

1. Feladat (9 pont)

- a) Definiálja a $\lim_{x \rightarrow 7+0} f(x) = -\infty$ fogalmat!
- b) Definiálja az oszcillációs összeget! Adja meg a benne szereplő jelölések tartalmát!
- c) Írja le a Cauchy-féle konvergencia kritériumot!

2. Feladat (10 pont)

Vizsgálja meg az

$$a_n = \frac{4 \cdot 5^n + \alpha^{2n}}{5^{n+2} + 5}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

számsorozatot konvergencia szempontjából az α paraméter függvényében!

3. Feladat (13 pont)

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin 3x)^{\frac{1}{\sin 2x}} = ?$
- b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 5} - \sqrt{x^2 + 2x + 3}) = ?$

4. Feladat (20 pont)

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{x}{5-x}$$

- a) $\lim_{x \rightarrow 5 \pm 0} f(x) = ?$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = ?$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = ?$
- b) $f'(x) = ?$ Vázlatosan ábrázolja f -et! (f'' vizsgálata nem kell.)
- c) Adja meg az $x = 0$ pontot tartalmazó azon legbővebb intervallumot, melyen f invertálható! (Indokoljon!) Írja fel az inverzfüggvényt, adja meg annak értelmezési tartományát és értékkészletét!

5. Feladat (13 pont)

- a) $\int_3^6 \frac{dx}{x^2 - 6x + 18} = ?$
- b) $\int \frac{1}{\sqrt[7]{1-3x}} dx = ?$

6. Feladat (10 pont)

Forgassa meg az $f(x) = \sqrt{x}e^x$ függvény $[1, 4]$ szakaszát az x tengely körül, és számítsa ki az így keletkezett forgástest térfogatát!

7. Feladat (17 pont)

- a) $\int \frac{x^2 - 3x - 2}{x^3 - 2x^2} dx = ?$
- b) $\int_{-\infty}^{-1} \frac{x^2 - 3x - 2}{x^3 - 2x^2} dx = ?$

8. Feladat (8 pont)

$a_n = \sqrt[n]{5n}$! Adja meg A és α értékét úgy, hogy $a_n \sim An^\alpha$ teljesüljön! A megoldáshoz használja fel a Stirling formulát! ($n! \sim \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n}$)

Az integrálszámítással kapcsolatos feladatokból legalább 15 pontot kell szerezni!

A feladatok megoldásánál ügyeljen az érthető indoklásra!