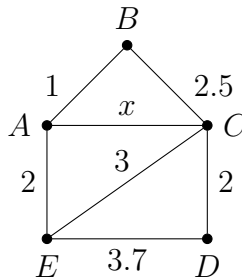


Algoritmuskészítés - 2. pótzárthelyi  
2023. június 8.

A munkaidő 90 perc. A VÁLASZOKAT INDOKOLNI KELL.  
Hivatkozni csak az előadáson tanultakra lehet.

- (a) Egy kezdetben üres bináris keresőfába a tanult eljárással beszúrjuk a 3, 2, 1, 8, 5, 7, 6 számokat. Rajzolja fel a fát minden egyes lépés után.  
(b) Kiegészítve a fát a számokat nem tároló levelekkel ki lehet-e színezni az (a) pontban kapott fa csúcsait úgy, hogy piros-fekete fát kapjunk?
- Egy 2-3 fában a 2, 5, 8, 10, 12, 14, 15, 19, 21 számokat tároljuk, a fában minden nem-levél csúcsnak három gyereke van.  
(a) Rajzolja fel ezt a fát, beleértve a belső csúcsokban található útjelző értékeket is. Itt indokolni nem kell.  
(b) Szűrje be ebbe a fába 11-et a tanult eljárással. Indokolni itt sem kell, de látszódnak a beszúrás részlépései.
- Adott két tömb, mindegyikben  $n$  darab különböző egész számot tárolunk. Adjon  $O(n \log n)$  lépésszámú algoritmust, ami eldönti, hogy van-e legalább  $\frac{n}{2}$  olyan elem, ami mindkét tömbben benne van.
- Tervezzen adatstruktúrát különböző egész számok tárolására úgy, hogy az alábbi műveletek lépésszáma  $O(\log n)$  legyen, ha  $n$  elemet tárolunk:  
BESZÚR( $i$ ): az  $i$  számot beszúrjuk  
MELYIK( $K$ ): megmondja, hogy a tárolt elemek között a nagyság szerinti növekvő rendezésben melyik elem a  $K$ -adik

- Az alábbi gráfban (ahol  $x$  értéke nem feltétlenül egész szám) Prim algoritmusát futtattuk az  $A$  csúcsból és eközben az  $x$  súlyú él nem került be a minimális feszítőfába.  
(a) Melyik éleket választotta be a Prim algoritmus és milyen sorrendben? Indoklasképpen röviden írja le a Prim algoritmus általános lépését (maximum 1-2 mondatban).  
(b) Mi lehet  $x$  értéke és miért?



- Lássa be, hogy az alábbi eldöntési feladat coNP-ben van:

**Input:**  $s_1, s_2, \dots, s_n$  pozitív egész számok

**Kérdés:** Igaz-e, hogy  $\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$  bármely két különböző részhalmazára más a részhalmazban levő számok összege?

- Tekintsük az alábbi eldöntési problémát: Adott egy irányítatlan, összefüggő  $G$  gráf, melynek páros sok csúcsa van, a csúcsok fele pirosra, a másik fele kékre vannak színezve. Azt szeretnénk eldönteni, hogy van-e  $G$ -ben olyan Hamilton-kör, ami egy piros és egy kék ívből áll, azaz a Hamilton-kör mentén haladva a piros és a kék csúcsok egy-egy utat alkotnak.  
Lássa be, hogy ez a probléma NP-teljes.