

Költségfüggvények

- Minden kibocsátáshoz a minimális költséget rendelik hozzá

A termelési függvények inverzei (dualitás)

- **A költségfüggvények** a termelési függvényből származtathatók, „beárazva”

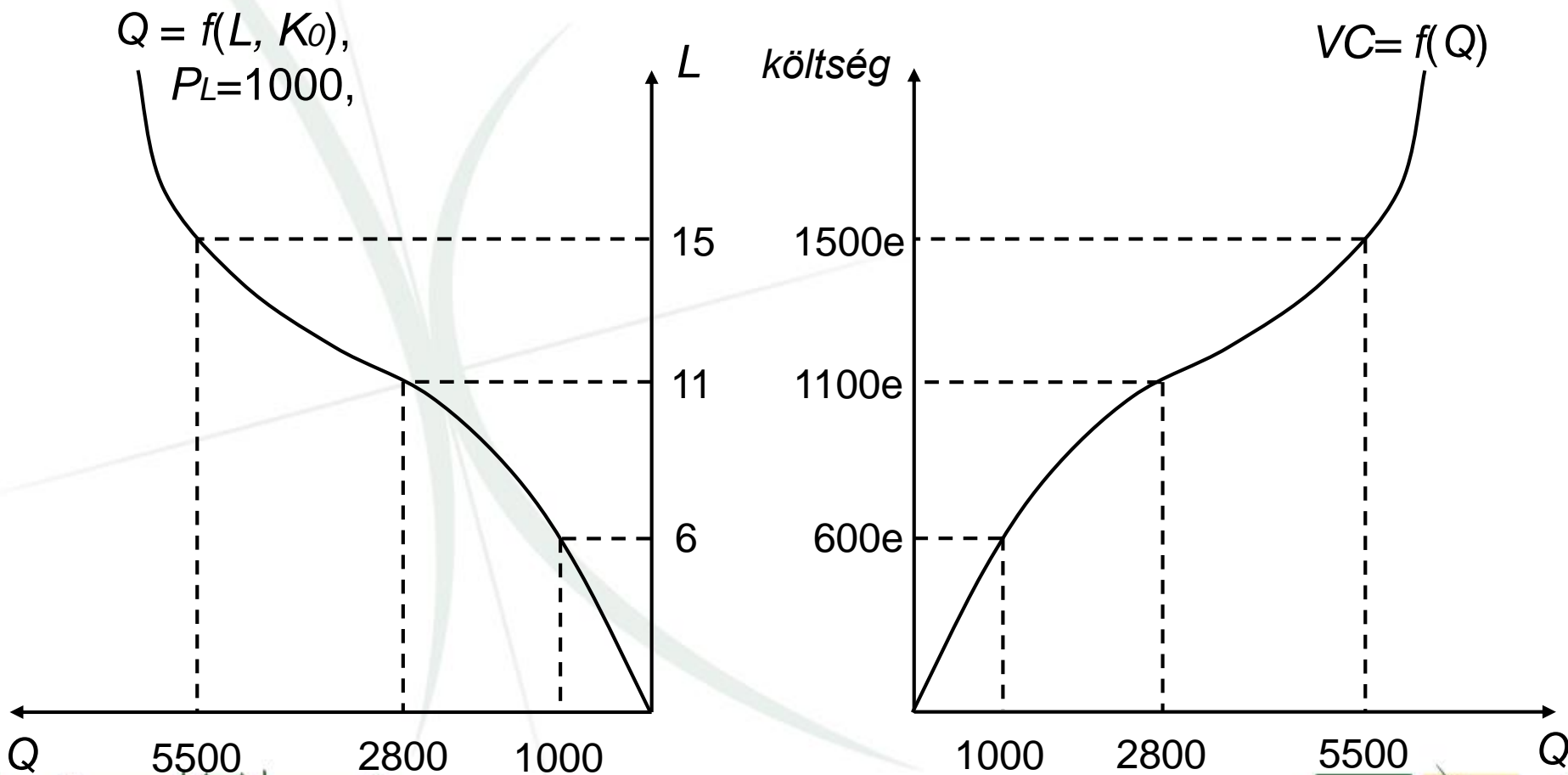
Rövid táv:

$$TC = f [Q(K_0, L), P_K, P_L]$$

Hosszú táv:

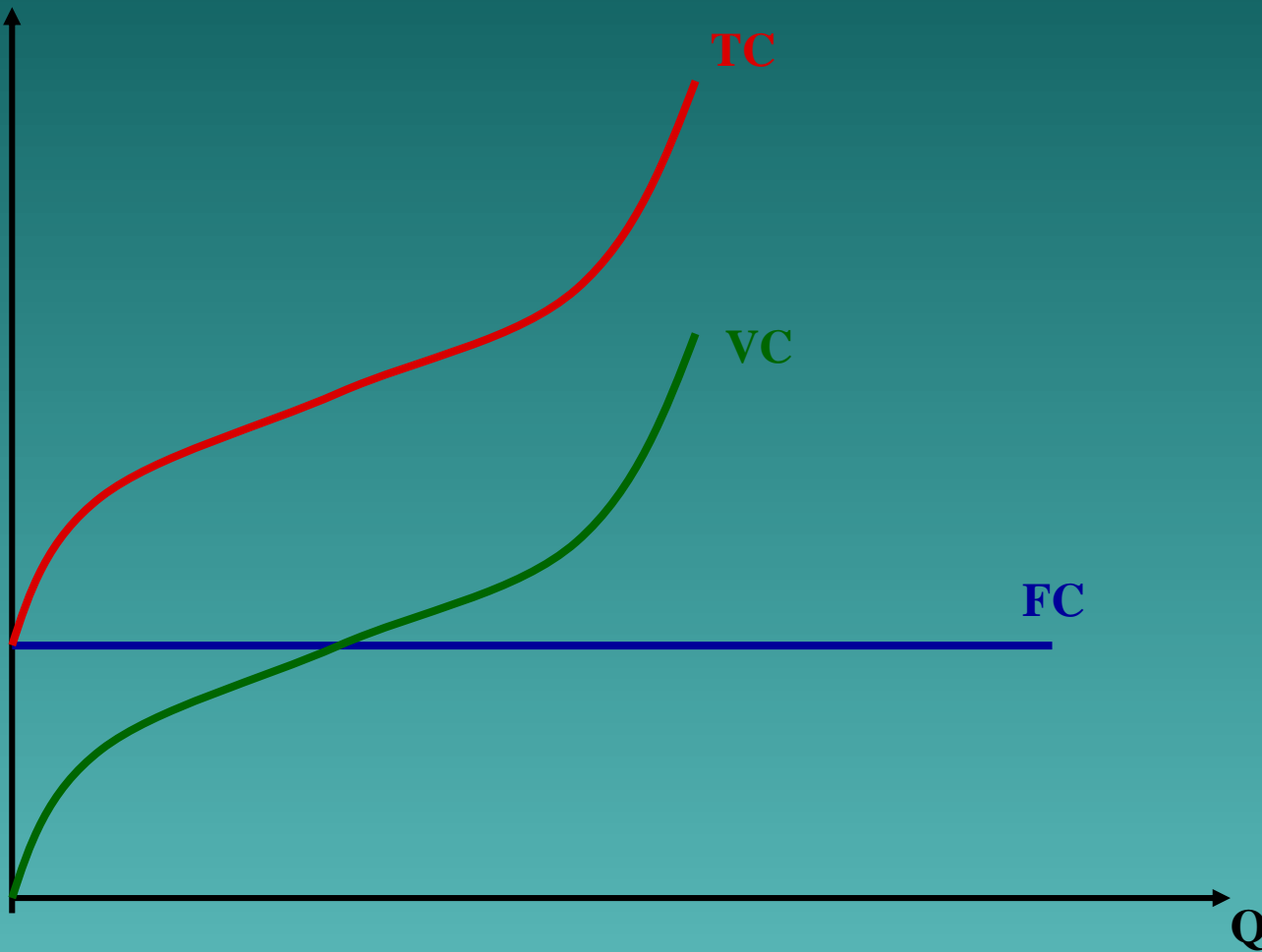
$$TC = f [Q(K, L), P_K, P_L]$$

Rövid táv: A parciális termelési függvény és a változó költség függvény összefüggése



A vállalat költségei rövid távon

TC, VC, FC



A fix termelési tényező a tőke (K), és a változó a munka (L)

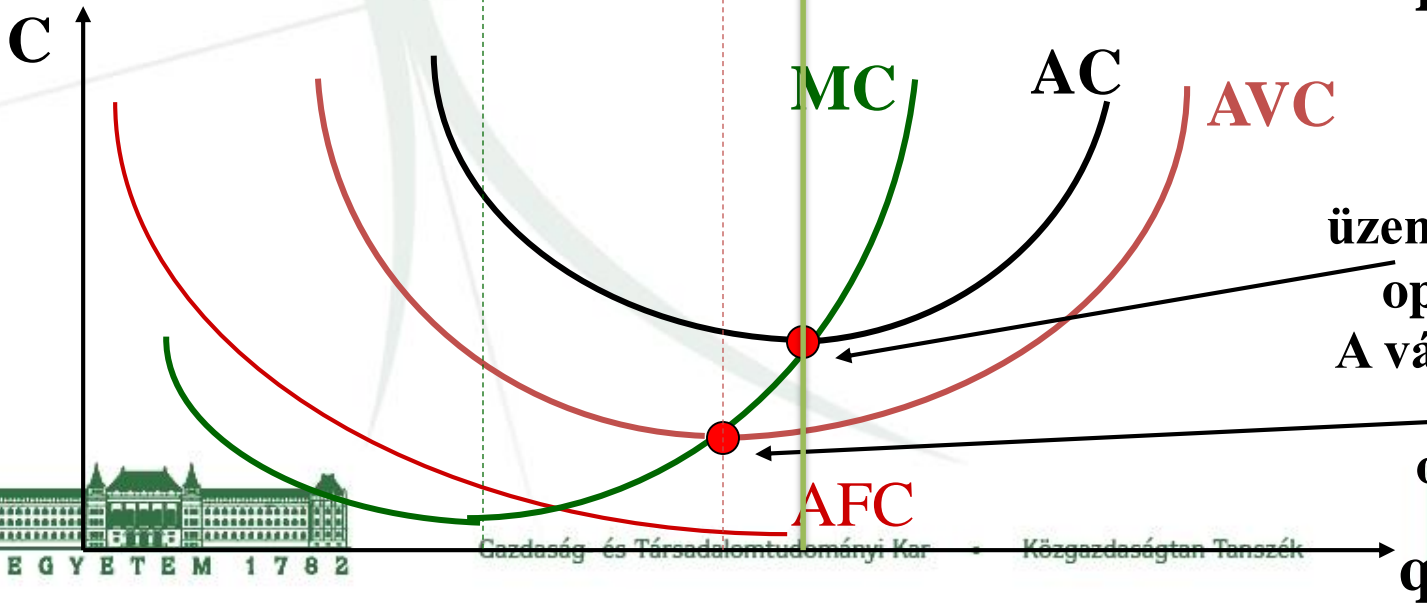
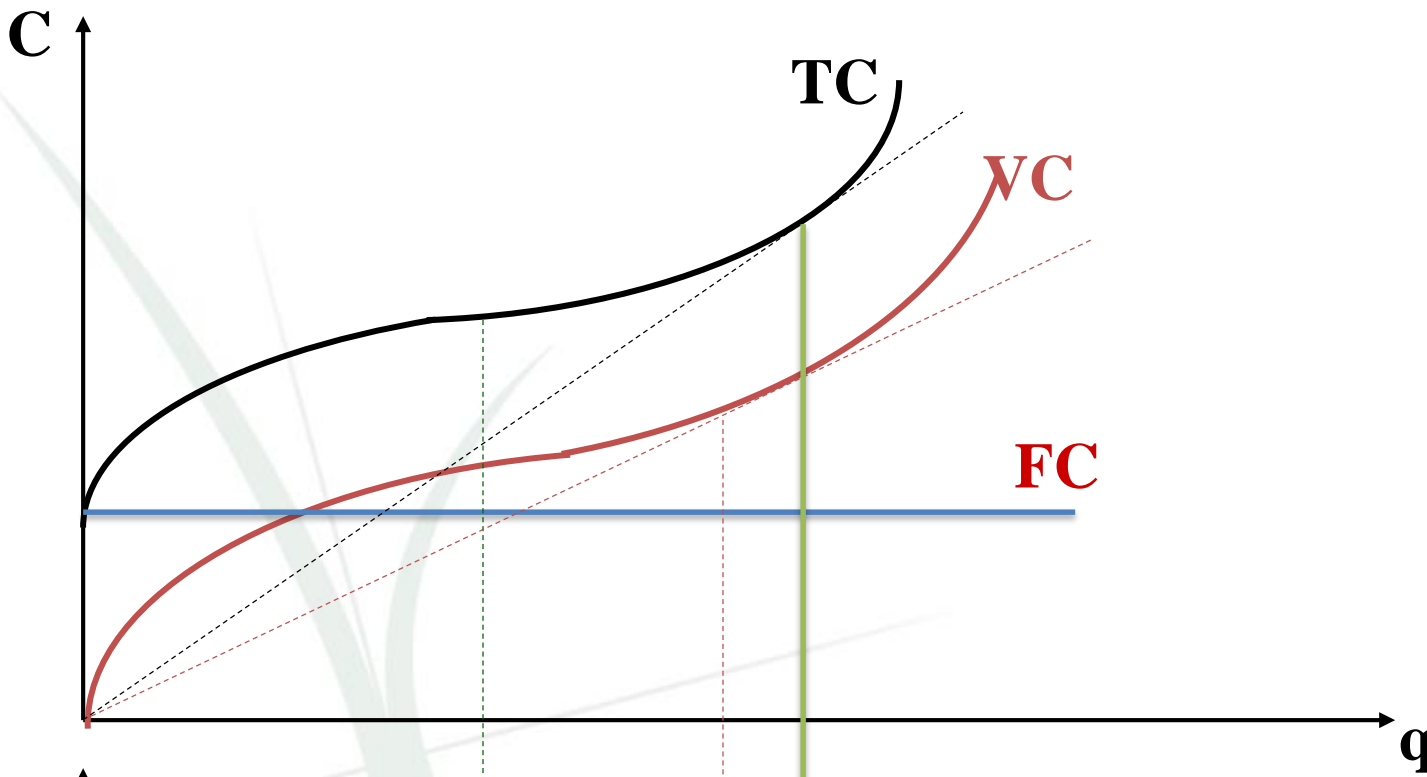
Rövidtávú költségek:

- Fix költség: $FC = P_K K$
- Változó költség: $VC(q) = P_L L$
- Teljes költség: $TC(q) = P_K K + P_L L$
- Határköltség $MC = dTC/dq = dVC/dq$
- Átlagos költségek

$$AFC = FC/q,$$

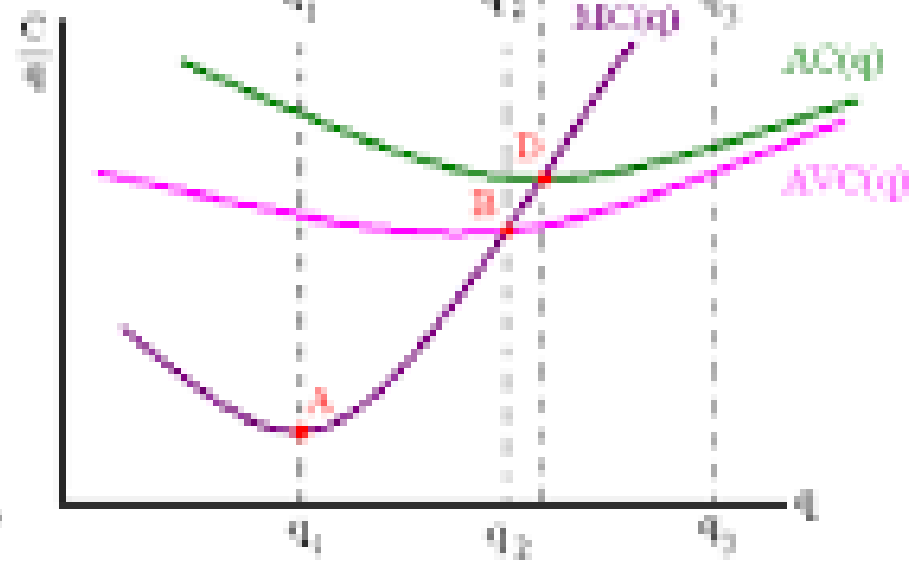
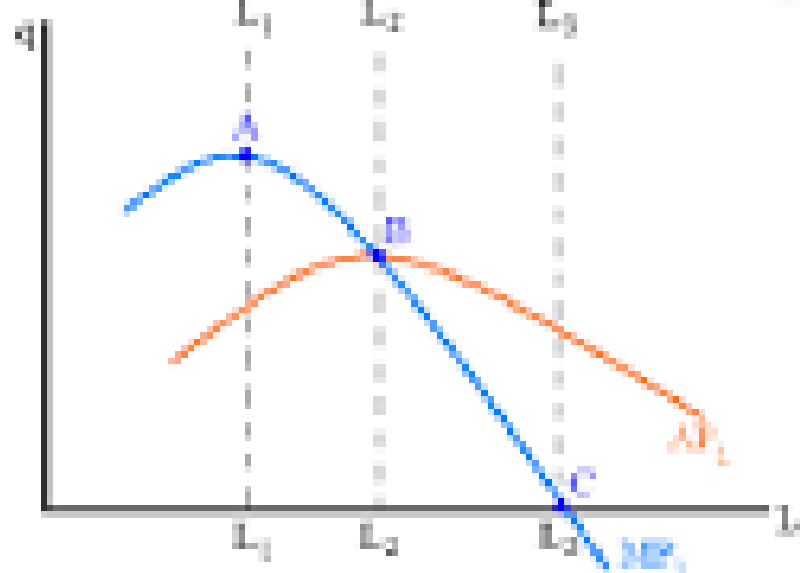
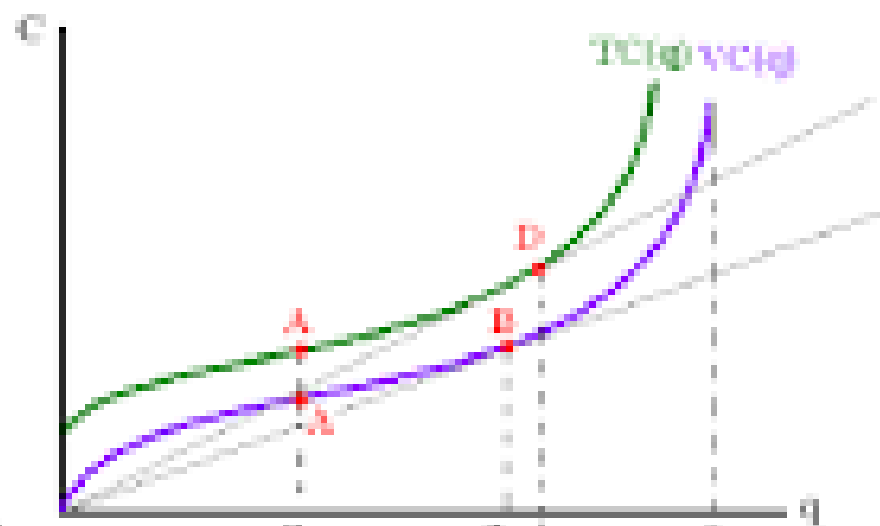
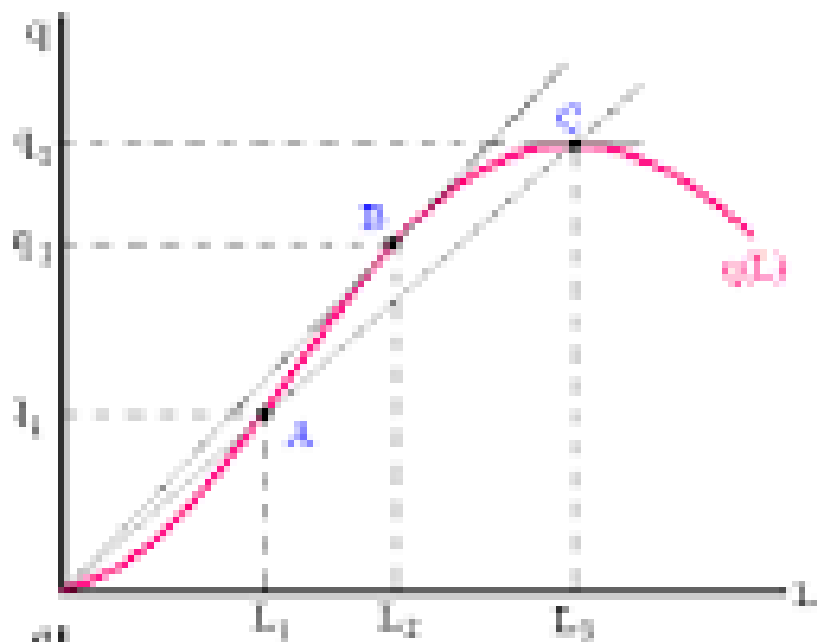
$$AVC = VC/q,$$

$$AC = TC/q$$



üzem technikai
optimuma
A változó tényező
technikai
optimuma





A termelési függvény és a költségfüggvény összefüggései alapján:

- az AVC ott minimális, ahol az AP_L maximális

$$AVC = \frac{VC}{Q} = \frac{\bar{p}_L \cdot L}{Q} = \bar{p}_L \cdot \frac{1}{AP_L}$$

- az MC ott minimális, ahol az MP_L maximális

$$MC = \frac{dVC}{dQ} = \frac{\bar{p}_L \cdot dL}{dQ} = \bar{p}_L \cdot \frac{1}{MP_L}$$

- az AVC függvényt és az AC függvényt a határköltség függvény minimumpontjában metszi

Példa rövidtávú költségfüggvényre

Egy vállalat teljes költség függvénye:

$$TC=Q^3-15Q^2+500$$

Írja fel a többi rövid távú költségfüggvényt!

$$VC= Q^3-15Q^2 \quad AVC=VC/Q=Q^2-15Q$$

$$FC=500 \quad AFC=FC/Q=500/Q$$

$$AC=TC/Q= Q^2-15Q+500/Q$$

$$MC=(TC)'=(VC)'= 3Q^2-30Q$$

Példa rövidtávú költségfüggvények levezetésére

- Egy vállalat rövid távon 16 egység tőkét használ fel. A munka egységára 10, a tőkéé pedig 50. A vállalat termelési függvénye:

$$q = 5\sqrt{KL}$$

- Írja fel a vállalat rövid távú költségfüggvényeit!

$$TC = 10L + 50 \cdot 16$$

$$q = 5\sqrt{16L}$$

$$L = \frac{q^2}{400}$$

$$TC = \frac{q^2}{40} + 800$$

- Az állandó költség a TC-nek az a része, amely q -tól független: $FC=800$
- Az átlagos fixköltség költség akkor
- $AFC=800/q$

$$VC = \frac{q^2}{40}$$

- A változó költség:

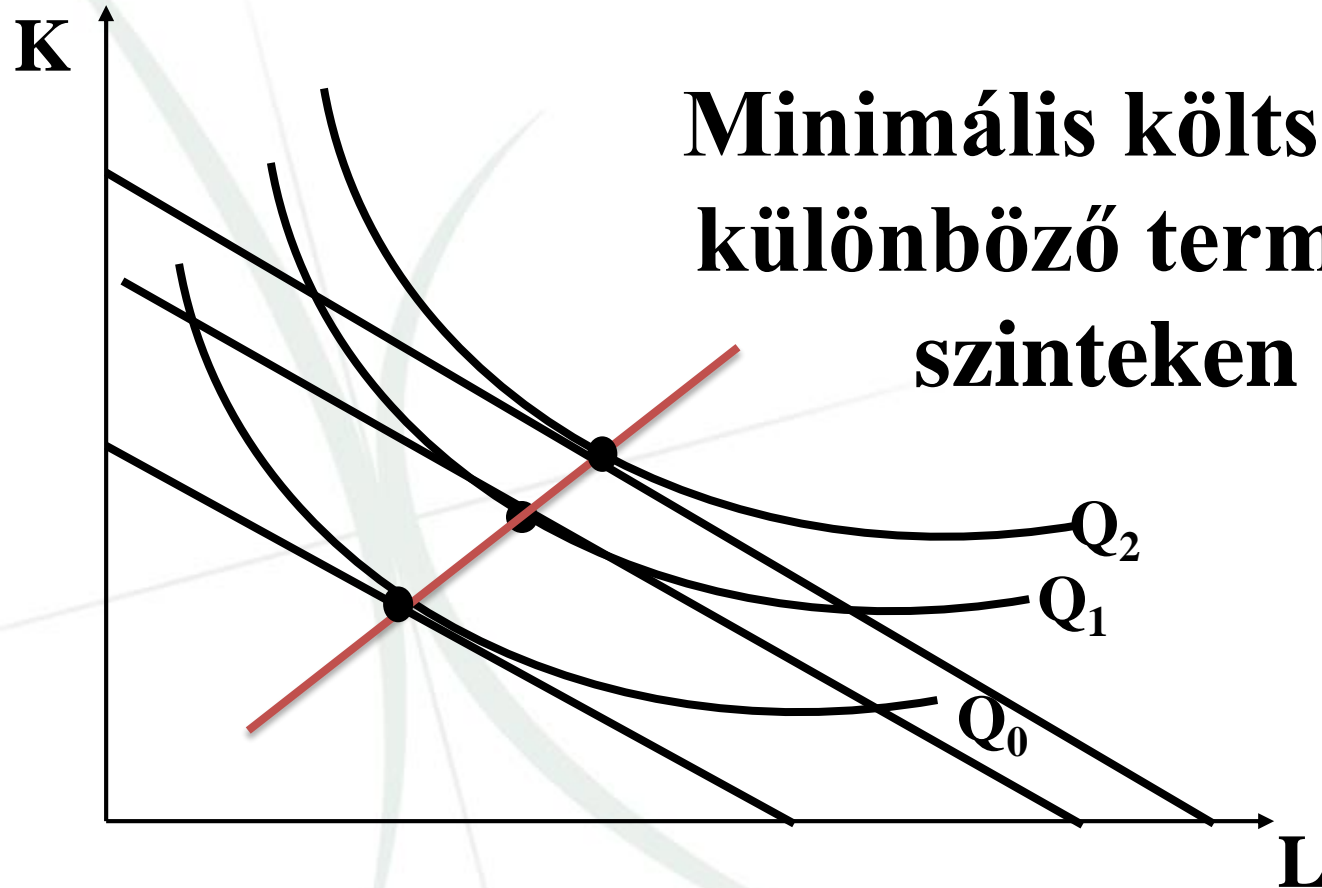
A határköltség a teljes költség vagy változó költség deriváltja: $MC=q/20$

- $AC=q/40+800/q$
- $AVC=q/40$

Hosszú távú költségfüggvények

- Valamennyi input mennyisége változtatható
- **A vállalat növekedési útjából vezethető le**
- A vállalt különböző termelési szintjeihez tartozó minimális összköltségének alakulását fejezi ki
- LTC (Q)
- LAC (Q)
- LMC (Q)

Növekedési út



Optimalizáció kritériuma: $MP_L/MP_K = p_L/p_K$

Levezetés: $Q = \sqrt{KL}$ függvényre

- $\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{P_L}{P_K}$ -ből, $\frac{K}{L} = \frac{P_L}{P_K}$ Ebből K és L kifejezve és behelyettesítve a termelési függvénybe:

- $Q = K \sqrt{\frac{P_K}{P_L}}$ és $Q = L \sqrt{\frac{P_L}{P_K}}$ majd átrendezve

- $K = Q \sqrt{\frac{P_L}{P_K}}$ és $L = Q \sqrt{\frac{P_K}{P_L}}$

- $TC(Q) = P_K Q \sqrt{\frac{P_L}{P_K}} + P_L Q \sqrt{\frac{P_K}{P_L}} = 2\sqrt{P_K P_L} Q$

Példa hosszú távú költséggüggvények levezetésére

- 2.Egy vállalat számára a munka egységára 100, a tőkéé 400. A vállalat termelési függvénye:

$$q = 2\sqrt{KL}$$

- Írja fel a vállalat hosszú távú költségfüggvényeit!

- Az optimum: $\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{2\sqrt{K} \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{L}}}{2\sqrt{L} \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{K}}} = \frac{K}{L} = \frac{100}{400}$

$$K = \frac{1}{4}L$$

$$L = 4K$$

$$q = 2\sqrt{KL} = 2\sqrt{K \cdot 4K} = 4K, \text{ és } q = 2\sqrt{\frac{1}{4}L \cdot L} = L \text{ --ből}$$

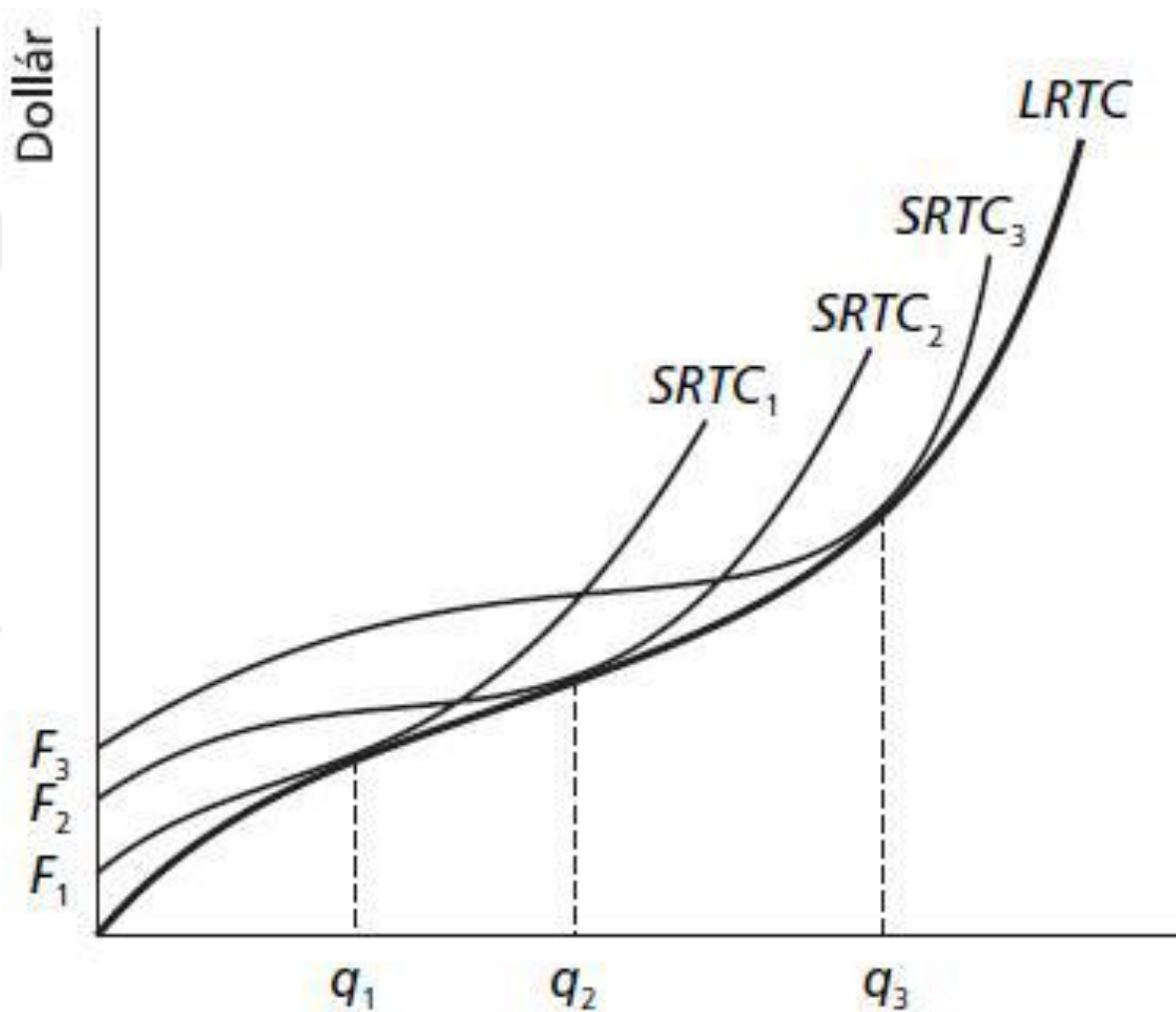
$$K = \frac{q}{4}, \text{ és } L = q$$

Behelyettesítve

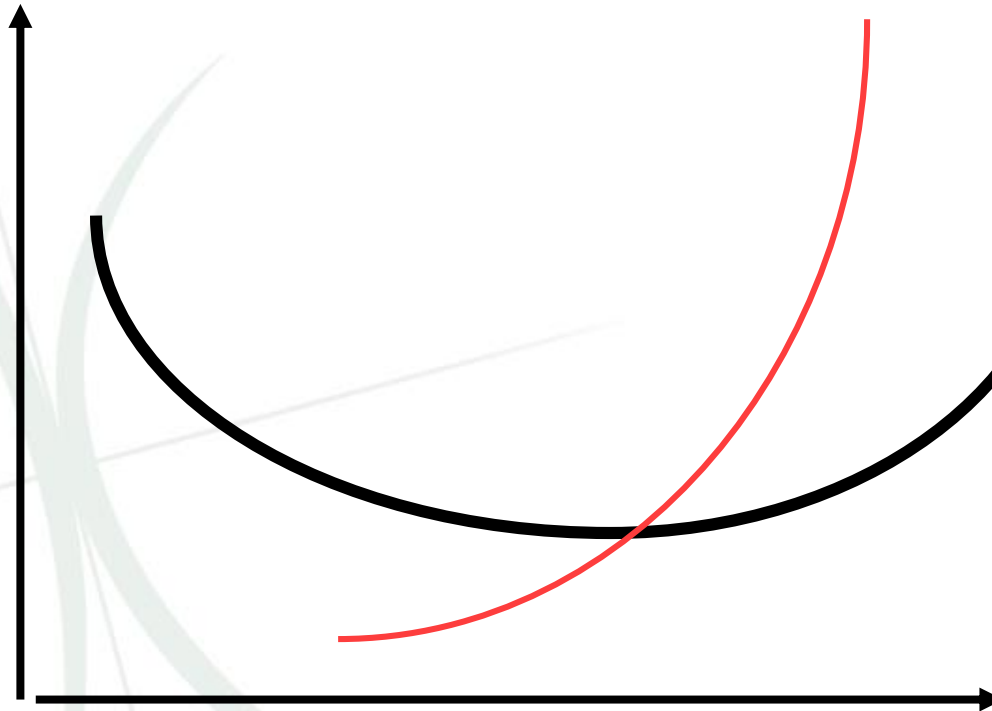
$$LTC = 100L + 400K = 100 \cdot q + 400 \cdot \frac{q}{4} = 200q$$

- $LTC=200q$
- $LAC=LTC/q=200$
- $LMC=LTC'=200$

Rövid- és hosszú távú költségek kapcsolata



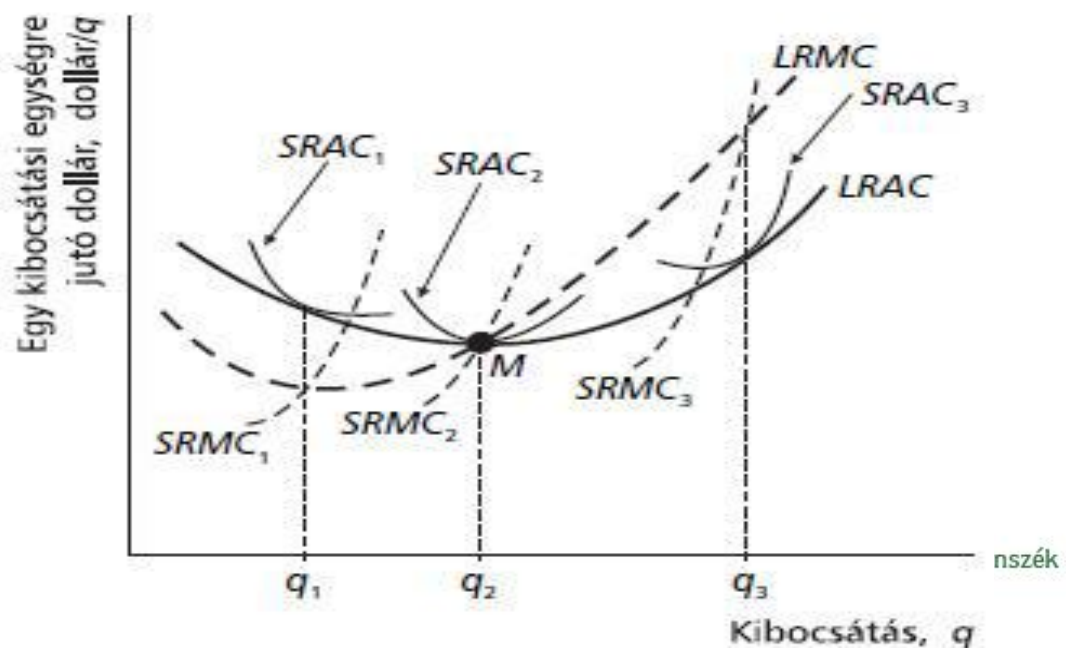
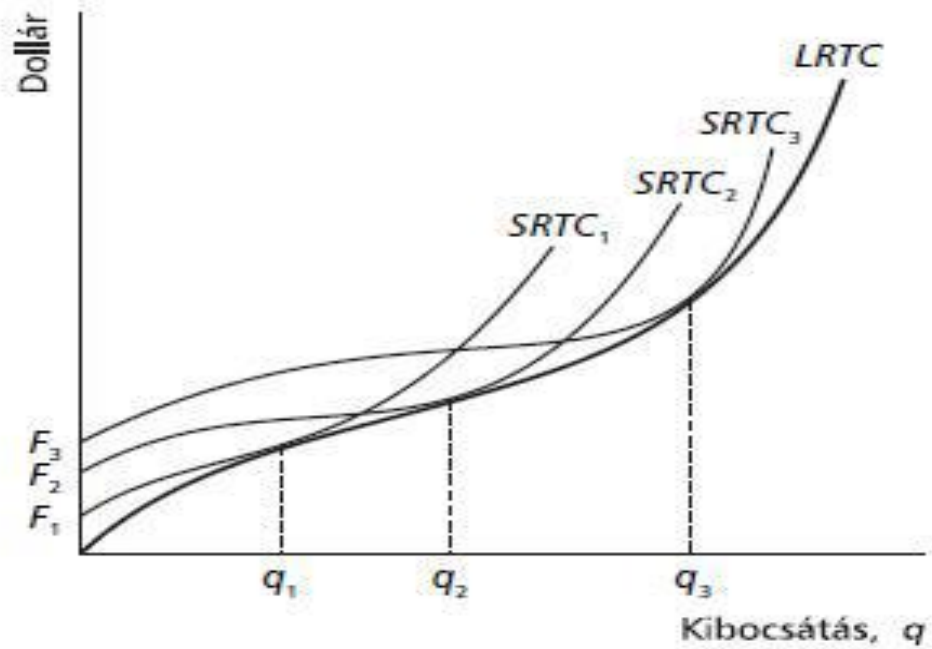
Költségek



LRMC

LRAC

Termelés mennyisége



Rövid- és hosszú távú költségek kapcsolata → Csak az optimális üzemnagyságnál lehet optimális a kapacitás kihasználása, Előtte alul, utána túlzott kihasználtság

