

A Számítástudomány alapjai

ELSŐ ZH pótlása 2011. XII. 14. 10⁰⁰

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.

Kérjük, minden résztvevő **nevét, NEPTUN kódját** a dolgozat *minden* lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel, mert ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük.

Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése: 0-23 pont: 1, 24-32 pont: 2, 33-41 pont: 3, 42-50 pont: 4, 51-60 pont: 5. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Az évvégi jegy kiszámításakor a két (legalább elégséges) zh *összesített* pontszámát vesszük figyelembe.

Írószeren és papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés.

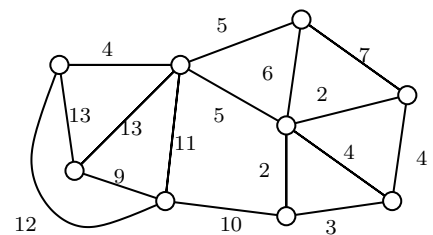
Feladatok

1. A 174 fős villamosmérnök-évfolyam hallgatói 4-féle tárgyat hallgatnak, mindegyiket ugyanannyian vették fel, minden hallgató felvett legalább egy tárgyat. Senki sincs, aki mind a négy tárgyat felvette, de bármely három tárgyhoz pontosan egy olyan hallgató van, aki azok mindegyikére jár. Ezen kívül bárhogyan is választunk két tárgyat a négyből, pontosan 5 olyan hallgató van, aki mindkettőt felvette. Hány villamosmérnök-hallgató jár az egyes kurzusokra?
2. Hét villamosmérnök-hallgatóról tudjuk, hogy közülük bármely kettőnek van közös beszédtemája, mégpedig 3 lehetséges téma (táplálkozás, hardware, ellentétes nem) valamelyike. (Lehetséges pl, hogy a és b ill. a és c témája megegyezik, de különbözik b és c közös témájától.) Igazoljuk, hogy kiválasztható a 7 hallgató közül néhány (de legalább 3) olyan, akik körbeülhetnek úgy egy kerek asztalt, hogy az egymás mellett ülőknek ugyanaz legyen a közös témájuk.
3. Összefüggő-e az a G gráf, aminek a szomszédossági mátrixa az alábbi?

$$A(G) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Legyen F az ábrán látható G gráf egy minimális súlyú feszítőfájának élhalmaza. Van-e a $G - F$ gráfnak Euler-köre?

5. Legyen G olyan véges gráf, aminek C egy Hamilton köre. Tegyük fel, hogy a $G - C$ gráfnak van Euler-köre. Mutassuk meg, hogy ekkor a G gráfnak is van Euler-köre.



6. Legyen G a $(2, 3, 7, 2, 4, 3, 3, 2)$ Prüfer-kódú F fa komplementere. Van-e G -nek Hamilton-köre?

Jó munkát!