Jelek és jelfeldolgozás (BMEVIHVBB01)
6. előadásvázlat

Szerkesztette: Dr. Horváth Bálint Péter, BME-HVT

2023.04.24.

1. Állandósult válasz

1.1. Szinuszos válasz

$$x[k] = A\cos[\vartheta k + \varphi]$$

- A - jel amplitúdója (csúcsértéke)
- φ - kezdőfázis
- ϑ - diszkrét (kör)frekvencia

1.2. Szinuszos jel komplex leírása

1.2.1. Euler-reláció

$$e^{j\alpha} = \cos(\alpha) + j\sin(\alpha)$$

$$\Re\left\{e^{j\alpha}\right\} = \cos(\alpha), \quad \Im\left\{e^{j\alpha}\right\} = \sin(\alpha), \quad |e^{j\alpha}| = 1, \quad \arg(e^{j\alpha}) = \alpha$$

Köv.:

$$\cos(\alpha) = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2}, \quad \sin(\alpha) = \frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2j}$$

$$x[k] = A\cos[\vartheta k + \varphi] = \Re\left\{Ae^{j(\vartheta k + \varphi)}\right\} = \Re\left\{Ae^{j\vartheta k} \cdot e^{j\varphi}\right\}$$

Az $x[k]$ szinuszos jel tömören jellemezhető az $\bar{X}$ fazorral (komplex amplitúdóval/csúcsértékkel)

$$\bar{X} = A \cdot e^{j\varphi}$$

1.3. Műveletek fazorokkal

1.3.1. Összeadás

$$x = x_1 + x_2 \to \bar{X} = \bar{X}_1 + \bar{X}_2$$

1.3.2. Szorzás

Konstanssal:

$$v = Cx \to \bar{V} = C + \bar{X}$$

1.3.3. Késleltetés

$$x = x[k-1] = \Re\left\{\bar{X}e^{j\vartheta(k-1)}\right\} = \Re\left\{\bar{X}e^{j\vartheta k} \cdot e^{-j\vartheta}\right\}$$

$$v[k] = x[k-1] \rightarrow \bar{V} = e^{-j\vartheta}\bar{X}$$

2. Az átviteli karakterisztika

Egy DI LTI rendszer gerjesztése

$$u[k] = U\cos[\vartheta k + \varphi_u] = \Re\left\{\bar{U}e^{j\vartheta k}\right\},$$

ahol $\bar{U} = Ue^{j\varphi_u}$. A rendszer gerjesztett (állandósult) válasza:

$$y[k] = Y\cos[\vartheta k + \varphi_y] = \Re\left\{\bar{Y}e^{j\vartheta k}\right\},$$

ahol $\bar{Y} = Ye^{j\varphi_y}$. Tekintsük ismernek a gerejesztés paramétereit: U, φ_u, ϑ. Cél a szinuszos válasz meghatározása. Mivel a rendszer lineáris, ezért ϑ a gerjesztésben és a válaszban azonos. Csak a válasz amplitúdóját és fázisát, Y, φ_y kell meghatározni.

A rendszer átviteli tényezője (együtthatója) $\bar{H}$ rögzített ϑ körfrekvencián:

$$\bar{H} = \frac{\bar{Y}}{\bar{U}}$$

Gyakran az átviteli tényezőt a frekvencia függvényében határozzuk meg (ekkor a függvény argumentumából implicit következik, hogy komplex függvényről van szó, így a felülvonásokat elhagyjuk):

$$H(e^{j\vartheta}) = \frac{Y(e^{j\vartheta})}{U(e^{j\vartheta})},$$

ezt nevezzük **átviteli karakterisztikának**.

Az átviteli karakterisztika abszolút értékét illetve argumentumát amplitúdó- és fázis-karakterisztikának nevezzük:

$$K(\vartheta) = \left|H(e^{j\vartheta})\right| - \text{amplitúdó-karakterisztika}$$
$$\varphi(\vartheta) = \arg\left(H(e^{j\vartheta})\right) - \text{fázis-karakterisztika}$$

A fenti függvények 2π szerint periodikusak és komplex konjugált szimmetrikusak, ezért gyakran csak a $[0, \pi)$ intervallumon ábrázoljuk.