hogy mindenki különböző színű borítékot használjon az egyes levelezőpartnereihez, és bármely két levelezőtárs között mindkét irányú levélforgalomhoz azonos színű borítékot használjanak?
5. Síkbarajzolható-e az ábrán látható gráf?
6. Számítsuk ki a  $10! + 99$  és  $9! + 9$  számok legnagyobb közös osztóját.

