1. feladat (8 pont)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n)^n}{n!} x^n$$

Határozza meg a sor konvergenciasugarát!

2. feladat (5+3=8 pont)

$$f(y) = \sqrt{y}, \qquad y_0 = 16.$$

a) Adja meg az f függvény y_0 középpontú Taylor-sorát és a sor konvergenciasugarát! (Térjen át az $x = y - y_0$ változóra és alkalmazzon binomiális sorfejtést!)

b) Adja meg $\sqrt{17}$ közelítő értékét az $f(y)$ függvényt a másodrendű Taylor-polinomjával közelítve!

3. feladat (4+5=9 pont)
Határozza meg a következő függvények adott középpontú Taylor-sorát és a sor konvergenciatartományát!

a) $f(x) = \operatorname{sh}(2x), \qquad x_0 = 0.$

b) $g(x) = \dfrac{1}{x-5}, \qquad x_0 = 3.$

4. feladat (4+4=8 pont)

a) $f(x,y) = \operatorname{arctg}^2\left(\dfrac{y+2}{x}\right)$, $\qquad$ b) $g(x,y) = (2x^2+3y^2)\operatorname{arctg}\left(\dfrac{y}{x}\right)$.

Határozza meg a fenti függvények határértékét az origóban!

5. feladat (1+8+4+4=17 pont)

$$f(x,y) = \sqrt{3x^2+y^2}, \qquad P(1,2).$$

a) Folytonos-e f az origóban?

b) Határozza meg f parciális deriváltjait $\mathbb{R}^2$ minden pontjában! (Az origóban a definícióval dolgozzon!)

c) Pontosan mely pontokban létezik a függvény gradiense? (Indokoljon!)

d) Írja föl az f függvény grafikonját a P pontban érintő sík egyenletét!