Sztochasztika2 vizsga – 2010.12.20

1. (3 pont)

Definiálja a maximum likelihood (ML) becslést. Mutasson egy egyszerű példát ML becslésre.

2. (3. pont)

Egy űrhajóban egy alkatrészre egymástól függetlenül 200 különböző forrásból érkezik terhelés. A várható terhelés összesen 1000Pa, a terhelés minden egyes forrásból legfeljebb 50Pa. Mekkora legyen az alkatrész terhelhetősége, ha azt szeretnénk, hogy a túlterhelés esélye legfeljebb 10^-10 legyen?

3. (6 pont)

A gyárban a gyártósorról lejövő termékekről a gyártásvezető azt állítja, hogy 10% a selejt aránya és 20% a kiváló minőségű példányok aránya. Ennek ellenőrzésére elvégzünk egy vizsgálatot 200 terméken, melynek eredménye a következő:

selejt:34db ; normál:130db ; kiváló:36db

Döntsük el ez alapján 95%-os szinten, hogy elfogadjuk-e a gyártásvezető állítását.

4. (13 pont)

M/M/1/B kiszolgáló rendszer. Egy véges pufferrel rendelkező csomagkiszolgáló rendszert kell üzembe állítanunk egy olyan környezetben, ahol Poisson-folyamat szerint érkeznek be a csomagok lambda=1 rátával, és a csomagok mérete egymástól függetlenül exponenciális eloszlásúak 2 várható értékkel. Az ütemezőt úgy tervezték, hogy 10 csomagot tud tárolni a pufferében, ebbe az a csomag is beletartozik, amelyik éppen kiszolgálás alatt van. Ha egy csomag akkor érkezik be, amikor 10 csomag van benn, akkor teljesen eldobódik. A szervernek a kapacitása C (feltesszük, hogy C > 0), ahol C = 1 azt jelenti, hogy egységnyi méretű csomagot egységnyi idő alatt szolgál ki.

(a) Ha C a kapacitás, akkor egy csomag kiszolgálási ideje milyen eloszlású?

(b) Legyen X(t) a pufferben lévő csomagok száma t időben. (X(t), t>=0) folytonos idejű Markov-lánc 11 állapottal. Határozzuk meg a ráta mátrixot (2. definíció), és a beágyazott Markov-lánc átmenetvalószínűség mátrixát, továbbá a tartási idő paramétereket (1. definíció).

(c) Határozzuk meg (X(t), t>=0) stacionárius eloszlását. (Segítség: írjunk fel rekurziót a stacionárius eloszlás koordinátáira a kisebb sorszámú koordinátáktól haladva a nagyobb sorszámúak felé.)

(d) Legyen C=1. Határozzuk meg, hogy a kiszolgáló beindítása után hosszú idővel, mi a valószínűsége annak, hogy i csomag van a pufferben. Határozzuk meg ezt a valószínűséget minden i=0,1,...,10 számra.

(e) Legyen C=1. Ha a pufferben 1<=i<=9 csomag tartózkodik, akkor a kiszolgáló működése egy időegység alatt egy pénzegység. Ha i=0, akkor a költség 0. Ha i=10, akkor a működés költsége 100 pénzegység. Határozzuk meg a kiszolgáló működésének hosszútávú átlagos költségét egy időegységre nézve.