1. Feladat (6+6=12 pont)

(a) Mondja ki és bizonyítsa be a numerikus sorozatokra tanult rendőr elvet!

(b) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\dfrac{e^{3n}+n^2}{2n+5}} = ?$

2. Feladat (7+5=12 pont)

(a) Mondja ki és igazolja két (valós, egyváltozós) függvény szorzatának deriválására tanult szabályt!

(b) $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{e^{3x^2+2x}}{\sqrt{x^2+4}}\right) = ?$

3. Feladat (6+6=12 pont)

(a) $\int x\sqrt{1-x^2}\,dx = ?\quad (|x|<1)$ (b) $\int_{x=0}^{1} \dfrac{2}{\sqrt[3]{x}}\,dx = ?$

4. Feladat (12 pont)
Oldja meg a következő kezdetiérték-feladatot!

$$y' + \frac{y}{x} = \frac{x+1}{x}e^x, \qquad y(1) = e+1$$

5. Feladat (4+8=12 pont)

(a) Mikor mondjuk, hogy egy numerikus sor *feltételesen konvergens*? (Ismertesse a definíciót!)

(b) Konvergens-e, illetve feltételesen konvergnes-e a $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{n^2}{n^3+1}$ sor?

6. Feladat (8 pont)
Határozza meg az $f(x) = \dfrac{1}{2x+3}$ függvénynek az $x_0 = 1$ középpontú Taylor-sorát, valamint adja meg a sor konvergenciatartományát!

7. Feladat (4+4=8 pont)
A g kétszer folytonosan deriválható, egyváltozós függvény változójának helyére írjunk $\dfrac{3y}{1+x^2}$-et, és az így kapott kétváltozós függvényt jelöljük $f(x,y)$-nal!

(a) $f'_x(x,y) = ?$ (b) $f''_{x,y}(x,y) = ?$

8. Feladat (6+6=12 pont)

(a) Egy ábrán ismertesse a gömbi polár-koordinátákat, és fejezze ki a derékszögű koordinátákat a gömbi polár-koordinátákkal!

(b) Számolja ki az R sugarú gömb térfogatát!

9. Feladat (6+6=12 pont)

(a) Mondja ki és igazolja a változójában eltolt függvény Fourier-transzformáltjáról tanult tételt!

(b) Fejezze ki a $g(x) = f(2x+3)$ függvény Fourier-transzformáltját az $F = \mathcal{F}[f]$ Fourier-transzformálttal!