ANALÍZIS 2. | **I. zárthelyi** | **2022. március 31.**
Mérnökinformatikus szak | α-variáns | Munkaidő: 90 perc

1. feladat (18 pont)
Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenletet. (A megoldást elég implicit alakban megadni.)

$$y' = \frac{y\ln(y)}{x^2-4x-5}$$

2. feladat (20 pont)
Oldjuk meg az alábbi kezdetiérték-problémát.

$$y' - \frac{3y}{x-1} = e^x(x-1)^4 \quad (x \neq 1), \qquad y(2) = 1$$

3. feladat (22 pont)
Adjuk meg az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását.

$$y''' + 3y'' + 2y' = 12e^{3x} + 4x$$

4. feladat (8+8+8=24 pont)
Konvergensek-e az alábbi sorok?

$$a)\ \sum_{n\in\mathbb{N}^+} \frac{(-1)^n}{n^2\ln(n+1)} \qquad b)\ \sum_{n\in\mathbb{N}} \left(\frac{n^2+2}{n^2+3}\right)^{n^3} \qquad c)\ \sum_{n\in\mathbb{N}} \left(\frac{n^2+3}{n^2+2}\right)^{n^3} \cdot \frac{n^n}{n!}$$

5. feladat (6+10=16 pont)
a) Mikor nevezünk egy numerikus sort abszolút konvergensnek? Mi a kapcsolat egy sor konvergenciája és abszolút konvergenciája között?
b) Konvergens-e a

$$\sum_{n\in\mathbb{N}^+} (-1)^n \frac{(n+1)!}{(n+3)n^n}$$

numerikus sor?

IMSc feladat (15 IMSc pont) Adjunk példát olyan pozitív tagú konvergens sorra, amelynek konvergenciáját a hányadoskritériummal nem tudjuk eldönteni, a gyökkritériummal viszont igen. Indokoljunk!
(*Segítség*: keressünk olyan $\sum_{n\in\mathbb{N}} a_n$ numerikus sort, amelyre teljesülnek a $\limsup_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} < 1$, $\liminf_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$ és $\limsup_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} > 1$ egyenlőtlenségek.)