

Név/Kód:

--	--	--	--	--	--	--

1. (20p)	2. (20 p)	3. (20 p)	4. (20 p)	5. (20 p)	Összesen (100p)	Jegy
----------	-----------	-----------	-----------	-----------	--------------------	------

- Győződjön meg róla, hogy a névsorban elfoglalt helye alapján a megfelelő teremben írja-e a dolgozatot!
- Minden feladatot külön A4-es lapon dolgozzon, kivéve a teszt (2.) feladatot, amelyet a nyomtatott oldalain töltőn ki bekarikázással jelezve a helyes választ!
- Egy vízszintes vonallal jelezze a nyomtatott lap tetjén lévő táblázatban azt a feladatot, amelyet nem oldott meg!
- Minden lapon olvashatóan szerepeljen a neve és a NEPTUN kódja!
- A diákigazolványa legyen előkészítve!
- **AZ 1-ES, 3-AS ÉS 5-ÖS FELADATOK MEGOLDÁSA MELLÉ INDOKLÁST IS KÉRÜNK! ÖNMAGÁBAN CSAK A HELYES VÉGEREDMÉNY NEM ÉRTÉKELHETŐ.**

F
O
N
T
O
S
!!!

1. Adott egy lineáris bináris kód, ahol az $s = (0001)$ szindróma vektorhoz a következő hibacsoport tartozik

$$E_{(0001)} = \{(011110), (000001), (110010), (101101)\}$$

- Adja meg a kód paramétereit
- Adja meg a generátormátrixot és paritásellenőrző mátrixot
- Mi lesz a detektált hibavektor a $\mathbf{v} = (011110)$ vett vektor esetén.
- Milyen valószínűséggel fordul el ez a detektált vektor, ha a BSC bithibavalószínűsége: $P_b = 0.1$

Megoldás:

a) A szindrómavektor hosszából $n - k = 4$, ugyanakkor a hibavektorok hosszából: $n = 6$, ezért ez egy $C(6, 2)$ kód.

b) A kódszavakat megkaphatjuk, ha a hibacsoport összes elemét (beleértve az elsőt is) összeadjuk a az első vektorral.

$$\mathbf{c}_0 = (000000); \mathbf{c}_1 = (011111); \mathbf{c}_2 = (101100); \mathbf{c}_3 = (110011)$$

A generátor mátrix két sorát megadja a c_1 és c_2 kódszó

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ amiből } \mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \mathbf{H}\mathbf{e}^T = \mathbf{s}^T \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ azaz } \mathbf{s} = (0001)$$

A csoportvezető az $\mathbf{e} = (000001)$ hibavektor lesz és ezt fogja detektálni, mivel ennek a legkisebb a súlya.d) Ennek előfordulási valószínűsége: $P(\mathbf{e}) = P_b(1 - P_b)^5 = 0.1 * 0.9^5 = 0.059049 \approx 0.06$

2. Karikázza be a helyes állításokat az alábbi listán (csak akkor adható rá 20p, ha minden állításról helyesen döntött, különben 0 pont).

- Ha egy $C(n, k)$ lineáris bináris kód szisztematikus, akkor a generátormátrix egyik $k \times k$ -s szögmenese sem egységmátrix.
- Egy $C(15, 11)$ bináris Hamming kód képes minden kettős hibát javítani.
- Ha egy ciklikus kód egyik kódszáva $(3, 2, 6, 5)$, akkor a $(5, 3, 2, 6)$ vektor is kódszó.
- Ha egy $GF(8)$ feletti Reed Solomon kód generátorpolinomjának fokszáma 6, akkor a kód hibajavító képessége 3

Elégtelen	Elégséges	Közepes	Jó	Jeles
0-39 pont	40-53 pont	54-67 pont	68-81 pont	82-100 pont

max. minden hármas hibát képes javítani).

Egy 16 darab szimbólumot kibocsátó forrás entrópiája lehet 4,8.

Adott egy szisztematikus lineáris bináris Hamming kód a paritásellenőrző mátrixával, amelyből egy 2 darab oszlopvektor hiányzik a csillaggal jelölt helyeken.

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & * & 1 & 0 & * & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & * & 0 & 1 & * & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & * & 0 & 0 & * & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & * & 0 & 0 & * & 1 \end{pmatrix}$$

- a) Adja meg a kód paramétereit (n, k) ? (4p)
- b) Hány hibát tud javítani ez a kód? (8p)
- c) Adja meg a hiányzó oszlopvektorokat! (8p)

Megoldás:

a) $C(15, 11)$ valóban Hamming kód.

b) Minden egyes hibát tud javítani, hiszen Hamming kód.

c) Sorvektorként írva (1111) és (0010) hiszen minden lehetséges 4 hosszúságú bináris vektornak szerepelni kell benne, kivéve teljesen zérus vektort, illetve az utolsó része a mátrixnak egységmátrix kell, hogy legyen.

Adott egy minden egy hibát javító ciklikus RS kód a $GF(8)$ felett.

a) Adja meg a kód paramétereit! (4p)

b) Adja meg a generátorpolinomot! (8p)

c) Rajzolja le az üzenetpolinomból a kódpolinomot képző architektúrát és írja bele az együtthatókat szám formában $GF(8) = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ elemek valamelyike szerepeljen a szorzó gyanánt! (8p)

A hatványtábla a $GF(8)$ felett a következő:

1	1
y	y
y ²	y ²
y+1	y ³
y ² +y	y ⁴
y ² +y+1	y ⁵
y ² +1	y ⁶

Megoldás:

a) $n = q - 1 = 7, n - k = 2t = 2 \rightarrow k = 5 \rightarrow C(7, 5)$

b) $g(x) = \prod_{i=1}^{n-k} (x - y^i) = (x - y)(x - y^2) = (x + y)(x + y^2) = x^2 + (y + y^2)x + y^3 = x^2 + y^4x + y^3$

c)

