

Bevezetés a számításelméletbe I.
Pótpótzh, ELSŐ zárthelyi pótlása

2020. január 3.

1. Mennyi maradékot ad 7^{3234} 80-nal osztva?
2. Jumurdzsák először örült a tiszti kinevezésnek, de hamarosan elment a kedve az egésztől. Mindjárt az első összecsapásban jópáran elestek a rábízott 50 fős csapatból, amit még elviselt volna, csak hogy köztük volt a pénztáros is, így már a második héten Jumurdzsáknak kellett kiosztania a zsoldot, ami cseppet sem volt egyszerű feladat. Minden alárendeltjének 26 akcse járt hetente (neki magának pedig 2 arany), de a főnökség persze nem bajlódott akcsékkal, aranyban adta át Jumurdzsáknak a csapat heti zsoldját (1 arany = 60 akcse). Fel kellett tehát váltania az aranyakat a zsold kiosztása előtt, ráadásul még a visszamaradó nyamvadt 2 akcsét sem tarthatta meg. – Így jár, aki elveszti a talizmánját – sóhajtott keserűen.
Hányan estek el (a második hétig) Jumurdzsák alárendeltjei közül?
3. Az e egyenes egyenletrendszer $x = y = \frac{z-3}{2}$, az f egyenes egyenletrendszer $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{3} = z + p$, ahol $p \in \mathbb{R}$. Adjuk meg azon p értékeket, melyekre e és f metszik egymást.
4. Nevezzünk egy \mathbb{R}^n -beli \underline{v} vektort palindrómának, ha \underline{v} koordinátáit fordított sorrendben felírva ugyancsak \underline{v} -t kapjuk (palindróma pl. a jobbra látható vektor). Mutassuk meg, hogy az \mathbb{R}^5 -beli palindrómák halmaza altér \mathbb{R}^n -ben.) $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$
5. Tudjuk, hogy az $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ vektorrendszer független \mathbb{R}^n -ben. Következik-e ebből, hogy a $2\underline{a} + \underline{b}, 2\underline{b} + \underline{c}, 2\underline{c} + \underline{a}$ rendszer is független?
- 6*. Igaz-e, hogy ha $x^2 \equiv 1 \pmod{187}$, akkor $x \equiv 1 \pmod{187}$ vagy $x \equiv -1 \pmod{187}$? Ha igen, bizonyítsuk be, ha nem, mutassunk ellenpéldát.

A dolgozatra kérjük jól olvashatóan felírni a következő adatokat: név, Neptun-kód, Neptun szerinti gyakorlatvezető neve.

Minden feladat 10 pontot ér, a munkaidő 90 perc. A 100%-os eredményhez elegendő 50 pontot elérni a 60-ból, az összpontszám 50 pont feletti részét IMSc pontként könyveljük el.

A feladatok megoldását indokolni kell, pusztán eredményközlésért nem jár pont. A dolgozat megírása közben számológép (vagy más segédeszköz) nem használható.