A2-Matematika, 2.vizsga

2012. május 31.

1. feladat Keressük meg az

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

mátrix rangját. Hány dimenziós teret alkot az $Ax = 0$ egyenletrendszer összes megoldása? Adja meg a megoldásokat is!

2. feladat Határozzuk meg az

$$f(x,y) = e^{\sqrt{x^2+y^2}}$$

függvény origóbeli $\mathbf{v} = \mathbf{i} + \mathbf{j}$ iránymenti deriváltját! Írjuk fel a függvény $P_0(0,1)$ ponthoz tartozó érintősíkjának az egyenletét!

3. feladat Határozzuk meg a $\int\int_T xy\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ integrál értékét, ahol a T tartomány a $(3,0)$ középpontú 3 sugarú körlap x tengely fölé eső része.

4. feladat Számoljuk ki a

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)x^n}{4^{n+1}}$$

hatványsor összegfüggvényét és konvergenciatartományát!

5. feladat Irjuk fel az $f(x) = |x|; -\pi < x \leq \pi$, $f(x+2\pi) = f(x)$ függvény Fourier-sorát! Hol állítja elő a Fourier-sor a függvényt?

6. feladat Igazak-e az alábbi állítások:
(a1) Ha $f(x,y)$ parciális deriváltjai léteznek valamely pontban, akkor ott a függvény folytonos. H
(a2) Ha $f(x,y)$ parciális deriváltjai léteznek valamely pontban, akkor ott a függvény deriválható. H
(a3) Ha $f(x,y)$ folytonos és valamely pontban léteznek a parciális deriváltjai, akkor ott a függvény deriválható. H
(a4) A $\sum_n (-1)^n a_n$ numerikus sor akkor és csak akkor konvergens, ha $a_n \to 0$. H
(a5) Az $(1,1,\sqrt{2})$ pont gömbi koordinátái $r = 2$, $\varphi = \pi/4$, $\theta = \pi/3$. H