3.1/a FI feladat

Az alábbi jelenek kell normál alakban felírnunk az átviteli függvényét.

$$h(t) = 6 * \varepsilon(t) * e^{-0.4t} * \cos(2t + 0.6)$$

Ezt Laplace transzformációval alakíthatjuk át a kívánt alakra viszont az integrálás helyett sokkal egyszerűbb, ha ismert transzformáltaknak megfelelő jelekre alakítjuk a függvényt és átalakítjuk ezek alapján ismert transzformáltakkal.

Az átalakítás:

$$h(t) = \varepsilon(t) * e^{-0.4t} * \cos(2t + 0.6) = 6 * \varepsilon(t) * e^{-0.4t} * (\cos(2\mathrm{t}) * \cos(0.6) - \sin(2\mathrm{t}) * \sin(0.6))$$

$$= 6 * \varepsilon(t) * \cos(0.6) * e^{-0.4t} * \cos(2t) - 6 * \varepsilon(t) * \sin(0.6) * e^{-0.4t} * \sin(2t)$$

Ebből már könnyen látható hogy mire kell átalakítanunk:

$$\mathcal{L}\big(h(t)\big) = 6 * \cos(0.6) * \frac{s + 0.4}{(s + 0.4)^2 + 2^2} - 6 * \sin(0.6) * \frac{2}{(s + 0.4)^2 + 2^2}$$

Ezt rendezve:

$$H(s) = \frac{6 * \cos(0.6) * s + 2.4 * \cos(0.6) - 12 * \sin(0.6)}{(s + 0.4)^2 + 4}$$

3.1/a DI feladat

Az alábbi jelenek kell normál alakban felírnunk az átviteli függvényét.

$$h[k] = 3 * \delta[k] + \varepsilon[k - 1]\{2 * (-0.5)^k + 3 * 0.6^k\}$$

Ezt a jelet is átrendezzük, hogy könnyebben végezhessük el a Z transzformációt:

$$h[k] = 3 * \delta[k] + \varepsilon[k - 1]\{2 * (-0.5)^{k-1+1} + 3 * 0.6^{k-1+1}\} =$$

$$3 * \delta[k] + \varepsilon[k - 1]\{2 * (-0.5) * (-0.5)^{k-1} + 3 * 0.6 * 0.6^{k-1}\} =$$

$$3 * \delta[k] + \varepsilon[k - 1] * -1 * (-0.5)^{k-1} + \varepsilon[k - 1] * 1.8 * 0.6^{k-1} =>$$

$$H(z) = 3 - \frac{z}{z(z \quad + 0.5)} + 1.8 * \frac{z}{z\big(z \quad - 0.6\big)} = \frac{3z^2 + 0.5z + 0.6}{z^2 - 0.1z - 0.3}$$

3.1/b FI feladat

A gerjesztésünk az alábbi jel:

$$u(t) = \varepsilon(t)(2 - e^{-0.4t})$$

A feladat az alábbi gerjesztésre adott válaszjel. Ezt úgy kapjuk meg hogy Laplace transzformáljuk a gerjesztést majd összeszorozzuk az előző feladatrész átviteli függvényével és utána Inverz transzformációval megkapjuk a válaszjel időfüggvényét.

Ehhez a gerjesztés Laplace transzformáltja:

$$\mathcal{L}(u(t)) = U(s) = \frac{2}{s} - \frac{1}{s+0.4}$$

Így megkapjuk, hogy:

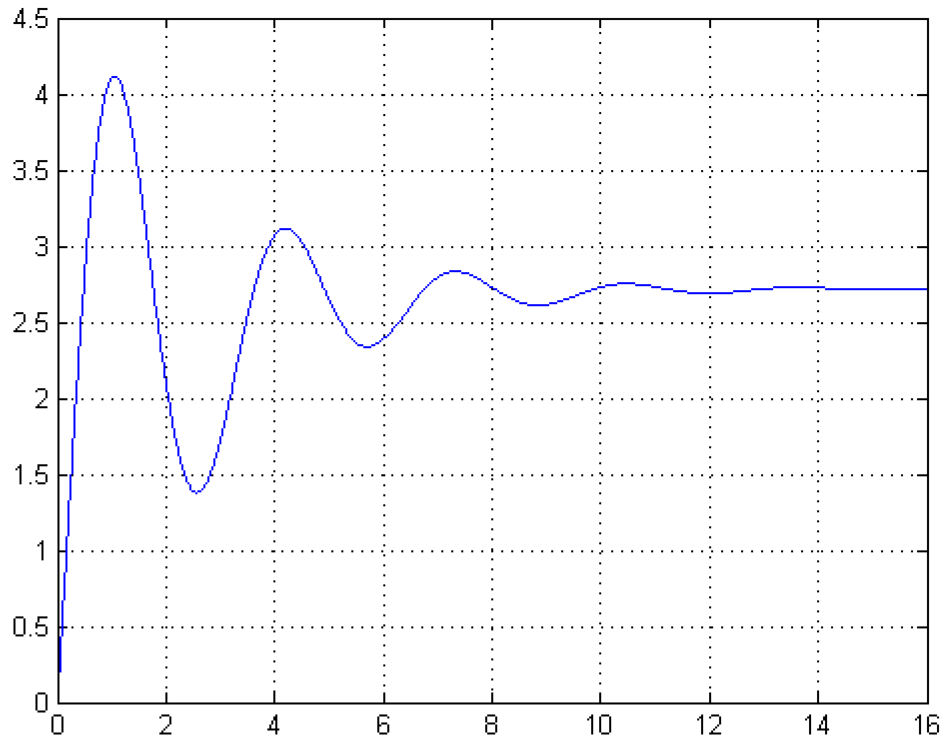
$$Y(s) = U(s) * H(s) = \left(\frac{2}{s} - \frac{1}{s+0.4}\right) * \left(\frac{6 * \cos(0.6) * s - 4.79}{(s+0.4)^2 + 4}\right)$$

Ezt inverz transzformálva:

$$\mathcal{L}^{-1}(Y(s)) = y(t) =$$

$$\varepsilon(t)\left(\frac{15 * cos(6)}{13} - \frac{75 * sin(6)}{13} + 3 * exp\left(-\frac{2 * t}{5}\right) * sin(6) - exp\left(-\frac{2 * t}{5}\right) * \left(cos(2 * t) - sin(2 * t) * \left(\frac{1650 * cos(6) + 1110 * sin(6)}{2 * (375 * cos(6) - 900 * sin(6))} + \frac{1}{5}\right)\right) * \left(\frac{15 * cos(6)}{13} - \frac{36 * sin(6)}{13}\right)\right)$$

Az ábra:



3.1/b DI feladat

A gerjesztésünk az alábbi jel:

$$u[k] = 4 * (\varepsilon[k] - \varepsilon[k-6])$$

A feladat az alábbi gerjesztésre adott válaszjel. Ezt úgy kapjuk meg hogy Z transzformáljuk a gerjesztést majd összeszorozzuk az előző feladatrész átviteli függvényével és utána Inverz transzformációval megkapjuk a válaszjel időfüggvényét.

Ehhez a gerjesztés Z transzformáltja:

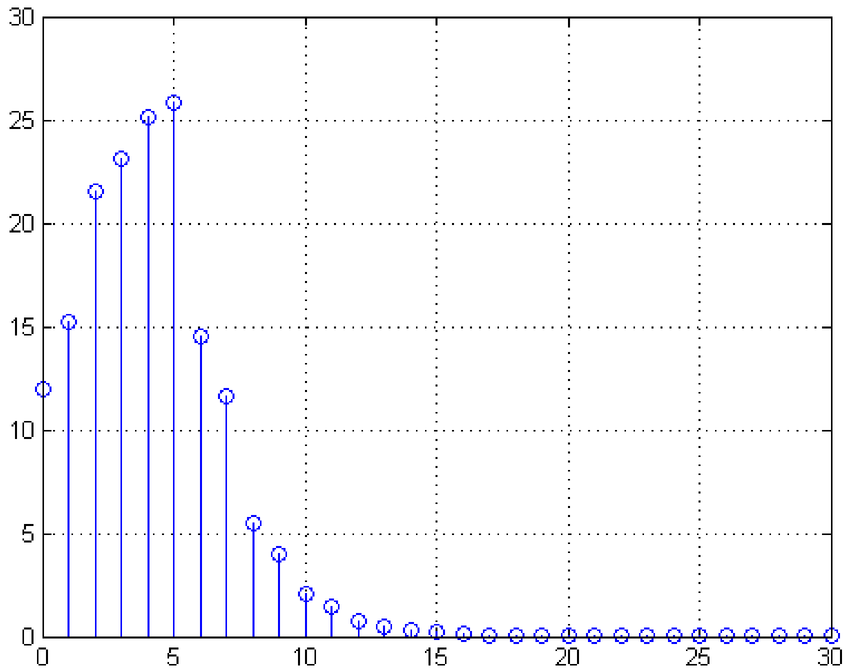
$$Z(u[k]) = \frac{4*z}{z-1} - \frac{4*z}{(z-1)} * z^{-6} = \frac{4*z}{z-1} - \frac{4*z}{z^7 - z^6}$$

Így megkapjuk, hogy:

$$Y(z) = U(z) * H(z) = \left(\frac{4*z}{z-1} - \frac{4*z}{z^7 - z^6}\right) * \left(3 - \frac{z}{z^2 + 0.5z} + 1.8 * \frac{z}{z^2 - 0.6z}\right)$$

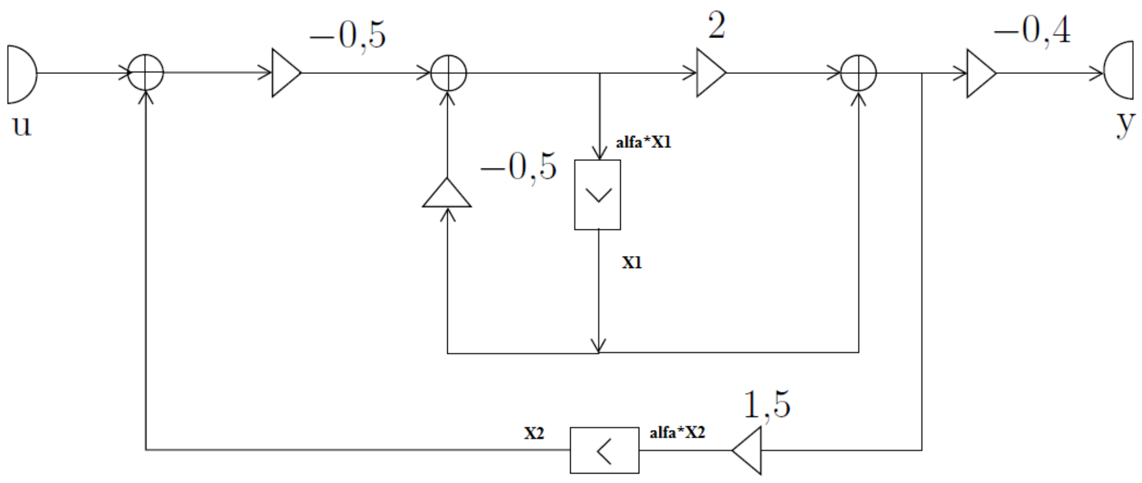
Amit inverz transzformálva kijön, hogy:

$$y[k] = \varepsilon[k]\left(\frac{29792*\left(\frac{3}{5}\right)^k}{81} - \frac{620*\delta(k-2)}{9} - \frac{232*\delta(k-3)}{3} - 12*\delta(k-4) - 8*\delta(k-5) - 168*\left(-\frac{1}{2}\right)^k - \frac{7816*\delta(k-1)}{27} - \frac{15212*\delta(k)}{81}\right)$$



3.3/a Feladat

Adott az alábbi hálózat:



A hálózatra felvéve az x1, x2 segédváltozókat felírhatjuk az alábbi egyenleteket:

$$Y(\alpha) = -0.8 * \alpha * X_1 - 0.4 * X_1$$

$$\alpha * X_1 = -0.5 * X_1 - 0.5 * X_2 - 0.5 * U(\alpha)$$

$$\alpha * X_2 = 1.5 * X_1 + 3 * \alpha * X_1$$

Az egyenleteket rendezve és az X_1 és X_2 $tagokat\ kiejtve$ megkapjuk az alábbi kifejezést:

$$Y(\alpha) = \frac{0.4 * \alpha^2 * U + 0.2 * \alpha * U}{\alpha^2 + 2\alpha + 0.75}$$

ebből pedig kiszámolhatjuk az átviteli függvényt

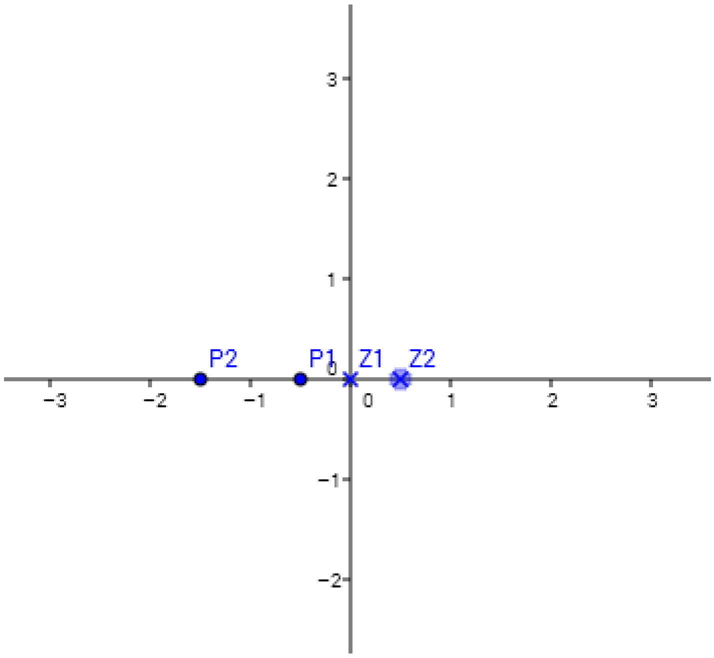
$$H(\alpha) = \frac{Y}{U} = \frac{0.4 * \alpha^2 + 0.2 * \alpha}{\alpha^2 + 2\alpha + 0.75} = \frac{\alpha * (0.4\alpha + 0.2)}{(\alpha + 0.5) * (\alpha + 1.5)}$$

$\alpha\ helyére\ DI\ esetbe\ e^{j\vartheta} - \acute{a}t, FI\ esetbe\ j\omega - t\ behelyettesítve\ megkapjuk\ az\ átviteli$ karakterisztikát.

Ezek alapján a H számlálójából kiszámolhatjuk a zérusokat a nevező gyökeiből pedig a pólusokat. Mégpedig:

Z_1	0
Z_2	0.5
P_1	-0.5
P_2	-1.5

Ábrázolva:



Ebből elvégezhető a stabilitás vizsgálat:

DI eset: Mivel $|P_i| < 1$nem igaz minden i-re ezért a hálózat nem stabil.

FI eset: Mivel minden $Re\{P_i\} < 0$ ezért a hálózat ASZ stabil → GV stabil

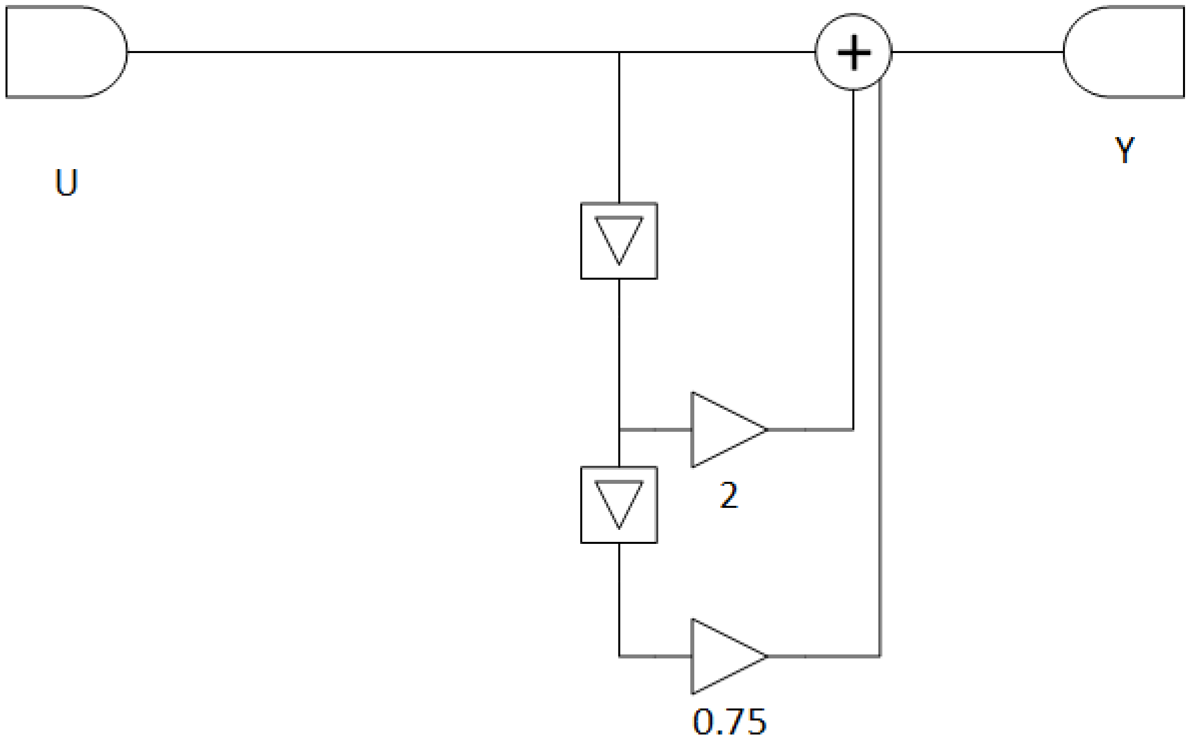
3.3/b feladat

Olyan kanonikus rendszert kell adni ami a fenti kapcsolással kaszkádosítva FIR típusú rendszert reprezentál. Ezt úgy érem el hogy olyan rendszert kötök hozzá ami az átviteli függvény nevezőjét 1-é fogja tenni: $H - t\ beszoroztam \frac{\alpha^{-2}}{\alpha^{-2}} - vel$ és kiegészítem a számlálót úgy hogy a nevező 1-legyen:

$$\frac{(0.4 + 0.2 * \alpha^{-1})}{1 + 2\alpha^{-1} + 0.75\alpha^{-2}} * (1 + 2\alpha^{-1} + 0.75\alpha^{-2})$$

Tehát a rendszer amivel kaszkádosítok az pont az amivel kiegészítettem az előzőekben:

$$H = 1 + 2\alpha^{-1} + 0.75\alpha^{-2}$$


U
Y
2
0.75