

1. feladat (6+2=8 pont)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-9)^n}{\sqrt[5]{n}} x^n$$

Határozza meg a sor konvergenciatartományát! Hol abszolút konvergens a sor?

2. feladat (4+4+2=10 pont)

$$f(x) = xe^{-x^2}, \quad I = \int_{x=0}^{0,2} f(x) dx$$

- Adja meg az f függvény $x_0 = 0$ középpontú Taylor-sorát és a sor konvergenciatartományát!
- Adja meg az I integrál közelítő értékét az integranduszt a negyedfokú Taylor-polinommal közelítve!
- Becsülje meg az elkövetett hibát!

3. feladat (4+2+3=9 pont)

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{27 - x^2}}$$

- Írja fel az függvény $x_0 = 0$ körüli Taylor-sorát!
- Adja meg a sor konvergenciasugarát!
- Elemi műveletekkel adja meg az $f^{(6)}(0)$ derivált értékét!

4. feladat (4+4=8 pont)

$$f(x, y) = \frac{5x(y+2)}{x^2 + y^2}, \quad g(x, y) = \frac{3xy^2}{x^2 + 2y^2}$$

Határozza meg a fenti függvények határértékét az origóban!

5. feladat (10+2+3=15 pont)

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x-1)y^2}{x^2 + y^2}, & \text{ha } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{ha } (x, y) = (0, 0) \end{cases}, \quad P(2, 1), \quad \mathbf{e} = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

- Határozza meg f parciális deriváltjait \mathbb{R}^2 minden pontjában! (Az origóban a definícióval dolgozzon!)
- Totálisan deriválható-e f az origóban?
- $\left. \frac{df}{d\mathbf{e}} \right|_P = ?$