

Nagypélda:

- (a) Adja meg a rendszer állapotváltozós leírását normál alakban az ábrán feltüntetett állapotváltozók segítségével $a = -5$, $b = -4$, $c = 2$, $d = 5$ paraméter értékek mellett! Vizsgálja meg a rendszer stabilitását! /10 pont/
 (b) Adja meg a rendszer impulzusválaszát! /10 pont/
 (c) Az a , b , c , d , paraméterek valamely értékei mellett a rendszer impulzusválasza: $h(t) = \varepsilon(t)(12e^{-4t} - 4e^{-t}) + \delta(t)$. Adja meg a rendszer ugrásválaszát ($\varepsilon(t)$ gerjesztésre adott válasz)! /10 pont/

Megoldás:

(a) ÁVL + stabilitás: **10 pont**

$$\dot{x}_1(t) = -5x_1(t) - 4x_2(t) + u(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = x_1(t)$$

$$y(t) = -3x_1(t) + 1x_2(t) + u(t)$$

$$\underline{\underline{A}} = \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{B}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ÁVL: 6 pont

$$\underline{\underline{C}}^T = [-3 \quad 1]$$

$$D = 1$$

Karakterisztikus egyenlet:

$$\begin{vmatrix} -5-\lambda & -4 \\ 1 & -\lambda \end{vmatrix} = (-5-\lambda)(-\lambda) + 4 = \lambda^2 + 5\lambda + 4 = 0$$

Sajátértékek: $\lambda_1 = -4$, $\lambda_2 = -1$, mivel FI rendszer és $\text{Re}\{\lambda_i\} < 0$, így a rendszer ASZ stabil, tehát G-V

stabil is.

Sajátértékek: 2 pont

Stabilitás: 2 pont

(b) Impulzusválasz: **10 pont**

Az egyik megoldás:

$$h(t) = \varepsilon(t)\underline{\underline{C}}^T e^{At} \underline{\underline{B}} + D\delta(t) = \varepsilon(t)\underline{\underline{C}}^T (\underline{\underline{L}}_1 e^{\lambda_1 t} + \underline{\underline{L}}_2 e^{\lambda_2 t}) \underline{\underline{B}} + D\delta(t)$$

$$e^{At} = \sum_{i=1}^N e^{\lambda_i t} \underline{\underline{L}}_i$$

$$\underline{\underline{L}}_1 = \frac{A - \lambda_2 E}{\lambda_1 - \lambda_2} = -\frac{1}{3} \begin{bmatrix} -4 & -4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{L}}_2 = \frac{A - \lambda_1 E}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{E - L_1}{\underline{\underline{L}}_2} = -\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}$$

Lagrange-mátrixok: 4 pont

$$\underline{\underline{C}}^T e^{At} \underline{\underline{B}} = [-3 \quad 1] \left(e^{-4t} \frac{-1}{3} \begin{bmatrix} -4 & -4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + e^{-t} \frac{-1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -1 & -4 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \left(-\frac{1}{3} e^{-4t} [13 \quad 13] + -\frac{1}{3} e^{-t} [-4 \quad -16] \right) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Számolás: 4 pont

$$h(t) = \varepsilon(t) \left(-\frac{13}{3} e^{-4t} + \frac{4}{3} e^{-t} \right) + \delta(t)$$

Végeredmény: 2 pont

(c) Ugrásválasz: **10 pont**

$$g(t) = \int_{-\infty}^t \varepsilon(\tau) (12e^{-4\tau} - 4e^{-\tau}) + \delta(\tau) d\tau = \varepsilon(t) \left[1 + \int_0^t 12e^{-4\tau} - 4e^{-\tau} d\tau \right] = \varepsilon(t) \left[1 + 12 \left[\frac{e^{-4\tau}}{-4} \right]_0^t - 4 \left[\frac{e^{-\tau}}{-1} \right]_0^t \right]$$

Idáig: 5 pont

$$= \varepsilon(t) [1 - 3[e^{-4t} - 1] + 4[e^{-t} - 1]] = \varepsilon(t) [-3e^{-4t} + 4e^{-t}] \quad 5 \text{ pont}$$

Kispéldák:

(a) DI rendszer átviteli tényezője az adott diszkrét körfrekvencián: $H = 1 + j$, a gerjesztés $u[k] = 2 \cos\left[\frac{\pi}{4}k + \frac{\pi}{3}\right]$. Adja meg a rendszer válaszának időfüggvényét! /2 pont/

$$Y = \sqrt{2}e^{j\frac{\pi}{4}} 2e^{j\frac{\pi}{3}} \quad y[k] = 2\sqrt{2} \cos\left[\frac{\pi}{4}k + \frac{7\pi}{12}\right]$$

(b) FI rendszer impulzusválasza $h(t) = 3\delta(t-1)$, a gerjesztés $u(t) = \varepsilon(t)e^{-0,2t} \cos(2t)$, számolja ki a rendszer választ! $y(t)=?$ /2 pont/

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)u(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(t-\tau)e^{-0,2(t-\tau)} \cos(2(t-\tau))3\delta(\tau-1)d\tau = 3\varepsilon(t-1)e^{-0,2(t-1)} \cos(2(t-1))$$

(c) Egy DI rendszer impulzusválasza $h[k] = A\varepsilon[k-2](2+B^{k-2}) + C\delta[k+2]$. Az A, B és C paraméterek mely értékeire kauzális és mely értékeire G-V stabilis a rendszer? /2 pont/

Kauzalitás: A, B tetszőleges 1 pont
 C=0

G-V stabilitás: B, C tetszőleges 1 pont
 A=0

(d) Mekkora a komplex amplitúdója a következő jelnek $x[k] = \cos\left[\pi k + \frac{\pi}{4}\right] + \sin\left[\pi k + \frac{\pi}{4}\right]$?

/2 pont/

$$1e^{j\frac{\pi}{4}} + 1e^{j\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}\right)} = 1e^{j\frac{\pi}{4}} + 1e^{-j\frac{\pi}{4}} = 2 \cos \frac{\pi}{4} = \sqrt{2}$$

(e) FI rendszer ugrásválasza ($\varepsilon(t)$ gerjesztésre adott válasza)

$g(t) = \varepsilon(t)(12 - 28e^{-0,5t} + 16e^{-0,25t})$. Adja meg az impulzusválaszt a lehető legegyszerűbb alakban! /2 pont/

$h(t) = \varepsilon(t)(14e^{-0,5t} - 4e^{-0,25t}) + \delta(t)(12 - 28e^{-0,5t} + 16e^{-0,25t})$ ez az alak 1 pontot ér!

$h(t) = \varepsilon(t)(14e^{-0,5t} - 4e^{-0,25t})$ ez az alak 2 pontot ér!