Matematika A4 (Valószínűségszámítás) 1. zh, 2011. okt. 25.

A1. Három szabályos, egy hamis érme. A hamis érmével fej valószínűsége 0,9.

a) véletlenszerűen választott érme: 5 dobás, pontosan négy fej valószínűsége?

megfelelő súlyozással kell összegezni a valószínűségét annak, hogy adott érmével négy fejet dobunk. BINOM eloszlás: p=0.5 ; n=5 ; k=4 avagy p=0.9 ; n=5 ; k=4

$$P(4fej\ véletlen\ érmével) = \frac{3}{4}\left(\binom{5}{4}0.5^4(1-0.5)^{5-4}\right) + \frac{1}{4}\left(\binom{5}{4}0.9^4(1-0.9)^{5-4}\right) \approx \frac{1}{5}$$

b) véletlen érme, 5 feldobás 4 fej, mi a valószínűsége, hogy ez a hamis érme volt?

BAYES TÉTEL

A: négy fej, B1: igaz érme, B2: hamis érme

$$P(B1) = \frac{3}{4}$$

$$P(B2) = \frac{1}{4}$$

$$P(A|B1) = \binom{5}{4}0.5^4(1-0.5)^{5-4} = \frac{5}{32}$$

$$P(A|B2) = \binom{5}{4}0.9^4(1-0.9)^{5-4} \approx \frac{66}{200}$$

$$P(B2|A) = \frac{P(A|B2) * P(B2)}{P(A|B1) * P(B1) + P(A|B2) * P(B2)} = \frac{\frac{66}{200} * \frac{1}{4}}{\frac{5}{32} * \frac{3}{4} + \frac{66}{200} * \frac{1}{4}} \approx \frac{9}{21}$$

B1. Öt perc alatt 2 csörgés kétszer valószínűbb, mint 3 csörgés

a) mi a valószínűsége 0 csörgésnek a következő 5 percben?

POISSON

$$\frac{\lambda^2}{2!}e^{-\lambda} = 2 * \frac{\lambda^3}{3!}e^{-\lambda} \quad => \lambda = \frac{3}{2}$$

$$P(x=0) = \frac{\frac{3}{2}^0}{0!}e^{-\frac{3}{2}} = 0{,}223$$

b) legalább 2 csörgés 5percben

$$P(x \geq 2) = 1 - P(x=1) - P(x=0) = 1 - \frac{\frac{3}{2}^1}{1!}e^{-\frac{3}{2}} - \frac{\frac{3}{2}^0}{0!}e^{-\frac{3}{2}} = 1 - 0{,}334 - 0{,}223 \approx \frac{44}{100}$$

Fureszk

B2. Izzó, exponenciális eloszlású élettartam, várhartó érték 2,5év

a) hány % éli túl a 3,5évet?

$$várható\ érték = 2{,}5 = \frac{1}{\lambda} \quad => \quad \lambda = \frac{2}{5}$$

$$P(x \geq 3{,}5) = 1 - P(x < 3{,}5) = 1 - F(3{,}5) = 1 - \left(1 - e^{-\frac{2}{5}*3{,}5}\right) \approx \frac{1}{4}$$

Tehát 25% éli túl a 3,5 évet.

b) ezeknek hány %-a él még további 4,5 évet?

örökifjú tulajdonság miatt a következőt keressük:

$$P(x \geq 4{,}5) = 1 - P(x < 4{,}5) = 1 - F(4{,}5) = 1 - \left(1 - e^{-\frac{2}{5}*4{,}5}\right) \approx \frac{1}{6}$$