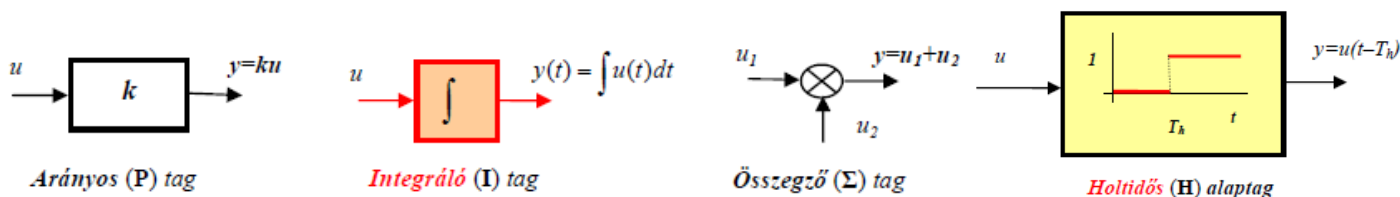


ELMÉLETI ALAPOK

1. Sorolja fel a lineáris alaptagokat! Adja meg az alaptagok kimenő és bemenő jelei közötti függvénykapcsolatokat!

Lineáris alaptagok: arányos tag, integráló tag, összegző tag, + holtidős tag



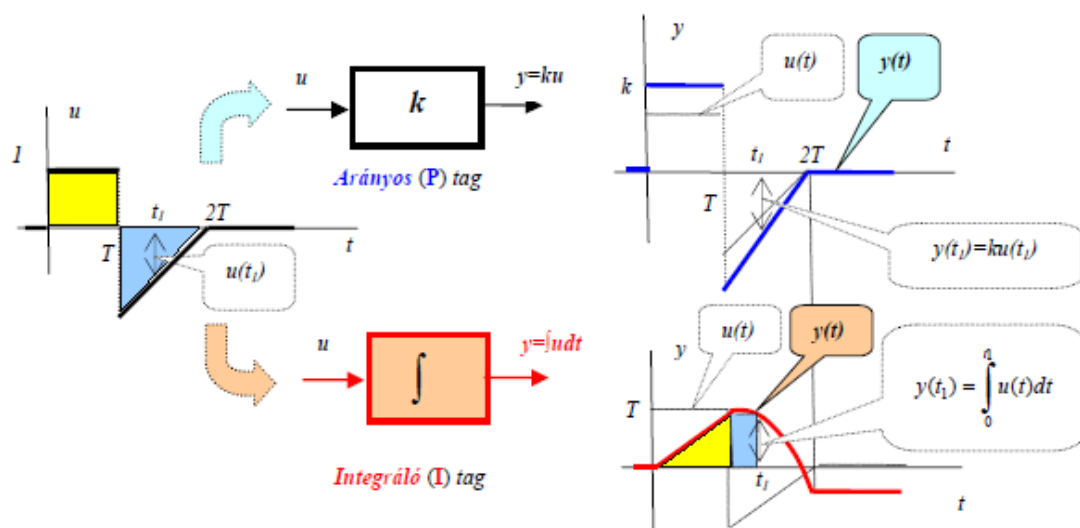
Integráló alaptag tulajdonságai:

Az integráló tag **dinamikus** alaptag, kimenő jele a bemenő jelének idő szerinti integrálja.

Az integráló tag szerepe különlegesen jelentős, mivel ez a lineáris, és nemlineáris dinamikus rendszerek mindegyikében szükségszerűen jelen van.

Az integráló tag néhány fontos tulajdonsága:

- kimenő jele akkor lehet állandó, ha bemenő jele zérus,
- kimenő jele bizonyosan változik, ha bemenő jele nem zérus,
- kimenő jele véges bemenő jel ugrásra az ugrás pillanatában változatlan marad,
- kimenő jele időben lineárisan növekszik, ha bemenő jele $u_0 = \text{állandó} > 0$,
- kimenő jelének a **változási sebessége** az u_0 bemenő jellel arányos,
- kimenő jelének a t_1 időpontban felvett $y(t_1)$ értéke az $u(t)$ bemenő jelnek a teljes „előéletétől” ($a - \infty < t < t_1$ időpontokban felvett értékeitől) függ.



Arányos-, és integráló tag adott $u(t)$ bemenő jellel keletkező válaszainak összehasonlítása

Holtidős tag:

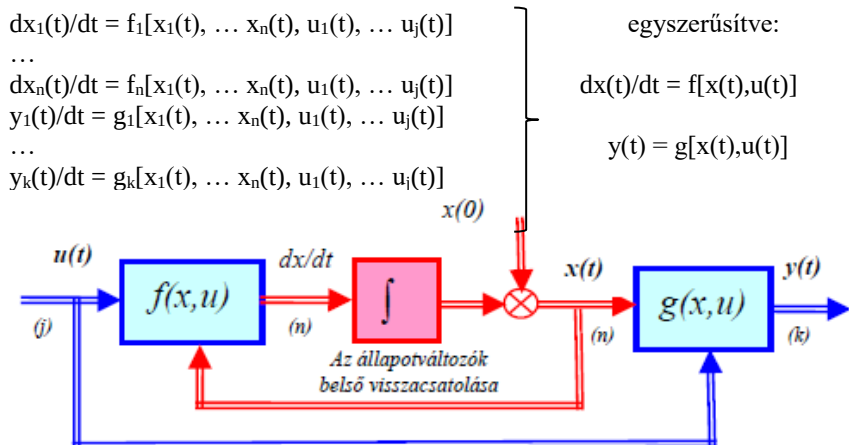
A jelátvitelnek gyakran előforduló jellegzetes tulajdonsága, hogy a kimenő-, és a bemenő jelek között, **holtidő** típusú jelkésleltetés van. A **holtidős (H) alaptag** kimenő jele – egy T_h holtidő okozta késleltetéssel – a bemenő jelét ismétli: $y = u(t - T_h)$. Tágabb felfogásban a holtidős tagot is a lineáris alaptagok közé soroljuk.

A holtidős tagot leíró téglalapban a tag $u(t) = 1(t)$ egységugrás bemenő jelle adott $y(t) = v(t)$ válaszát (az átmeneti függvényt) ábrázoljuk, ez ugyanis szemléletes képet ad a jelátvitel jellegéről. A holtidős tag igen kellemetlen jelátviteli tulajdonságokat jelent, az irányítási feladatok megoldásában jelentős nehézségek forrása. Ez annak a következménye, hogy a holtidős tag bemenetére jelet kapcsolva, ennek hatására a kimenetén T_h ideig „nem történik semmi”, vagyis a bemenő jel megváltozására a kimenő jel csak a holtidő eltelté után reagál. A holtidő a hatásterjedés véges sebességéből, vagy sok, egymásra torlódó, azonos időállandóból származtatható.

- A lineáris alaptagok közül az integráló-, és a holtidős tagok a **dinamikus** tagok. Ezek jelátviteli tulajdonságaiban az időnek is jelentős szerepe van. Ahhoz, hogy a dinamikus tag kimenő jelében változás jöjjön létre, időnek kell eltelnie.

- Az arányos, és az összegző tagok **algebrai** tagok, a bemeneteiken történő jelváltozásokra azonnal (késleltetés nélkül), és a bemenő jel megváltozásával arányosan reagálnak.

2. Írja fel az általános nemlineáris dinamikus rendszer állapotegyenletét! Adja meg az állapotegyenlet numerikus megoldó képletét!



3. Mi a munkaponti linearizálás elve? Milyen típusúak lehetnek a rendszer egyensúlyi pontjai?

A dinamikus nemlineáris rendszert közelítjük egy lineáris viselkedésű rendszerhez egy olyan munkapontban, amelynek ismertek a paraméterei.

A $\frac{dx(t)}{dt} = f[x(t), u(t)]$

$y(t) = g[x(t), u(t)]$ állapotegyenlet megoldását a 0 és ∞ - $x(t)$ és $y(t)$ $0 < t < \infty$ időintervallumon keressük, olyan feltételekkel, amikben a rendszer $x(0)$ kiinduló állapot adott, az f és g függvényeket ismerjük és az $u(t)$ gerjesztés egy tetszőleges, de adott $u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ u(t) & t \geq 0 \end{cases}$ úgynevezett belépő időfüggvény.

Az y válasz $t = 0$ időpillanatban és $x(0)$ kezdeti feltételek mellett $y(0) = g(x(0), u(0))$. Ezután meg kell oldani az $x(t)$ és $y(t)$ időfüggvényeket pl. Euler, Adams, stb. módszerrel numerikusan vagy speciális esetben lehetséges az analitikus megoldás.

Gyakran előzetesen felvett vizsgálójelekkel (dirac-delta, egységugrás) – determinisztikus vizsgálójelekkel – keressük az állapotegyenlet megoldását.

Euler-módszer:

Ha T a számítás lépésköze, ezt „kicsire” választjuk és ennek környezetében és $u(kT)$, $x(kT)$, $y(kT)$ ismeretében az $x(t)$ megoldás $[dx(t)/dt]_{t=kT}$ időpontban adott. Ennek figyelembevételével az állapotváltozó $x((k+1)T)$ értéke:

$$\left. \frac{dx(t)}{dt} \right|_{t=kT} = f(x(kT), u(kT)) \cong \frac{x((k+1)T) - x(kT)}{T}$$

$$x((k+1)T) \cong x(kT) + f(x(kT), u(kT))T$$

$$y(kT) \cong g(x(kT), u(kT))$$

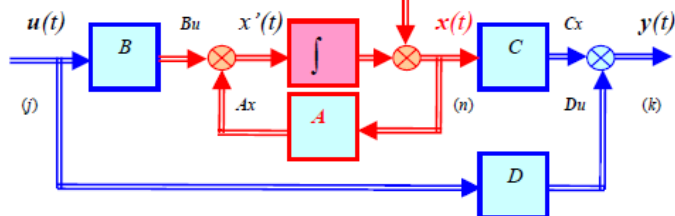
4. Írja fel a lineáris rendszer állapotegyenletét, és adja meg az állapotegyenlet analitikus megoldó képletét!

Lineáris, folytonos, n -ed rendű, **MIMO** (több bemenetű – több kimenetű) **dinamikus rendszer** állapotegyenlete, valamint az ehhez rendelhető hatásvázlat:

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

$x(0)$



Lineáris MIMO rendszer hatásvázlata

Az n rendszámú j bemenetű k kimenetű MIMO tag paramétermátrixai milyen méretűek:

A rendszernek j számú u bemenő jele és k számú y kimenő jele van, az x állapotváltozók száma n . Ezért

- az **A állapotmátrix** mérete $n \times n$ (**négyzetes** mátrix),
- a **B bemeneti mátrix** mérete $n \times j$,
- a **C kimeneti mátrix** mérete $k \times n$,
- a **D együttható mátrix** mérete pedig $k \times j$.

Ha az állapotegyenletben egy bemenő jel, egy kimenő jel, és n állapotváltozó szerepel, egy bemenetű – egy kimenetű, n -ed rendű **SISO** (Single Input, Single Output) rendszerrel beszélünk.

$$f(x,u) = A x(t) + B u(t)$$

$$g(x,u) = C x(t) + D u(t)$$

Az **állapotegyenlet analitikus megoldása**, ha a gerjesztés $u(t)$ és az állapotváltozó kezdeti értéke $x(0)$:

kezdeti feltételek miatti mozgás

gerjesztés miatti mozgás

$$x(t) = e^{At} x(0) + \int_{\tau=0}^t e^{A(t-\tau)} B u(\tau) d\tau$$

$$y(t) = C x(t) + D u(t)$$

5. Mi a lineáris rendszer stabilitásának általános feltétele? Stablis lineáris rendszer A,B,C,D paramétermátrixai adottak, a rendszer gerjesztése $u(t) = u_0 = \text{állandó}$. Adja meg az állapot-tér x_0 egyensúlyi pontjának koordinátáit, és a kimenő jel állandósult értékét!

Ha $f(x,u) = Ax(t) + Bu(t)$ és $g(x,u) = Cx(t) + Du(t)$ a rendszer lineáris, és **A, B, C, és D** a rendszer **paramétermátrixai**. Ilyenkor az állandó u_0 hatására **egyetlen egyensúlyi pont** jöhet létre,

- amelynek állapotkoordinátái az $Ax_0 + Bu_0 = 0$ egyenletből $x_0 = -A^{-1}Bu_0$,
- a kimenőjel állandósult értéke $y_0 = Cx_0 + Du_0 = (-CA^{-1}B + D)u_0$.

A lineáris rendszer egyensúlyi pontja **stabilis**, ha **A** állapotmátrixának minden sajátértéke **negatív valós részű szám**.

Ha ez fennáll, a sajátmozgás az állapottér origójába, a gerjesztett mozgás pedig a rendszer egyetlen stabilis egyensúlyi pontjába tart. A **lineáris rendszer** különleges jelentőséggel bír, mivel egységes, jól kidolgozott **rendszerelmélete** van. Ha lineáris rendszer gerjesztése $u(t)$, állapotváltozójának kezdeti értéke $x(0)$, akkor az állapotegyenletnek van analitikus megoldása. (ld.4.)

6. Mi az átmeneti függvény? Az átmeneti függvény alapján hogyan csoportosíthatóak a lineáris tagok?

A stabilitás szemléletesen köthető ahhoz az egyszerű tulajdonsághoz is, hogy a dinamikus rendszer rendelkezik-e azzal az elvárható működésmóddal, hogy $u(t) = u_0 1(t)$ belépő vizsgálójellel gerjesztve, képes-e olyan állapotot elérni, mikor is $t \rightarrow \infty$ mellett az x állapotváltozók is, és az y kimenő jelek is egy $x_0 = x(\infty) = \text{állandó}$, $y_0 = y(\infty) = \text{állandó}$ értékekhez tartanak.

Ha a dinamikus rendszer az állandó u_0 bemenő jelre, állandósult állapotban, állandó x_0 állapotváltozóval, és állandó y_0 kimenő jellel válaszol, akkor a rendszer **aszimptotikusan stabilis és önbeálló**.

- $x(0) = 0$ kezdeti feltételek mellett az $u(t) = 1(t)$ egységugrásra adott $y(t) = v(t)$ választ **átmeneti függvénynek** hívjuk.

Az átmeneti függvény alapján a jelátvivő tagokat egymástól karakterisztikusan elkülönülő, csoportokba sorolhatjuk.

- önbeálló tagok és nem önbeálló tagok

7. Az átmeneti függvény alapján hogyan definiálható a rendszer stabilitása?

Az $u(t)=1(t)$ **egységugrás** vizsgáló jellel gerjesztett stabilis rendszer **gerjesztett mozgásakor** ($t \rightarrow \infty$ mellett) az állapotváltozó állandósult végértéke: $x(\infty) = -A^{-1}Bu_0$, a kimenő jel végértéke pedig: $y(\infty) = v(\infty) = [Cx(\infty) + Du_0] = [-CA - 1B + D]u_0 = G(0)/H(0) = b_m/a_n = k$. A rendszer akkor stabilis, ha az $u(t)=1(t)$ gerjesztés hatására az $y(t)$ a tranziensek lecsengése után a feladattól függően (értéktartás, követés) leáll egy stabil értékre (pályára).

A bemeneten működtetett $u(t)=1(t)$ gerjesztés hatására az $y(t)$ a tranziensek lejátszódása után egy $y(\infty) = k u_0$ **állandó**, de nemzérus értékre beáll.

8. Miért előnyös a Laplace transzformáció használata a lineáris dinamikus rendszerek analízisében?

A lineáris rendszerek állapotegyenletének analitikus megoldását támogató eljárás a *Laplace* integrál transzformáció. Alkalmazásának alapvető sajátossága, hogy a lineáris dinamikus rendszereknek az időtartományban differenciálegyenletekkel adott matematikai modelljét az operátor tartományban algebrai egyenletekké lehet egyszerűsíteni.

A Laplace transzformáció definíciós egyenlete:

A *Laplace* transzformáció az $f(t)$ belépő ($f(t)=0$, ha $t < 0$) időfüggvényhez egy $F(s)$ operátor függvényt rendel, illetve az $f(t)$ függvényt az $F(s)$ függvényre képezi le, tehát ún. funkcionál.

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt$$

definiáló egyenlete improprius integrál, konvergenciájának elegendő feltétele ha $f(t)$ a $t \geq 0$ tartomány minden véges szakaszában szakaszonként folytonos, és elegendően nagy t -re $\text{abs}[f(t)] \leq M e^{-\sigma t}$ (M és σ pozitív állandók).

Néhány függvény Laplace-transzformáltja

Sorszám	Időfüggvény	Laplace-transzformált
1	$F(t) \quad t > 0$	$F(s)$
2	$\delta(t)$	1
3	$\delta(t-\tau)$	$e^{-s\tau}$
4	$1(t)$	$\frac{1}{s}$
5	$1(t-\tau)$	$\frac{1}{s} e^{-s\tau}$
6	t	$\frac{1}{s^2}$
7	e^{-at}	$\frac{1}{a+s}$
8	$\frac{1}{T} e^{-t/T}$	$\frac{1}{1+Ts}$
9	$1 - e^{-t/T}$	$\frac{1}{s(1+Ts)}$
10	$\frac{1}{T^2} t e^{-t/T}$	$\frac{1}{(1+Ts)^2}$
11	$\frac{1}{T_1 - T_2} \left(e^{-t/T_1} - e^{-t/T_2} \right)$	$\frac{1}{(1+T_1s)(1+T_2s)}$
12	$\frac{t^n}{n!}$	$\frac{1}{s^{n+1}}$
13	$\sin \alpha t$	$\frac{\alpha}{s^2 + \alpha^2}$
14	$\cos \alpha t$	$\frac{s}{s^2 + \alpha^2}$
15	$-\frac{1}{T} \text{sh} \left(\frac{t}{T} \right)$	$\frac{1}{1 - T^2 s^2}$
16	$\frac{1}{T^3} (T-t) e^{-t/T}$	$\frac{s}{(1+Ts)^2}$
17	$T \left(e^{-t/T} + \frac{t}{T} - 1 \right)$	$\frac{1}{s^2(1+Ts)}$
18	$1 - \frac{T+t}{t} e^{-t/T}$	$\frac{1}{s(1+Ts)^2}$

Linearitási szabály:

– Adott $f(t)$, amelynek Laplace transzformáltja $\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$ akkor $\mathcal{L}\{K \cdot f(t)\} = K \cdot \mathcal{L}\{f(t)\} = K \cdot F(s)$.

– Adott $f_1(t)$, $f_2(t)$, amelyeknek Laplace transzformáltjai

$F_1(s)$, $F_2(s)$

akkor $\mathcal{L}\{f_1(t) + f_2(t)\} = \mathcal{L}\{f_1(t)\} + \mathcal{L}\{f_2(t)\} = F_1(s) + F_2(s)$.

Mindkét törvényszerűség azzal igazolható, hogy a Laplace transzformáció tulajdonképpen határozott integrál.

9. a.) $\mathcal{L}\{dx(t)/dt\} = ?$

$$\mathcal{L}\left\{\frac{dx(t)}{dt}\right\} = s\mathcal{L}\{x(t)\} - x(0) = sx(s) - x(0)$$

Ha $x(0)=0$, akkor $\mathcal{L}\{dx(t)/dt\} = sx(s)$, vagyis az időtartományban differenciálás műveletének az operátor tartományban az s -el való szorzás a megfelelője. Ezért az s változót a differenciálás operátorának is nevezik.

b.) $\mathcal{L}\{ax(t) + bu(t)\} = ? \rightarrow ax(s) + bu(s)$

c.) $\mathcal{L}\{1(t)\} = ? \rightarrow 1/s$

d.) $\mathcal{L}\{t\} = ? \rightarrow 1/s^2$

e.) $\mathcal{L}\{\delta(t)\} = ? \rightarrow 1$

f.) $\mathcal{L}\{\exp(at)\} = ? \rightarrow a/(s+a)$

10. $\mathcal{L}^{-1}\{1/s\} = ? \rightarrow 1(t)$

$\mathcal{L}^{-1}\{1/s^2\} = ? \rightarrow t$

$\mathcal{L}^{-1}\{g(s)h(s)\} = ? \rightarrow g(t)h(t) ?$

$\mathcal{L}^{-1}\{g(s) + h(s)\} = ? \rightarrow g(t) + h(t)$

11. Milyen inverz-Laplace transzformációs eljárásokat ismer?

Az inverz Laplace transzformáció

Legyen $F(s)$ az s komplex változó analitikus függvénye a $\operatorname{Re} s > \sigma_0$ félsíkban. Ekkor az $F(s)e^{st}$ komplex változós függvény

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s)e^{st} ds$$

vonal menti integrálja $c > \sigma_0$ mellett konvergens, és azt az $f(t)$ függvényt szolgáltatja, amelynek a Laplace transzformáltja az integrandusban is szereplő $F(s)$. Az inverz transzformáció jelölése: $f(t) = L^{-1}\{F(s)\}$. Az integrál tényleges kiértékelése azon az elven alapszik, hogy a képzetes tengellyel párhuzamosan fekvő vonal menti integrál visszavezethető zárt görbe menti integrálra, amely Cauchy tétele alapján számítható ki.

Legyen $F(s) = G(s)/H(s)$ algebrai tört, és $G(s)$ s -nek m -ed fokú, $H(s)$ s -nek n -ed fokú ($n > m$) polinomjai. A $H(s) = 0$ egyenlet k_i multiplicitású p_i gyöke az $F(s)$ szinguláris helye.

$$F(s) = \frac{G(s)}{H(s)} = \frac{g_0 s^m + g_1 s^{m-1} + \dots + g_{m-1} s + g_m}{h_0 s^n + h_1 s^{n-1} + \dots + h_{n-1} s + h_n}$$

$$f(t) = L^{-1}\{F(s)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s)e^{st} ds = \frac{1}{2\pi j} \oint_c F(s)e^{st} ds = \sum_{(p_i)} \operatorname{rez} F(s)e^{st}$$

$$\operatorname{rez}_{p_i} F(s)e^{st} = \lim_{s \rightarrow p_i} \frac{1}{(k_i - 1)!} \frac{d^{k_i-1}}{ds^{k_i-1}} \left[(s - p_i)^{k_i} \frac{G(s)}{H(s)} e^{st} \right]$$

Ha a $H(s) = 0$ minden gyöke egymástól különböző, alkalmazható a kifejtési tétel:

$$f(t) = L^{-1}\{F(s)\} = \sum_{i=1}^n \frac{G(p_i)}{\left. \frac{dH(s)}{ds} \right|_{s=p_i}} e^{p_i t}$$

12. Hogy szól Ljapunov első stabilitási kritériuma?

u_0 gerjesztés hatására a rendszer olyan állapotai, ahol a $dx(t)/dt = 0$ egyensúlyi (szinguláris) pontok. Ezen pontok környezetéből induló mozgás $t \rightarrow \infty$ mellett az az egyensúlyi pontba tart, **stabilis**, ha viszont ide befutni nem képes, és ettől távolodik, **labilis** egyensúlyi pontról van szó. Ljapunov első stabilitási kritériuma az egyensúlyi pontban lévő rendszer közelítő lineáris matematikai modelljén alapszik.

Ljapunov első (közvetett) stabilitási kritériuma szerint, ha a nemlineáris rendszert az egyensúlyi pont környezetében a közelítő

$$d\Delta x(t)/dt = A_P \Delta x(t) + B_P \Delta u(t)$$

lineáris vektor-differenciálegyenlet matematikai modelljével írjuk le, akkor az így keletkezett modell A_P állapotmátrixának sajátértékei alapján az egyensúlyi pont stabilitása eldönthető.

Ha a linearizált rendszer A_P állapotmátrixának minden λ_i sajátértékére a $\operatorname{real}(\lambda_i) < 0$ teljesül, akkor a rendszer – az egyensúlyi pont „kis” környezetében – aszimptotikusan stabilis, vagyis az egyensúlyi pontjából kitérített rendszer visszatér oda. Ekkor az állapottér (P) pontja **stabilis egyensúlyi pont**. Ha A_P sajátértékei között van olyan, amelyiknek valós része pozitív, akkor a rendszer labilis, vagyis munkapontjából kitérítve nem tér vissza oda. Ekkor az állapottér (P) pontja **labilis egyensúlyi pont**. Ha a sajátértékek valamelyike zérus, a kritérium érvényét veszti.

A linearizálás módszere csak akkor használható, ha az $f(x, u)$ nemlineáris függvények legalább egyszer differenciálhatók.

Egyensúlyi pontok típusai:

$\operatorname{real}(\lambda_1)$	$\operatorname{imag}(\lambda_1)$	$\operatorname{real}(\lambda_2)$	$\operatorname{imag}(\lambda_2)$	Az egyensúlyi pont típusa
–	0	–	0	stabilis csomópont
+	0	+	0	labilis csomópont
–	+	–	+	stabilis fókuszpont
+	+	+	+	labilis fókuszpont
0	+	0	–	centrum
+	0	–	0	labilis nyeregpont

- stabilis fókusz és csomópont esetében a munkapont környezetéből indított mozgás a munkapontba fut,
- labilis fókusz, csomópont és nyeregpont esetében a munkapont környezetéből indított mozgás a munkaponttól távolodik, vagy egy stabilis munkapont felé, vagy pedig a $\pm\infty$ -be tartva
- centrum típusú munkapont környezetében a rendszerben periodikus lengőmozgás jöhet létre.

13. Adja meg a lineáris alaptagok jelátviteli tulajdonságait leíró rendszerjellemző függvényeket!

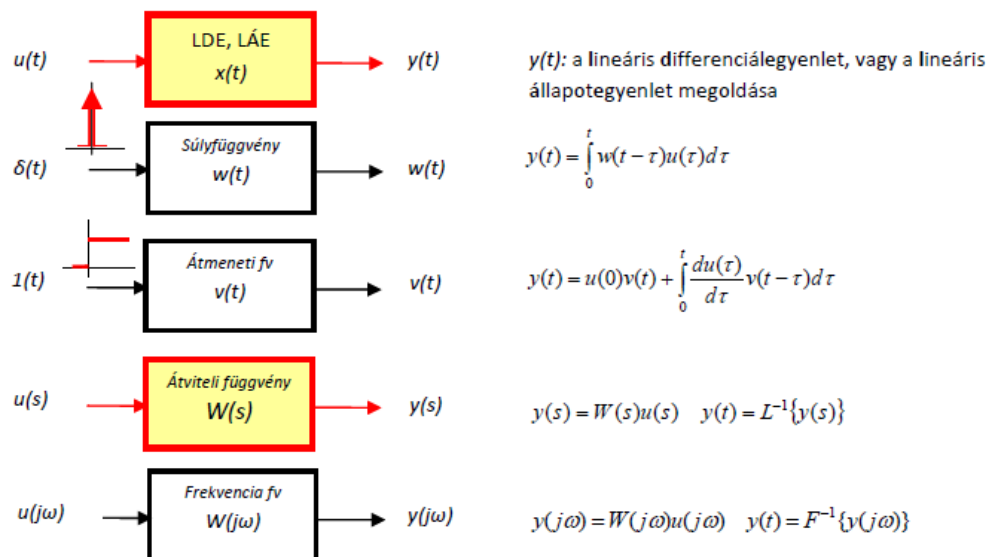
1.) A differenciálegyenlet, vagy az állapotegyenlet, áviteli, ámeneti, súly és impulzus függvények is.

2.) A súlyfüggvény: az $u(t)=\delta(t)$ Dirac deltára adott $y(t)=w(t)$ válasz, zérus kezdeti feltételek mellett.

3.) Az átmeneti függvény: az $u(t)=1(t)$ egységugrásra adott $y(t)=v(t)$ válasz, zérus kezdeti feltételek mellett.

4.) Az átviteli függvény: a $w(t)$ súlyfüggvény $L\{w(t)\}=W(s)$ Laplace transzformáltja, vagy az $y(t)$ kimenőjel és az $u(t)$ bemenőjel Laplace transzformáltjainak $W(s)=y(s)/u(s)$ hányadosa, zérus kezdeti feltételek esetén.

5.) A frekvencia függvény: a $w(t)$ súlyfüggvény $F\{w(t)\}=W(j\omega)$ Fourier transzformáltja, vagy az $u(t)$ bemenőjel és az $y(t)$ kimenőjel Fourier transzformáltjainak $W(j\omega)=y(j\omega)/u(j\omega)$ hányadosa, zérus kezdeti feltételek esetén.



14. Jellemezze a másodrendű lengő rendszer tulajdonságait!

Átviteli függvény: $\frac{A}{s^2 T^2 + 2\xi Ts + 1}$

A karakterisztikus polinom:

$$K(s) = s^2 T^2 + 2\xi Ts + 1$$

$$s_{1,2} = -\frac{2\xi T}{2T^2} \pm \sqrt{\left(\frac{\xi}{T}\right)^2 - \frac{1}{T^2}} = -\frac{\xi}{T} \pm \frac{1}{T} \sqrt{\xi^2 - 1}$$

Csillapított sajátkörfrekvencia:

$$\omega = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} \text{ ahol } T \text{ időállandó}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T_p} \text{ ahol } T_p \text{ lengési periódusidő } T_p \neq T$$

Jelölések:

- Laplace operátor: s
- rugóállandó: k
- csillapítási tényező: ξ

- Csillapítási tényező (ξ): A csillapítási tényező a kimenő jelben megjelenő lengéseket jellemzi.

- Ha ξ és $T_0 > 0 \rightarrow$ konjugált komplex gyökpár $\rightarrow$ domináns póluspár $\rightarrow$ bármilyen bonyolult, ilyen rendszerrel akarjuk leírni

15. Adja meg a nyitott kör eredő átviteli függvényének időállandós normálalakját!

Lineáris szabályozás nyitott körének eredő átviteli függvénye: $W_0 = W_c * W_f$

$$W(s) = \frac{G(s)}{H(s)} = k_0 \frac{\prod_{l=1}^{m_1} (1 + s\tau_l) \prod_{l=1}^{m_2} (1 + 2\mu_l \tau_{0l} s + \tau_{0l}^2 s^2)}{s^i \prod_{l=1}^{n_1} (1 + sT_l) \prod_{l=1}^{n_2} (1 + 2\xi_l T_{0l} s + T_{0l}^2 s^2)}$$

i: a típuszám

16. Mi az állapottrajektória?

Az $x(t)$ állapotvektor végpontjának mértani helye az n dimenziós állapottérben, miközben a rendszer mozgásban van.

A stabilitás-, vagy labilitás jelensége az x állapotváltozók – mint állapot koordináták – által létesített n dimenziós állapottérben is szemléltethető. A transziens folyamat $x(t)$ állapotvektora a $t=0$ időpontban az $x(0)$ kezdeti feltételek koordinátaival meghatározott vektor, amely az állapottér (P_0) pontjába mutat.

Az $x(t)$ vektor végpontja a mozgás folyamán egy n dimenziós térgörbét ír le, ez a térgörbe az **állapot trajektória**.

A dinamikus rendszer n rendszáma $n \geq 1$ lehet.

- $n=1$ esetében a rendszer elsőrendű, ezért itt az állapottér a számegyenes, vagyis ekkor az $x(t)$ időfüggvény ábrázolása a trajektóriához képest szemléletesebb.
- $n=2$ esetében az állapottér **állapotsíkra** egyszerűsödik, ekkor a trajektóriákká történő szemléltetés igen hatásos.
- $n=3$ esetében is így van, bár itt a háromdimenziós térben a trajektória egy időben paraméterezett térgörbe, aminek ábrázolásához már a számítógépes szolgáltatások igénybevétele is indokolt.
- $n>3$ esetében a szemléltetés nehézkessé válik.

17. Mikor beszélünk egy rendszer sajátmozgásáról és mikor gerjesztett mozgásról?

Ha a gerjesztés zérus ($u=0$), a mozgást az állapotváltozók $x(0) \neq 0$ kezdeti értékei generálják.

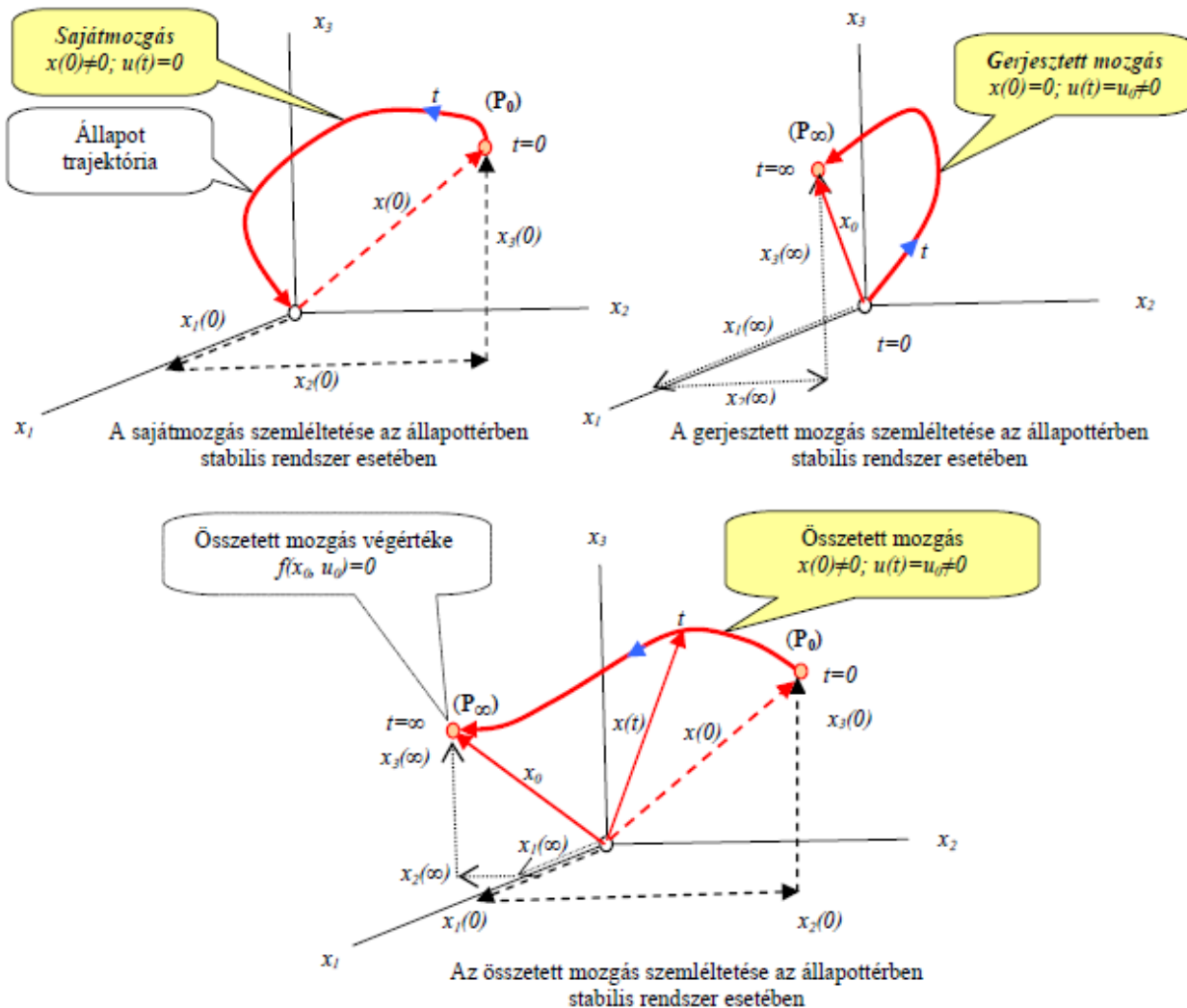
Ez a mozgás a rendszer **sajátmozgása**, amely stabilis rendszer esetében az állapottér origójába „ér véget”.

Ha a kezdeti feltételek mindegyike zérus, és a mozgást az $u(t)$ gerjesztés generálja, akkor a rendszer **gerjesztett mozgásáról** van szó.

Állandó u_0 , és stabilis rendszer esetében ez a mozgás az állapottér origójából indul, és az állapottér egy (P_∞) jelű **egyensúlyi pontjába** tart. Ha $x(0) \neq 0$, és $u(t) = u_0 I(t) \neq 0$, a mozgás **összetett**.

- Stabilis rendszer esetében az összetett mozgás az állapottér (P_0) pontjából indul, és a (P_∞) pontjába ér véget, vagyis a $t=\infty$ időpontban az $x(\infty)=x_0$ koordinátákkal létrejön az állapotváltozók mindegyikének az egyensúlyi értéke.

- Labilis rendszer esetében az $x(0)$ kezdeti feltételből induló sajátmozgás, vagy az origóból induló gerjesztett mozgás trajektóriái általában minden határon túl növekedő jelleget mutatnak.



18. Mi az átviteli függvény és mi az átviteli mátrix?

A $W(s)$ **átviteli mátrix** a j számú bemenő jel, és a k számú kimenő jel között – az s operátor tartományban – mátrixegyenlet formájában teremt kapcsolatot:

$$\begin{bmatrix} y_1(s) \\ \vdots \\ y_i(s) \\ \vdots \\ y_k(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & \dots & W_{1l}(s) & \dots & W_{1j}(s) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ W_{i1}(s) & \dots & W_{il}(s) & \dots & W_{ij}(s) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ W_{k1}(s) & \dots & W_{kl}(s) & \dots & W_{kj}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(s) \\ \vdots \\ u_l(s) \\ \vdots \\ u_j(s) \end{bmatrix}$$

$W(s)$ átviteli mátrix

A kifejezésben $k \times j$ darab **átviteli függvény** szerepel.

Általános esetben bármelyik kimenő jelet a bemenő jelek mindegyike befolyásolhatja.

Az átviteli mátrixban szereplő mindegyik átviteli függvénynek közös tulajdonsága, hogy az s Laplace operátornak algebrai törtjét alkotják, és mindegyiknek a nevezője ugyanaz a $\det(sI-A)$ n -ed fokú **karakterisztikus** polinom.

$$y_i(s) = W_{i1}(s)u_1(s) + W_{i2}(s)u_2(s) + \dots + W_{ij}(s)u_j(s) \quad i: 1, 2, \dots, k$$

Átviteli függvény:

a $w(t)$ súlyfüggvény $L\{w(t)\} = W(s)$ Laplace transzformáltja, vagy az $y(t)$ kimenőjel és az $u(t)$ bemenőjel Laplace transzformáltjainak $W(s) = y(s)/u(s)$ hányadosa, zérus kezdeti feltételek esetén.



Átviteli függvény esetén a stabilitás feltétele:

A lineáris SISO rendszer **aszimptotikusan stabilis**, ha $W(s) = G(s)/H(s)$ átviteli függvényének a nevezője – a $H(s)$ polinom – **negatív** valós részü p_i gyökökkel rendelkezik. vagyis **real(p_i) < 0**.

Ez a feltétel egyenértékű azzal a követelménnyel, hogy $H(s)$ Hurwitz polinom legyen, vagy a rendszer **A** állapotmátrixának minden sajátértékére $\text{real}(\lambda_i) < 0$ feltétel teljesüljön.

Lineáris SISO tag $W(s)$ átviteli függvénye:

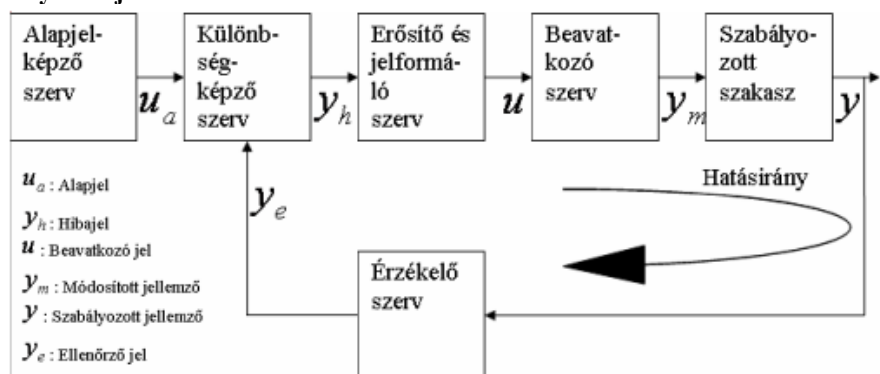
A kimenő jel $o(s)$ Laplace transzformáltjának, és a bemenő jel $i(s)$ Laplace transzformáltjának hányadosa zérus kezdeti feltételek mellett: $W(s) = o(s) / i(s)$. Az átviteli függvény a lineáris SISO tag differenciálegyenletének az s tartományban értelmezett alakja.

19. Mit értünk a lineáris szabályozási rendszer aszimptotikus stabilitása alatt?

Ha nyugalmi helyzetéből kimozdított, majd magára hagyott rendszer mozgása visszatér a nyugalmi helyzetbe, vagy annak a kimozdítás mértékétől függő környezetébe, akkor a rendszer aszimptotikusan stabilis (=kezdőérték függő stabilitás).

SZABÁLYOZÁS

1. Sorolja fel a szabályozás szerveit és jeleit! Mi az érzékelő szerv feladata, és mi a függvénykapcsolat az ellenőrző jel, és a szabályozott jellemző között?



Szervek: szabályozástechnikai részfeladatokat ellátó, kimenő–bemenő jellel rendelkező funkcionális szerkezeti egységek.

A szervek mindegyike önmagában is egy dinamikus rendszer, ami a fizikai működésmód természetes velejárója. Mindegyik szerv kimenő jele a bemenő jelének a függvénye.

Szerv	Bemenő jel	Kimenő jel
Érzékelő szerv (É)	Szabályozott jellemző (y)	Primer ellenőrző jel (e_p)
Távadó (TA)	Primer ellenőrző jel (e_p)	Ellenőrző jel (e)
Alapjelképző szerv (A)	(vezető jel)	Alapjel (u_a)
Különb-ség-képző szerv és előerősítő (KE)	Ellenőrző jel (e), alapjel (u_a)	Rendelkező jel (r)
Jelformáló szerv (J)	Rendelkező jel (r)	Irányító jel (u)
Teljesítményerősítő (TE)	Irányító jel (u)	Végrehajtó jel (u_v)
Végrehajtó szerv (V)	Végrehajtó jel (u_v)	Beavatkozó jel (u_b)
Beavatkozó szerv (B)	Beavatkozó jel (u_b)	Módosított jellemző (u_m)
Helyzetbeállító érzékelő szerve (ÉB)	Beavatkozó jel (u_b)	Pozíció jel (e_b)

■ Az **érzékelő szerv** (É) feladata a szabályozott jellemzővel arányos, különbségképzésre alkalmas, e_p ellenőrző jel előállítása. Alapvető követelménye a pontosság, ideális esetben az e_p jel szigorúan arányos az y szabályozott jellemzővel.

■ A **távadó** (TA) rendszerint egységes jeltartományra alakítja át a primer érzékelő e_p ellenőrző jelét, és alkalmassá teszi az üzemen belüli jelátvitelre.

→ Az érzékelő szerv, és a távadó együttes jelátviteli tulajdonságának lehetőség szerint az $e=Aey$ lineáris, időkéésés nélküli függvénykapcsolatot kell megvalósítania az y és e jelek között, ahol Ae az érzékelés átviteli tényezője.

■ Az **alapjelképző szerv** (A) állítja elő a szabályozott jellemző előírt értékét (az y_A alapértéket) megjelenítő u_a alapjelet. Az u_a alapjel úgy aránylik a szabályozott jellemző y_A előírt értékéhez, mint ahogy az e ellenőrző jel aránylik a szabályozott jellemző y tényleges értékéhez: $u_a/y_A = e/y = Ae$.

- **Értéktartó** szabályozásokban az irányítási cél a szabályozott jellemző állandó értékének a biztosítása. Ekkor az alapjel egy időben állandó érték, az alapjelképző szerv pedig egyfajta *stabilizátor*.

- **Követő** szabályozások szabályozott jellemzőjének úgy kell változnia, ahogy azt az időben változó $u_a(t)$ alapjel előírja. Ekkor az alapjelképző szerv egy menetdiagramot előállító *programadó*.

- Más esetekben az alapjel lehet egy másik folyamat, valamely tetszőleges jellemzőjét megjelenítő jel, ilyen esetben az alapjelképző szerv az érzékelő szervnek megfelelő készülék, amelynek bemenő jele a *vezető jel*.

■ A **különb-ség-képző szerv** (K) hozza létre az alapjel-, és az ellenőrző jel különbségét, és előállítja e különbséggel arányos $r=k(u_a-e)$ *rendelkező jelet* (itt valósul meg a negatív visszacsatolás!).

- Az ellenőrző jel, és az alapjel – miután ezeket a jeleket nagy pontosságú műszerek állítják elő – energiataralma igen alacsony, ezért a további jelfeldolgozás céljából az u_a-e hibajelet a különbségképző szerv egy **előerősítővel** (E) a jelfeldolgozáshoz szükséges energiaszintre is emeli.

■ Az előerősítőt rendszerint egy **jelformáló (kompenzáló) szerv** (J) követi, amelynek feladata az u irányító jel előállítása. Ez az u irányító jel általában a rendelkező jellel, illetve ennek integráljával-, és differenciálhányadosával arányos jelkomponenseket tartalmaz ($u=Kpr+K_i\int rdt+K_d dr/dt$), a megfelelő minőségű szabályozás megvalósítására (PID kompenzáció).

- A **jelformáló szerv** - eltérően az összes többi szervtől - szándékolatlan tervezett dinamikát tartalmaz, melynek célja az eredő szabályozási rendszer minőségi tulajdonságainak javítása.

■ A kompenzáló szervet egy **teljesítményerősítő** (TE) követi. A teljesítményerősítő feladata a beavatkozáshoz szükséges teljesítmény biztosítása. A teljesítményerősítéshez villamos-, pneumatikus-, vagy hidraulikus segédenergiát lehet felhasználni

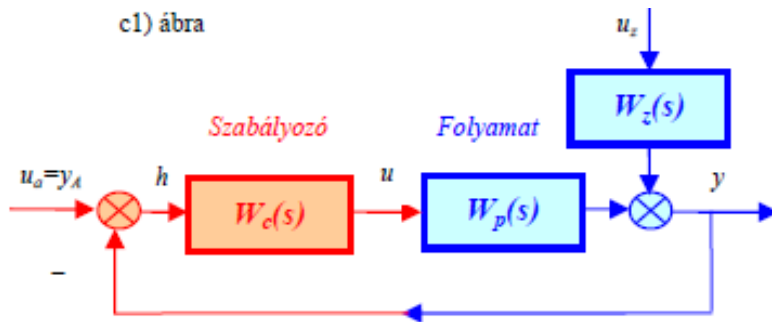
■ A teljesítményerősítő és a beavatkozó szerv illesztési funkcióját látja el a **végrehajtó szerv** (V), kimenő jele: az u_b beavatkozó jel.

- Ha a beavatkozó jel elmozdulás, akkor a végrehajtó szerv a teljesítményerősítő kimenő jelét elmozdulásra alakítja át. Ilyenkor a végrehajtó szerv villamos-, pneumatikus-, vagy hidraulikus **szervomotor**.

- Gyakori eset, hogy a szervomotor kimeneti elmozdulását érzékelő szerv méri, és ennek beállítására egy belső visszacsatolást tartalmazó szabályozási rendszert alakítanak ki. Ekkor a teljesítményerősítőt **helyzetbeállítónak** nevezik.

■ A **beavatkozó szerv** (B) segítségével lehet a folyamat valamely mértékadó jellemzőjét (a *módosított jellemzőt*) szándékolatlan befolyásolni annak érdekében, hogy a szabályozott jellemző a kívánalmaink szerint változzon: kövesse az alapjelet, illetve hárítsa el a zavarások szabályozott jellemzőre kifejtett nemkívánatos hatását.

2. Adja meg a lineáris rendszer hatásvázlatát, rendszeregyenleteit, valamint azt a függvénykapcsolatot, amely megmutatja, hogy a szabályozott jellemző és az irányító jel miként függ az alapjeltől és a zavaró jeltől!



A lineáris rendszert leíró matematikai modell (a **rendszeregyenletek**) az s Laplace operátor tartományban:

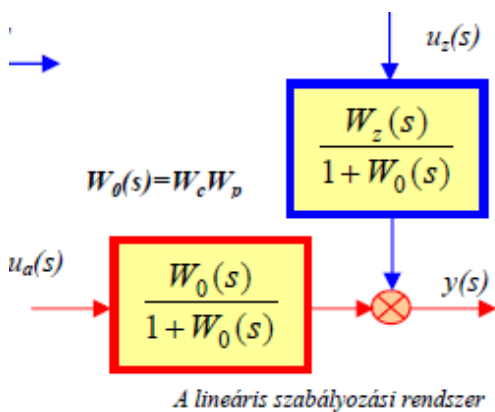
$y(s) = W_p(s)u(s) + W_z(s)u_z(s) \rightarrow$ A **follyamat** matematikai modellje

$u(s) = W_c(s)[u_a(s) - y(s)] \rightarrow$ A **szabályozó** matematikai modellje

Abban az esetben, ha az érzékelő szerv kimenő jelét tekintjük a szabályozott jellemzőnek (amit egyébként azért tehetünk meg, mert az érzékelő szerv kimenő jele a szabályozott jellemzővel egyértelmű, és általában szigorúan lineáris függvénykapcsolatban van), akkor az u_a alapjel a szabályozott jellemző előírt értékét jeleníti meg, vagyis $u_a = y_A$.

A hatásvázlaton most azt ábrázoljuk, hogy egy különbségképzés eredményeként jön létre a $h = y_A - y$ hibajel, mely hibajel $W_c(s)$ átviteli függvény által meghatározott $u(s) = W_c(s)h(s)$ összefüggés szerint a hurok egy közbeeső jelét, az irányító jelet állítja elő.

Ez az u irányító jel, illetve az u_z zavaró jel $y = W_p(s)u(s) + W_z(s)u_z(s)$ szerint a szabályozott jellemzőt hozza létre, és ez az y jel a különbségképző tagra van negatívan visszacsatolva.



Lineáris rendszer esetében az $u_a(s)$ és az $u_z(s)$ bemenő jelek az $y(s)$ kimenőjelet a rendszeregyenletekből származtatható

$$y(s) = \frac{W_0(s)}{1 + W_0(s)} \left[u_a(s) + \frac{W_z(s)}{W_0(s)} u_z(s) \right]$$

kifejezésnek megfelelően befolyásolják, ahol $W_0(s) = W_c(s)W_p(s)$ a **felnyitott hurok eredő átviteli függvénye**.

3. Mi a lineáris szabályozás stabilitásának az általános feltétele?

A stabilitás általános feltétele, hogy a zárt szabályozási rendszert leíró $W_R(s) = W_0(s)/(1 + W_0(s))$ eredő átviteli függvény önbeálló tulajdonságú tagot jellemezzen, ekkor ugyanis az állandó alapjel hatására – a tranziens jelenségek „lecsengését” követően – létrejön a szabályozott jellemző állandósult értéke.

Ennek feltétele, pedig az, hogy a rendszer $1 + W_0(s) = 0$ karakterisztikus egyenletének minden p_{Ri} gyöke (a zárt rendszer minden pólusa) negatív valós résszel rendelkezzen, vagyis **real(p_{Ri}) < 0 legyen**.

Más megfogalmazásban: aszimptotikusan stabilis a lineáris szabályozási rendszer, ha a $W_0(s) = G_0(s)/H_0(s)$ –ből képzett $H_0(s) + G_0(s)$ kifejezés Hurwitz polinom.

4. Mit értünk szabályozási rendszer gyökhelygörbéje alatt? A gyökhelygörbe alapján fogalmazza meg a strukturálisan stabilis szabályozás fogalmát!

A szabályozással szemben támasztott **elsődleges követelmény a rendszer stabilitása**. Kizárólag az aszimptotikusan stabilis rendszer képes ellátni érték tartási-, és követési feladatait. A stabilitás a rendszer paramétereitől függ, ezen belül is elsősorban a körerősítéstől. A körerősítés változásának hatása a rendszer dinamikájára, és a stabilitására, – több más módszer mellett – szemléletesen érzékeltethető a zárt szabályozási rendszer **gyökhelygörbéjén**.

A zárt rendszer eredő karakterisztikus egyenletének adja meg a gyökeket az egyik paraméter (általában a K erősítés) függvényében.

Szabályok:

- A gyökhelygörbe **szimmetrikus** a valós tengelyre.
- A gyökhelygörbének **n ága van**, ahol n a nyitott kör pólusainak száma.
- A gyökhelygörbe **a nyitott kör pólusaiból indul**.
- Az n számú ágból (miközben $0 < k_0 < \infty$) m számú a nyitott kör zérusaiba-, n-m számú ág pedig a végtelenbe tart.

A holtidőmentes rendszer $W_0 = W_c(s)W_p(s)$ nyitott köri átviteli függvényének algebrai törttel-, illetve gyöktényezőkkal megadható általános alakja:

$$W_0(s) = \frac{G_0(s)}{H_0(s)} = \frac{g_0 s^m + g_1 s^{m-1} + \dots + g_{m-1} s + g_m}{h_0 s^n + h_1 s^{n-1} + \dots + h_{n-1} s + h_n} = \frac{g_0}{h_0} \frac{(s - z_1)(s - z_2) \dots (s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n)}$$

ahol $g_0/h_0 = k_0$ a nyitott kör átviteli függvényének **huroktényezője**, z_i a W_0 zérusai ($W_0(z_i) = 0$), p_i pedig W_0 pólusai ($W_0(p_i) = \infty$), és $m \leq n$. Az $1 + W_0(s) = 1 + G_0(s)/H_0(s) = 0$ karakterisztikus egyenlet egy más alakja:

$$H_0(s) + G_0(s) = (s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n) + k_0(s - z_1)(s - z_2) \dots (s - z_m) = 0$$

Ennek az n-ed fokú egyenletnek mindegyik p_{ri} ($i: 1, 2, \dots, n$) gyöke (a zárt rendszer mindegyik pólusa) a k_0 huroktényező függvénye. $k_0 = 0$ esetében $p_{ri} = p_i$, illetve $k_0 = \infty$ esetén $p_{ri} = z_i$ ($i = 1, 2, \dots, m$), $\text{abs}(p_{ri}) = \pm \infty$ ($i = m+1, m+2, \dots, n$).

Ez azt jelenti, hogy miközben a k_0 huroktényező befutja a $0 < k_0 < \infty$ intervallumot, a **zárt** rendszer p_{ri} pólusai a **nyitott** kör p_i pólusaiból kiindulva, a **nyitott** kör z_i zérusaiba, illetve a **végtelenbe** tartanak.

A rendszer p_{ri} pólusainak ez a „vándorlása” az $s = \sigma + j\omega$ változó komplex síkján a rendszer gyökhelygörbéje.

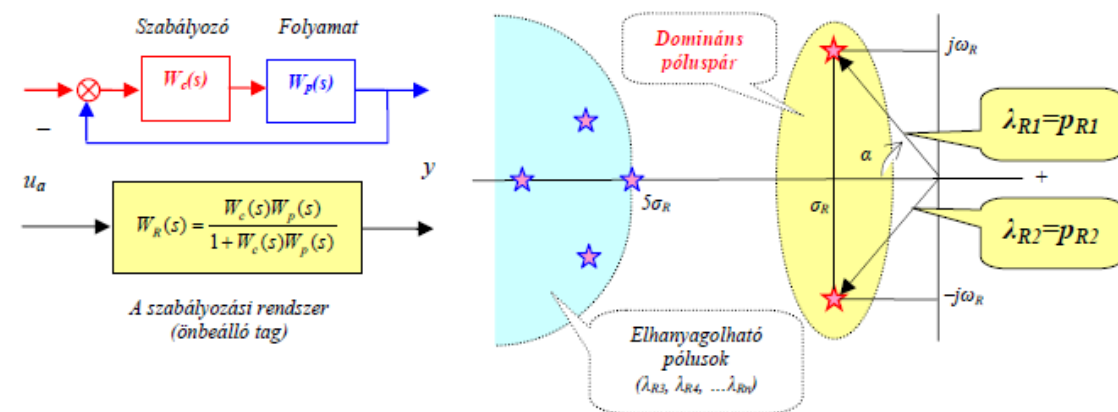
- A k_0 huroktényezőnek az az értéke, amelynél a helygörbe metszi az imaginárius tengelyt, a **$k_{0(krt)}$ kritikus huroktényező**. Ekkor valamelyik p_{ri} pólus, vagy póluspár valós része zérus, ami miatt a rendszer a stabilitás határhelyzetében van. Az ilyen szabályozási rendszer **feltételes** (a k_0 huroktényezőtől függően) **stabilis**.

- Ha a gyökhelygörbe minden ága az s sík negatív valós részű síkfelén marad, miközben a huroktényező befutja a $0 < k_0 < \infty$ intervallumot, akkor a zárt rendszer **aszimptotikusan, és strukturálisan stabilis**.

5. Mi a domináns póluspár jelentősége a szabályozási rendszer analízisében?

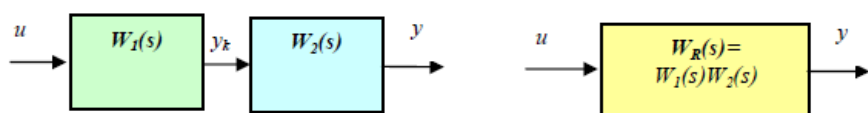
A tervezés egyik szokásos célkitűzése, hogy a zárt rendszer sajátértékei (pólusai) között legyen egy $\lambda_{R1,2} = p_{R1,2} = \sigma_R \pm j\omega_R$ ún. **domináns póluspár**.

Ha a domináns póluspár σ_R valós része akkora, hogy ehhez képest az összes többi pólus valós része $(3 \sim 5)\sigma_R$ -től kisebb, akkor az ezekhez tartozó tranziensek igen gyorsan „eltűnnek”, és a rendszer mozgását lényegében a domináns póluspár, σ_R és ω_R paraméterei határozzák meg.



A zárt szabályozási rendszer és a domináns póluspárja

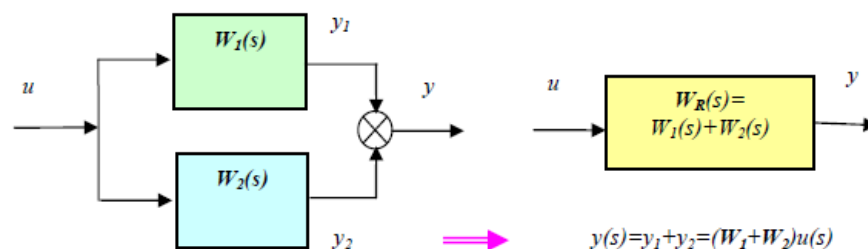
6. Írja fel a jelátvivő tagok alapkapsolásainak eredő átviteli függvényeit!



Sorosan kapcsolt tagok



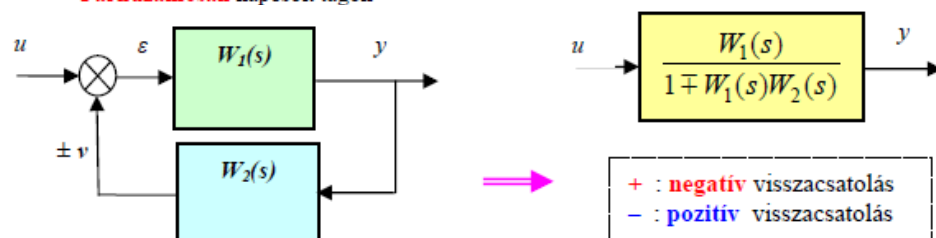
$$y(s) = W_2 y_k(s) = W_2 W_1 u(s)$$



Párhuzamosan kapcsolt tagok



$$y(s) = y_1 + y_2 = (W_1 + W_2)u(s)$$



+ : **negatív** visszacsatolás
- : **pozitív** visszacsatolás

W_1 átviteli függvényű tag pozitív vagy negatív visszacsatolása a W_2 átviteli függvényű taggal

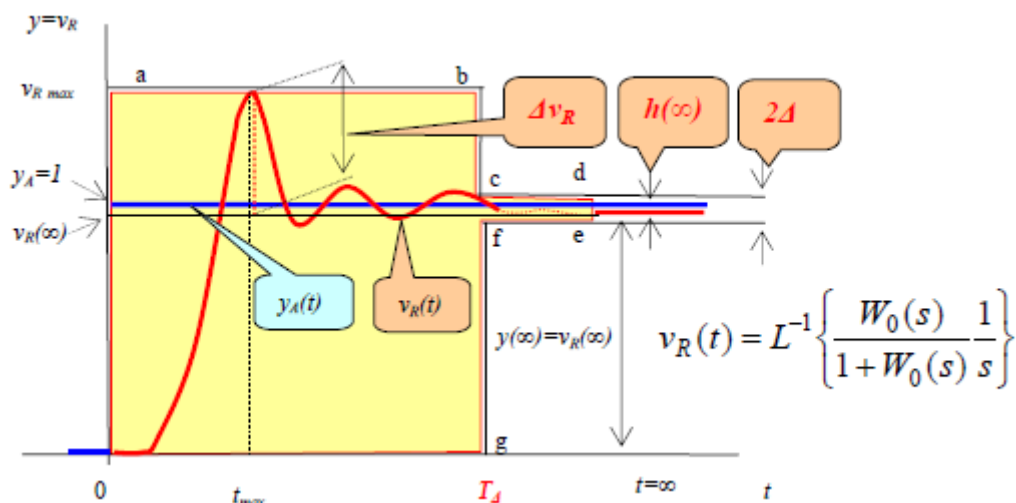
$$y(s) = \frac{W_1(s)}{1 \mp W_1(s)W_2(s)} u(s) = W_R(s) u(s)$$

$$W_R(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{W_1(s)}{1 \mp W_1(s)W_2(s)} = \frac{1}{W_2(s)} \frac{W_0(s)}{1 \mp W_0(s)}$$

7. Adja meg a szabályozás minőségi jellemzőit! Mit értünk lineáris hibaterület alatt?

A lineáris szabályozás minőségi jellemzőit a zárt rendszer alapjelre vonatkozó $v_R(t)$ átmeneti függvénye alapján szokás megfogalmazni. Ekkor az alapjel egységugrás:

$u(t) = y_A(t) = 1(t)$, és az $y(t) = v_R(t)$ szabályozott jellemző rendszerint lengésekkel veszi fel az $y(\infty) = v_R(\infty)$ állandósult értékét.



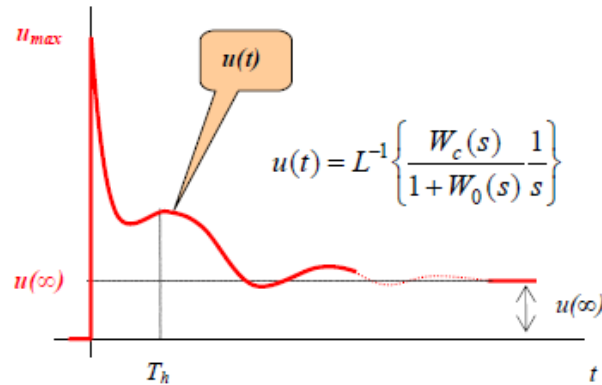
A zárt szabályozási rendszer alapjelre vonatkozó $v_R(t)$ átmeneti függvénye

A $h(\infty) = y_A(\infty) - v_R(\infty) = 1 - v_R(\infty)$ az **állandósult hiba**. A 2Δ a **dinamikus hibasáv**, ami a $v_R(\infty)$ értékének 2%-a, vagy 5%-a. A T_d a **szabályozási idő**, amelynek eltelte után a $v_R(t)$ átmeneti függvény a 2Δ dinamikus hibasávból többé már nem lép ki. A $v_R(t)$ átmeneti függvény befoglalható az 0abcd→efg0 sarokpontokkal jellemezhető nyitott sokszögbe. A $\sigma(\%)$, $h(\infty)$, 2Δ , T_d adatok a rendszer minőségi tulajdonságait mutatják. Az ideális rendszer időkéscsés nélkül követné az alapjelet, így minőségi mutatói $\sigma_i(\%) = 0$, $h_i(\infty) = 0$, $2\Delta_i = 0$, $T_{d_i} = 0$ lenne.

Ilyen irreális követelményeket támasztani egy valóságos szabályozási rendszerrel szemben azonban nem szabad, mivel a dinamikus rendszerben az energiatárolásból származó időállandók, illetve a jelterjedés véges sebességéből származó holtidő szükségszerű jelenléte ezt nem teszi lehetővé.

A $\sigma(\%)$ túllendülésre, illetve a $h(\infty)$ statikus hibára lehetséges követelmény, hogy értékük legyen zérus, megfelelő szabályozási algoritmus választásával ez teljesíthető.

A TA a szabályozási idő lerövidítése érdekében a $W_c(s)$ átviteli függvénnyel leírt szabályozási algoritmust úgy célszerű megválasztani, hogy az $u(t)$ irányító jel a $t=0$ időpontban egy $u_{\max} \gg u(\infty)$ **túlvezérlési** értékkel induljon. Ezt a túlvezérlést az idő növekedésével a szabályozó végül az $u(\infty)$ értékre „visszaveszi”. Miközben a szabályozási rendszer eredő átmeneti függvénye rendszerint az előző ábra szerint változik, a tranziens folyamat alatt az $u(t)$ irányító jel általában az alábbi időfüggvényt futja be:



A zárt rendszer irányító jele $u_a(t)=1(t)$ alapjel esetén

Az $u_{\max}$ megválasztásakor körültekintően kell eljárni, mivel a különféle technológiai folyamatok más–más túlvezérléseket engednek meg. A minőségi jellemzők sorába, méretezési előírásként, szokás felvenni az $u_t = u_{\max}/u(\infty)$ **túlvezérlési arányt**, amelynek technológia függő, megengedett értéke van.

Univerzális minőségi mutatónak lehet tekinteni a $vR_{\max}TA$ területet. Annál jobb a szabályozás, minél kisebb ennek a területnek az értéke. Pontosabb területi mérőszámot lehet konstruálni a $H(t)=vR(\infty)-vR(t)$ jel különféle integráljai alapján. Ezek a minőség **integrális jellemzői**, szokásos kifejezéseik:

Lineáris hibaterület :
$$I_H = \int_0^{\infty} H(t) dt$$

Négyzetes hibaterület :
$$I_{H^2} = \int_0^{\infty} H^2(t) dt$$

Súlyozott négyzetes hibaterület :
$$I_{tH^2} = \int_0^{\infty} tH^2(t) dt$$

Abszolút hibaterület :
$$I_{|H|} = \int_0^{\infty} |H(t)| dt$$

Súlyozott abszolút hibaterület :
$$I_{t|H|} = \int_0^{\infty} t|H(t)| dt$$

Az I_H akkor ad reális eredményt, ha $vR(t)$ -nek nincs túllendülése, miután a területeket előjelhelyesen összegzi. Ezen segít az I_{H^2} , ami minden jelterületet azonos előjellel vesz figyelembe, de a négyzetre emelés miatt a kezdeti nagy hibákat indokolatlanul erősen súlyozza. Ezt van hivatva korrigálni az I_{tH^2} idővel súlyozott négyzetes hibaterület. Az abszolút hibaterület kritériumok jelentik a legreálisabb mérőszámú minőségi mutatókat, kiszámításuk azonban igen nehézkes. A lineáris–, és a négyzetes hibaterület analitikusan is kiértékelhető.

A szabályozási algoritmus meghatározásakor méretezési követelményként lehet előírni, egy megengedett mértékű $\sigma(\%)$ túllendülést (általában 0~25%), a lehetőség szerinti gyors beállást, és az igen kicsi–, vagy zérus $h(\infty)$ állandósult hibát. Ha a rendszer tulajdonságait a domináns póluspár határozza meg, akkor a $\sigma(\%)$, $h(\infty)$, TA analitikusan is kiszámítható. Elvileg valamelyik hibaintegrál minimalizálására is felépíthető egy méretezési módszer, az eljárás, nehézsége miatt azonban ez a gyakorlatban nem terjedt el.

8. Mekkora a túllendülés értéke, ha a zárt rendszer eredő átviteli függvénye: $W_r(s) = 1 / (1 + 2\zeta T_0 s + T_0^2 s^2)$?

$$\Delta v_R = v_{R \max} - v(\infty) = v_{R \max} - 1 = e^{-\frac{\pi \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

túllendülés: kizárólag a ζ csillapítási tényezőnek a függvénye.

- $\zeta=0$: a rendszer csillapítatlan lengőmozgást végez (oszciillátorként viselkedik, túllendülése 100%), a lengési periódusidő: $2\pi T_0$.
- $\zeta=1$: az átmeneti függvény lengéseket nem tartalmaz, a zárt rendszer pólusai azonosak: $\lambda_{R1,2} = -1/T_0$ (aperiodikus határeset).

9. Mit jelent a szabályozás szerkezeti vázlata, működési vázlata és hatásvázlata?

Szerkezeti vázlat:

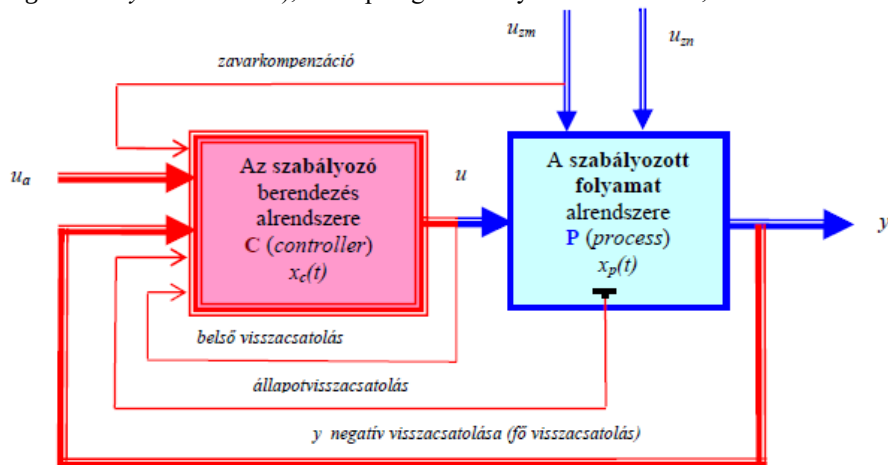
A *szerkezeti vázlat* a különféle szabályozások tényleges elrendezését, szerkezeti megoldásának részleteit, áramköri kapcsolási vázlatait, olyan mélységű részletezéssel tartalmazza, amelynek alapján a szabályozó berendezés egyes szerveinek, és magának a teljes szabályozási rendszernek is, a fizikai működése nyomon követhető. Ennek megfelelően, (miután az irányítások igen sokfélék) a szerkezeti vázlatok is igen változatos képet mutatnak.

Működési vázlat:

Ezen a vázlaton a technológiai folyamatábrával van feltüntetve a szabályozott folyamat (pl. az egyenáramú motor, a tartály, vagy más tetszőleges technológia), a folyamathoz illesztett, és az irányítási rendszerben szerepet játszó, funkcionális feladatokat ellátó **szervek** pedig, szabványokban rögzített jelkép-rendszerrel kerülnek ábrázolásra.

Hatásvázlat:

A szabályozási rendszer részei (alrendszerei) a **szabályozott folyamat**, illetve a folyamathoz illesztett **szabályozó berendezés**. A szabályozó berendezés azon szervek összessége, amelyek segítségével a szabályozási feladat megoldható. A rendszer leírásának egy absztrahált formája a hatásvázlat, amikor is egy-egy jelátvivő taggal jellemezzük mind a folyamatot (ez a tag a *szabályozott szakasz*), mind pedig a szabályozó berendezést, feltüntetve ezen a tagok ki-, és bemenő jeleit, és az állapotváltozóit.



A szabályozási rendszer hatásvázlata

10. Mikor nevezünk egy rendszert minimálfázisúnak?

Kizárólag negatív valósrésű zérust és pólust tartalmaz.

11. Melyek a klasszikus szabályozási módszerek alapvető követelményei?

A szabályozási rendszer kialakításának alapvető célja, hogy a szabályozott jellemző y tényleges értéke a lehető legjobban közeledjen az $u_a(t)$ alapjellel definiált $y_a(t)$ alapértékhez (követési feladat), és a lehető legkevesebbé függjön az $u_z(t)$ zavaró jellemzőtől (zavarelhárítási feladat).

12. Mikor állapot- és kimenet-irányítható, és mikor állapot-megfigyelhető egy A,B,C,D állapotegyenlettel rendelkező rendszer, milyen Matlab függvényekkel vizsgálhatók?

Egy lineáris időinvariáns rendszer irányítható állapotait befolyásolni tudom a bemeneten keresztül. A rendszert irányíthatónak nevezük, ha a bemenet(ek) segítségével minden állapotváltozó értékét közvetve vagy közvetlenül módosítani tudom.

Egy lineáris időinvariáns rendszer megfigyelhető állapotai befolyásolják a rendszer kimeneteit. A rendszert megfigyelhetőnek nevezük, ha minden állapotváltozó hatással van a kimenetre, akár közvetve akár közvetlenül.

Az (A,B) rendszer **irányítható**, ha az **irányíthatósági mátrix** $M_C = [B \ AB \ \dots \ A^{n-1}B]$ **rangja maximális**, azaz megegyezik az állapotváltozók számával (ami megegyezik az A mátrix rendjével, ami **nem feltétlenül egyenlő az A mátrix rangjával**)!

Az (A,B) rendszer **megfigyelhető**, ha a **megfigyelhetőségi mátrix** $M_O = [C \ AC \ \dots \ A^{n-1}C]^T$ **rangja maximális**.

14. Adjon meg egy t-normát, egy s-normát és egy c-normát!

T-norma:

Szavakba öntve a metszetnek megfelelő T-norma azt mondja meg, hogy egy adott $x \in X$ fizikai változó mennyire tartozik egyszerre az A és B fuzzy halmazokhoz. Például a hideg és forró halmazok tagsági függvényeinek T-normája valószínűleg konstans nulla lesz, hiszen nincsen olyan hőmérsékleti érték, amit egyszerre éreznénk (bármennyire kevésbé is) hidegnek és forrónak. Ezzel szemben a hideg és hűvös megfogalmazások között nincsen ilyen éles határ, így az ezen halmazokon értelmezett T-norma a hideg-hűvös határ környékén magas (de legfeljebb 1) lesz, míg attól távolodva csökken. Az olyan hőmérsékletértékekre, amelyek nem tartoznak bele egyik előbb említett halmazba, a T-norma által definiált tagsági függvény értéke biztosan nulla lesz.

A gyakorlatban (elsősorban implementációs okokból) leggyakrabban a minimum (min) és a szorzat (dot) T-normák fordulnak elő:

$$T(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$$

$$T(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$$

S-norma:

Az S-norma a klasszikus halmazelmélet unió műveletének felel meg, tehát azt adja meg, mennyire tartozik egy adott fizikai változó az A vagy B halmazokhoz.

A gyakorlatban leginkább a legegyszerűbb maximum (max) norma terjedt el:

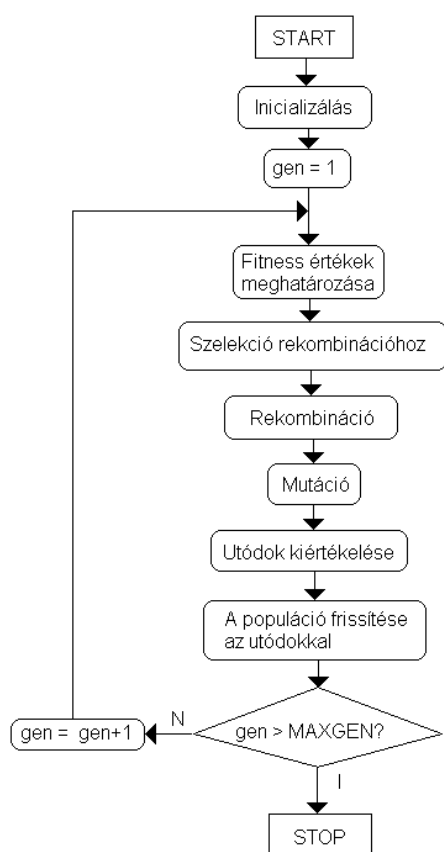
$$S(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

C-norma:

A klasszikus halmazelmélet karakterisztikus függvénye kétértékű, tehát a komplementképzés egyértelmű. A fuzzy halmazoknál több lehetőség kínálkozik a C-norma definiálására, de a gyakorlat ezúttal is az egyszerűsége törekszik (ne feledjük, hogy a tagsági függvény értéke 0 és 1 között lehet!):

$$C(\mu_A)(x) = 1 - \mu_A(x)$$

15. Adja meg az egypopulációs genetikus algoritmus blokkvázlatát!



Minden lépésre külön stratégiák vannak.

A többpopulációs abban különbözik, hogy a ciklusban lévő lépéseket minden populációban végre kell hajtani, majd ezután egy migrációs lépés során a populációk tagjai keverednek.

16. Adja meg a perceptron kimenete és bemenete közötti függvénykapcsolatot!

Perceptron: $y_i^{(j)} = f_i^{(j)}(\bar{w}_i^{(j)} \bar{x}^{(j)})$, ahol j az adott réteget jelöli, i pedig a perceptron sorszámát a rétegben. Egyetlen perceptron esetén minkét index elhagyható.

17. Mit jelent a túlilleszkedés? Hogyan lehet védekezni ellene?

Túlilleszkedés: ha egy hálózat (például neurális háló) tanítása során a tanító mintákon elért eredmény javul, de a tesztmintákon elért eredmény romlik, azaz az általánosító képesség csökken. Ez többnyire akkor következik be, ha a hálózat túl sok elemet tartalmaz. A tanítást ilyenkor le kell állítani

18. Definiálja a vágási körfrekvenciát!

A nyitott kör frekvencia függvényének vágási körfrekvenciája:

Az a körfrekvencia, ahol a $W_o(j\omega)$ helygörbe az egységsugarú körbe belép, a nyitott kör frekvencia függvényének ω_c **vágási körfrekvenciája** (*cut-off frequency*).

$$\omega_c = \frac{\sqrt{[2(1-2\xi^2)]}}{T_0}$$

(Vágási körfrekvencia: Az a frekvencia, ahol az amplitúdódiagram metszi az x tengelyt (itt $M(\omega) = 1$, azaz $\log M(\omega) = 0$).

Formálisan: $|W_0(j\omega_c)| = 1$)

19. A túllövés és beállási idő milyen szabályozási paraméterekkel áll kapcsolatban?

$$\sigma(\%) = 100 \frac{v_{R\max} - v_R(\infty)}{v_R(\infty)}, \text{ nagy fázistöbbség} \rightarrow \text{kis } \sigma$$

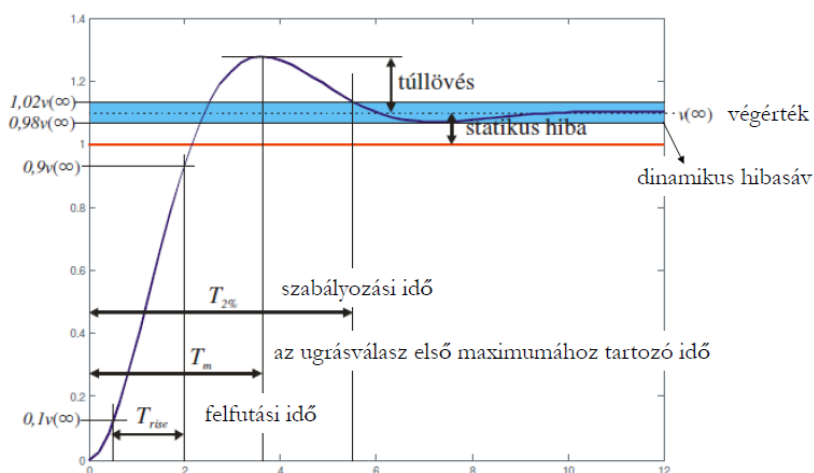
Túllövés: a jel maximális értékének és végértékének különbsége. Tipikusan a végértékre vonatkoztatva adják meg %-ban

Beállási idő: az az idő, amely ahhoz szükséges, hogy az áramkör bemenetére ideális ugrásjelet adva a válaszjel a végérték körül egy szimmetrikus hibasávon belül maradjon.

A beállási időt különböző hibasávokra szokás megadni, tipikusan a válasz jelváltozás abszolút értékének százalékában (pl. 0.1%, 1%, 5%-os beállási idő).

- futási idő: az az idő, amely alatt a jel a végérték $x\%$ -ról annak $y\%$ -ra növekszik
- lefutási idő: az az idő, amely alatt a jel a kezdeti érték $y\%$ -ról annak $x\%$ -ra csökken

A szabályozási kör ugrásválasza:

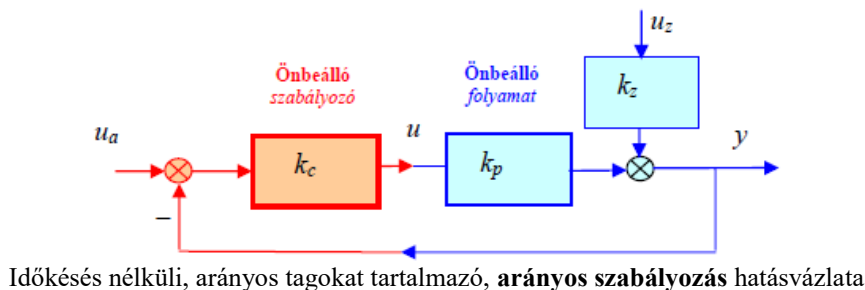


ARÁNYOS SZABÁLYOZÁS

1. Mit értünk arányos szabályozás alatt?

Abban az esetben, ha a **szabályozó berendezést** is, és a **szabályozott folyamatot** is, az **önbeálló** tulajdonság jellemzi, **arányos szabályozási rendszerről** van szó.

Ennek legegyszerűbb alapesete, ha időkéésés nélküli arányos tagokkal írjuk le mind, a folyamatot, mind, pedig a szabályozót. Ekkor $W_c = k_c > 0$, $W_p = k_p > 0$, $W_z = k_z$ és $W_0 = k_c k_p = k > 0$. Ilyenkor igen egyszerűen szemléltethető a negatív visszacsatolás elvén működő arányos szabályozás **zavarellhárítási hatásmechanizmusa**, és ennek az arányos szabályozás **k hurokerősítésétől** való függése. A megfelelő hatásvázlat ekkor:



A rendszeregyenletek a hatásvázlat alapján:

$y = k_p u + k_z u_z \rightarrow$ a szabályozott **folyamatot** leíró $y = y(u, u_z)$ függvény

$u = k_c(u_a - y) \rightarrow$ a **szabályozó berendezést** leíró $u = u(u_a, y)$ függvény

Az **arányos szabályozás** esetén a szabályozót-, illetve a folyamatot, olyan jelátviteli tulajdonság jellemzi, hogy az ezeket leíró tagok állandósult kimenő jelei az állandó bemenő jelekkel arányosak: $y_0 = k u_0$ (k az arányossági tényező). Az arányos tagok **önbeálló** tulajdonsággal rendelkeznek.

2. A pozitív visszacsatolás miért nem alkalmas a szabályozási feladat megoldására?

A visszacsatolás hátrányos tulajdonsága a **labilitásra** (gerjedésre) **való hajlama**, ami különösen a pozitív visszacsatolás esetében állhat elő. Mindez a zárt hatásláncú jelterjedési viszonyok következménye.

Ha a soros-, vagy a párhuzamos kapcsolásban szerepet játszó tagok mindegyike önbeálló tulajdonságú, akkor az eredő tag is aszimptotikusan stabilis, és rendszerint önbeálló tulajdonságú. Nem így a visszacsatolással kialakított struktúra esetében, amelyben az egyes tagok önbeállósága mellett lehetséges, hogy az eredő jelátvitelt az integráló-, vagy a lengő tulajdonság jellemzi. A pozitív visszacsatolású algebrai hurok $k \geq 1$ hurokerősítés mellett labilis.

3. $W_p(s) = k_p \exp(-sT_h)$, $W_c(s) = k_c$ Mekkora a kritikus körerősítés értéke?

- A negatív visszacsatolásban üzemelő holtidős szabályozási rendszer egyensúlyi munkapontja **stabilis egyensúlyi pont**, ha a körerősítés $0 < k < 1$. - A gerjedési határhelyzet kritikus körerősítése $k_{krit} = 1$.

- A negatív visszacsatolásban üzemelő szabályozási rendszer $k \geq 1$ körerősítés mellett labilis, amit az üzemszerű működés körülményei között megengedni nem lehet.

- A stabilis, negatív visszacsatolásban üzemelő, zárt szabályozási rendszer zavarellhárítási képessége „gyenge”, mivel megengedett hurokerősítése (a megfelelő stabilitási tartalék biztosításának érdekében) $k \approx k_{krit}/2 = 1/2$.

4. Holtidős folyamathoz miért nem használható arányos szabályozó?

Ha az önbeálló szabályozott folyamat jelkéseleltetésében a T_h holtidő a domináló, akkor az arányos szabályozás kialakítása – a megengedett körerősítés alacsony volta miatt – nem célravezető. Ezért a holtidős folyamat szabályozását **integráló szabályozó** alkalmazásával kell megoldani.

5. Mi a körerősítés szerepe az arányos szabályozás zavarelhárításában?

A zavarelhárítás folyamatában – miközben a zavaró jel $u_{z0}=0$ -ról u_{z1} -re változik – a rendszer a (0) jelű egyensúlyi helyzetéből automatikusan az (1) jelű egyensúlyi helyzetébe megy át. Az átmenet közben az irányító jel u_0 -ról u_1 -re növekszik, a szabályozott jellemző, pedig y_0 -ról y_1 -re csökken. Az algebrai hurok miatt az átmenet elvileg zérus idő alatt történik, ami az időkéésés nélküli arányos tagok működésmódjának következménye.

Ahhoz, hogy a szabályozott jellemzőnek a zavarás hatására bekövetkező Δy megváltozása elfogadható mértékben „kicsi” legyen (az ideális érték $\Delta y=0$ lenne, ekkor ugyanis szabályozás mellett a zavarás nem befolyásolná az y szabályozott jellemzőt), a $k=k_c k_p$ **körerősítésnek** kell megfelelően „nagy” lennie.

Példa:

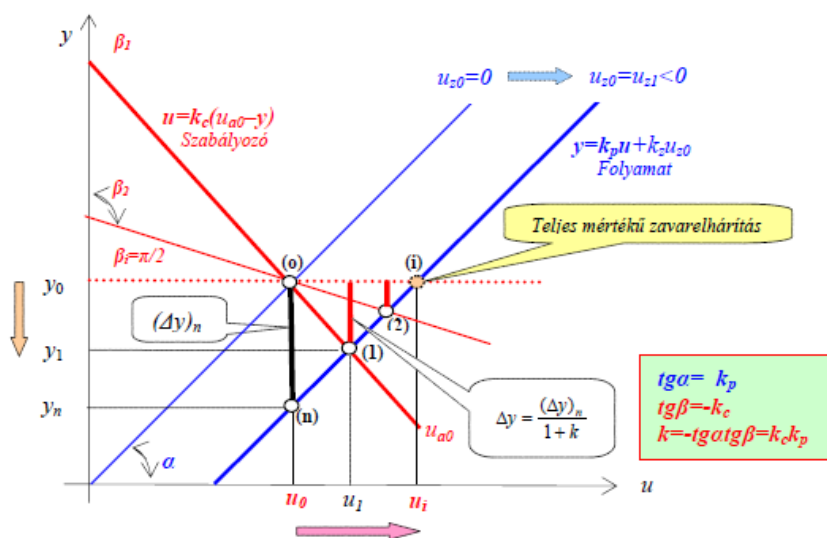
Egy fűtési folyamatban adott mértékű u_{z0} zavaró jel – szabályozás nélkül – a szabályozott jellemzőben $(\Delta y)_n = 15^\circ\text{C}$ hőmérsékletváltozást okoz. Mekkora legyen az arányos szabályozás k körerősítése, ha *ugyanekkora* zavarás hatására csupán 0.15°C hőmérsékletváltozást kívánunk megengedni?

$$\Delta y = \frac{(\Delta y)_n}{1+k} \quad 0.15^\circ\text{C} = \frac{15^\circ\text{C}}{1+k} \Rightarrow k = 99$$

Ekkora körerősítés ugyan kiváló minőségben biztosítaná a zavarelhárítást, az időkééseltetések miatt azonban stabilizálási nehézségek adódhatnak. Az ipari gyakorlatban $k \approx 50$ hurokerősítés már jó adatnak számít.

A körerősítés növelésének eszköze a szabályozó k_c átviteli tényezőjének a növelése.

Az u - y koordináta rendszer statikus jelleggörbéinek alapján ez a szabályozó statikus jelleggörbéjének a meredekség növelését jelenti.



A negatív visszacsatolású arányos szabályozási rendszer egyensúlyi munkapontjai, a szabályozó különféle $k_c = -\text{tg}\beta$ átviteli tényezői mellett.

A körerősítés akkor növekszik, ha a β szög $\pi \rightarrow \beta \rightarrow \pi/2$ irányába csökken.

6. Mi szabhat határt a körerősítés növelésének?

Az előzőekben – a szabályozó és a folyamat statikus jelleggörbéinek felhasználásával – azt igyekeztünk bemutatni, hogy az arányos szabályozási rendszer automatikusan lejátszódó zavarelhárítási hatásmechanizmusa hogyan megy végbe, illetve milyen módon lehet a zavarásnak a szabályozott jellemzőre gyakorolt nemkívánatos hatását csökkenteni. Mint láttuk, ez utóbbinak az eszköze – az adott rendszer esetében – a megfelelően „nagy” k körerősítés alkalmazása.

Nyomatékosan hangsúlyozni kell azonban, hogy ehhez a következtetéshez a rendszer statikus viselkedése alapján jutottunk, ami abban nyilvánult meg, hogy a jelátviteli tagokat időkéésés-, és holtidő nélkülinek tekintettük. A valóságban azonban mind a szabályozó-, mind pedig a folyamat jelátviteli tulajdonságait differenciálegyenletek írják le, és a jelek között késleltetések lehetnek.

Ezért a valóságos, fizikailag is létező arányos szabályozásokban a k körerősítés növelésének korlátai vannak.

A visszacsatolás zárthurkú hatáslánc, a jelterjedés késleltetéseinek minősége, a holtidő jelenléte, és még sok egyéb ok miatt, tapasztalati tény, hogy egy eléggé nagy k_{kr} kritikus körerősítésnél a zárt szabályozási kör labilissá válik. Ennek időben lejátszódó jelensége olyan, hogy az u_a és az u_z bemenő jelektől függetlenül az u és az y jelek állandó-, vagy egyre növekvő amplitúdóval, *harmonikus lengő mozgást* végeznek¹². Ezt a jelenséget a zárt rendszer **gerjedésének** nevezzük.

Ilyen működésmódot fenntartani pedig nem lehet, mivel egyrészt a szabályozás ekkor nem képes ellátni az alapfeladatát (az értéktartást és a követést), másrészt pedig ez az üzemmód meghibásodásokhoz, *katasztrófákhoz* vezethet. Ezért **a szabályozás megfelelő mértékű stabilitásának biztosítása a mindent megelőző elsődleges követelmény.**

Gyakorlati tapasztalat, hogy az arányos szabályozás hurokerősítését $k = k_{\text{kr}}/2$ értéknél nagyobbra választani nem szabad, így ez a zavarelhárítás lehetséges mértékének is határt szab.

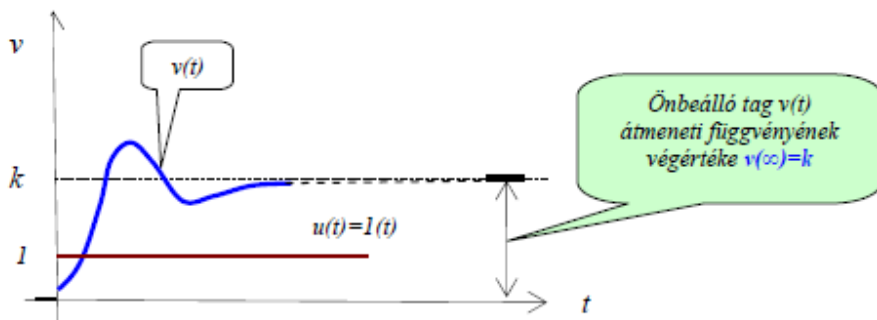
7. Mit értünk önbeálló tag alatt?

Az önbeálló (*arányos* jellegű) lineáris tagok jellegzetes tulajdonsága, hogy átmenti függvényük **végértéke** $v(\infty)=k \neq 0$ **állandó** érték (k az önbeálló tag átviteli tényezője).

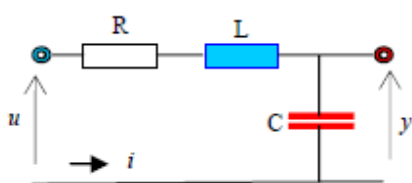
Ennek jelentése az, hogy a bemeneten működtetett $u(t)=u_0 1(t)$ gerjesztés hatására keletkező $y(t)$ kimenő jel a tranziensek lejátszódása után egy $y(\infty)=ku_0$ állandó (de nem zérus) értékre beáll.

Önbeálló tag statikus karakterisztikája:

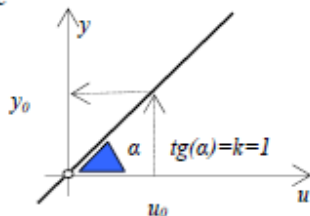
Mindezekből az is következik, hogy az önbeálló tagnak értelmezhető az $y_0=y(u_0)=ku_0$ **statikus karakterisztikája**, amely az állandósult y_0 és u_0 közötti kapcsolatot egy grafikon alakjában fejezi ki. Ez a karakterisztika lineáris tag esetében egy (az u független változó koordináta tengelyével α szöget bezáró) k meredekséggel rendelkező egyenes.



Önbeálló tag átmeneti függvénye

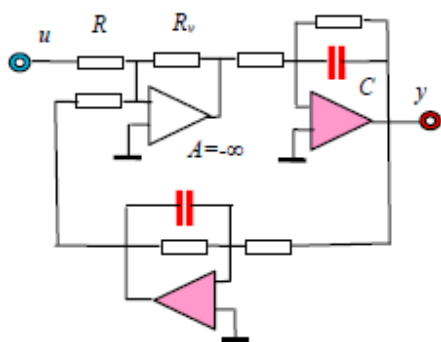


Áramköri példa

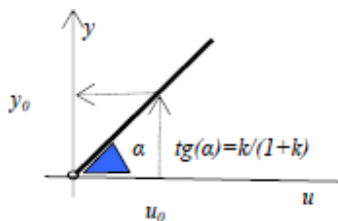


Az önbeálló tag statikus karakterisztikája

$$W(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{\frac{1}{sC}}{R + sL + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{1 + sRC + s^2LC} \Rightarrow LC \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + RC \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = u(t)$$



Áramköri példa



Az önbeálló tag statikus karakterisztikája

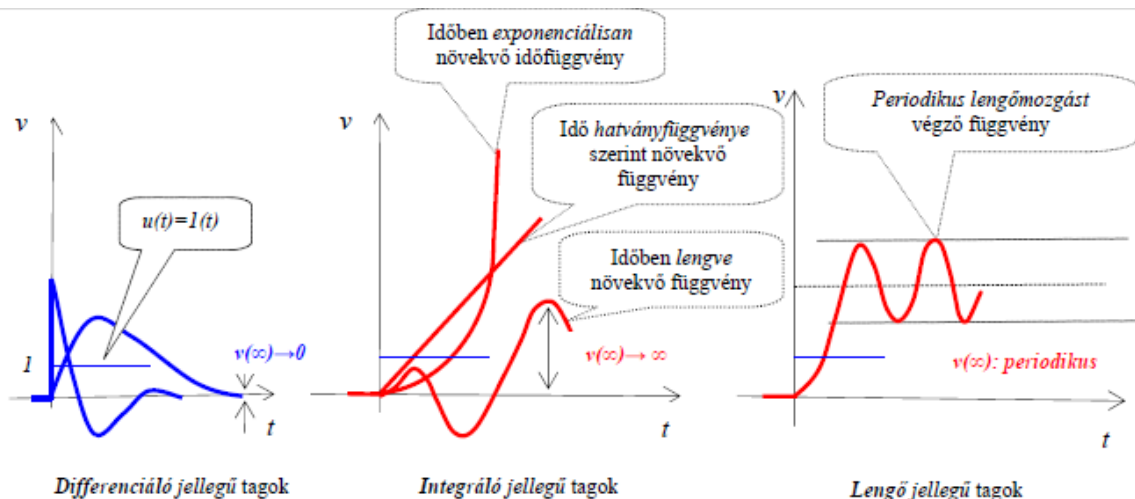
8. Mit értünk nem önbeálló tag alatt?

Nem önbeálló tagok:

A nem önbeálló tagok jellegzetes tulajdonsága, hogy:

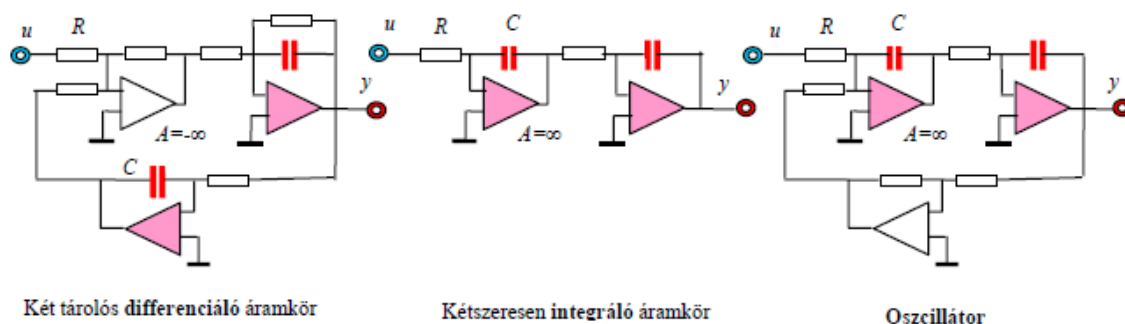
- átmeneti függvényük végértéke **zérus** (*differenciáló* jellegű tagok), vagy
- átmeneti függvényük végértéke **végtelen** (*integráló* jellegű tagok), vagy
- átmeneti függvényük kvázistacioner állapotban periodikus **lengőmozgást** végez (*lengő* jellegű tagok).

A nem önbeálló tagokra a statikus karakterisztika nem értelmezhető, mivel ezek az állandó bemenő jelre és állandósult állapotban nem állandó kimenő jellel válaszolnak.



Nem önbeálló tagok átmeneti függvényei

Áramkörüi példák ($T=RC$)



$$W(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{\frac{1}{1+sT}}{1 + \frac{1}{1+sT} \frac{1}{sT}} = \frac{sT}{1+sT+s^2T^2}$$

$$T^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = T \frac{du(t)}{dt}$$

$$W(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \left(-\frac{1}{sT}\right) \left(-\frac{1}{sT}\right) = \frac{1}{s^2 T^2}$$

$$T^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = u(t)$$

$$W(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{\frac{1}{s^2 T^2}}{1 + \frac{1}{s^2 T^2}} = \frac{1}{1+s^2 T^2}$$

$$T^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + y(t) = u(t)$$

INTEGRÁL SZABÁLYOZÁSOK

1. Mit értünk integrál szabályozás alatt?

Az integrálszabályozások általánosan jellemző tulajdonsága, hogy a **felnyitott kör** $W_0(s)$ eredő átviteli függvényének a komplex számsík origójában ($p=0$) $i \geq 1$ számú pólusa van.

Az integrál szabályozás alapesete, amikor az **önbeálló folyamatot integráló szabályozó működteti**. Az integráló szabályozó u kimenő jele a $h(t)=u_a(t)-y(t)$ hibajel integráljával arányos, a hibajel idő szerinti integráljának k_{ci} -szerese (**k_{ci} az integrálási átviteli tényező**): **$u(t)=u_0+k_{ci} \int h(t)dt=u_0+k_{ci} [u_a(t)-y(t)]dt$** .

Az integráló szabályozó fontos jellemző tulajdonsága, hogy u kimenő jele csak akkor lehet állandó, ha a h hibajel zérus. Mindebből, pedig az is következik, hogy az integrál szabályozás állandó u_{a0} alapjel esetében nyugalmi helyzetbe csak akkor kerülhet, ha az **állandó u_{a0} alapjel mellett létrejön a szabályozott jellemző y_0 állandósult értéke, és az u_{a0} és y_0 egymással azonosak**.

2. Adja meg az integráló szabályozó differenciálegyenletét, átviteli függvényét!

Az integráló szabályozó (**I szabályozó**):

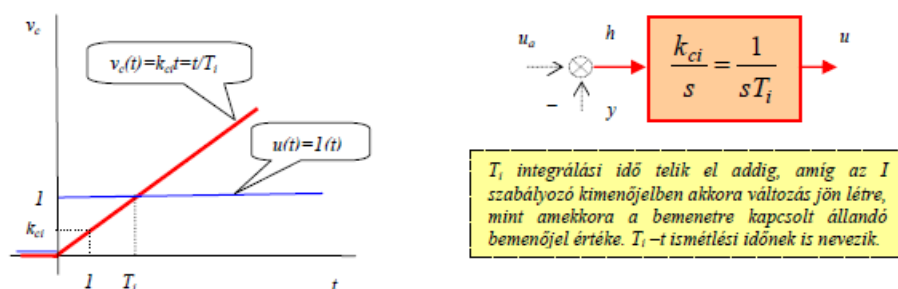
- átviteli függvénye **$W_c(s)=k_{ci}/s$** ,

- átmeneti függvénye **$v_c(t)=k_{ci}t$** ,

- a szabályozót leíró tag differenciálegyenlete, pedig **$du(t)/dt=k_{ci}h(t)$** .

Ez utóbbi szerint az integráló szabályozó kimenő jelének a $du(t)/dt$ sebessége (és nem maga az u kimenő jel) arányos a szabályozó $h(t)$ bemenő jelével. Ha az u és h jeleket normalizálással dimenziótlanná tettük, és a t időt secundumban mérjük, akkor a k_{ci} integrálási átviteli tényező dimenziója sec^{-1} . Ezért a $k_{ci}=1/T_i$ jelölés szerint az integráló szabályozót a **T_i integrálási idővel** is parametrizálhatjuk. Ekkor **$W_c(s)=1/(sT_i)$** .

3. Minőségileg helyesen ábrázolja az integráló szabályozó átmeneti függvényét!



4. Mi az integrálási idő?

→ ↑

5. Milyen mértékben tesz eleget az integrálszabályozás a zavarelhárítási feladatának?

Állandó alapjel mellett a szabályozó mindaddig változtatja az u kimenő jelét (ami egyben a folyamat bemenő jelét is jelenti), amíg a hibajel zérussá nem válik.

Integrálszabályozók teljesmértékű zavarelhárításra képesek, ha aszimptotikusan stabilis a rendszer és $i > 1$.

A szabályozás **zavarelhárítási feladatának** általános célja az az zavarás y -ra gyakorolt nemkívánatos hatásának mérséklése. Ezt a követelményt az adott integrálszabályozás – legalább is az állandósult állapotában – maradéktalanul teljesíti.

Az integrálszabályozáskor az **(i)** pontban jön létre az új egyensúlyi helyzet, vagyis olyan koordináták mellett, mintha az arányos szabályozás hurokerősítése végtelen nagy – statizmusa pedig zérus – lenne. Mindennek ára, az arányos szabályozáshoz képesti **lassúbb** működés, ami a szabályozó integráló tulajdonságából származik. Ahhoz ugyanis, hogy a hibajel ugrásszerű megjelenését követően az u irányító jelben változás jöjjön létre, időre van szükség.

6. Mi a PI szabályozó, mi az alkalmazásának előnye az integráló szabályozóval szemben?

Legyen a szabályozási rendszer alapjele, és zavaró jele az egységugrás vizsgálójel.

- Az önbeálló folyamatot működtető, időkésés nélküli **P** (proporcionális, arányos) szabályozó a hibajel felléptének pillanatában képes az u irányító jel azonnali megváltoztatására, aminek eredménye a rendszer gyors működése, de az állandósult állapotában a maradó szabályozási eltérés szükségszerűen jelen van.

- **I** (integráló) szabályozó a hibajel keletkezésének az időpillanatában nem képes az u irányító jelben azonnali változást létrehozni (azért, mert az integráláshoz időre van szükség), de ezzel szemben a rendszer állandósult állapotában maradó szabályozási eltérés nem keletkezik.

Ezért az **I** szabályozóval üzemelő rendszer működése a **P** szabályozó alkalmazásához képest lassabb. Mindezen hatások miatt érdemes az arányos-, és az integráló szabályozás előnyös tulajdonságait együttesen kihasználni, amelynek módszere a – arányos és integráló tagok párhuzamos kapcsolását tartalmazó – **PI** szabályozó alkalmazása.

7. Adja meg a PI és PD szabályozók átviteli és átmeneti függvényeit!

Név	h_0	h_1	h_2	g_0	g_1	g_2	Differenciálegyenlet	Átviteli függvény $W(s) = y(s)/u(s)$	Átmeneti függvény $v(t) = L^{-1}\{W(s)/s\}$
P	0	0	h_2	0	0	g_2	$h_2 y(t) = g_2 u(t)$	k	$k1(t)$
I	0	h_1	0	0	0	g_2	$h_1 \frac{dy}{dt} = g_2 u$	$\frac{k_i}{s} = \frac{1}{sT_i}$	$k_i t = \frac{t}{T_i}$
D	0	0	h_2	0	g_1	0	$h_2 y = g_1 \frac{du}{dt}$	$k_d s = sT_d$	$k_d \delta(t) = T_d \delta(t)$ nem realizálható
T	0	h_1	h_2	0	0	g_2	$h_1 \frac{dy}{dt} + h_2 y = g_2 u$	$\frac{k}{1+sT}$	$k(1 - e^{-\frac{t}{T}})$
T_ξ	h_0	h_1	h_2	0	0	g_2	$h_0 \frac{d^2 y}{dt^2} + h_1 \frac{dy}{dt} + h_2 y = g_2 u$	$\frac{k}{1+2\xi T_0 s + T_0^2 s^2}$	$k[1 + \frac{e^{-\frac{\xi}{T_0} t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T_0} t - \arctg \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{-\xi})]$
PD _i	0	0	h_2	0	g_1	g_2	$h_2 y = g_1 \frac{du}{dt} + g_2 u$	$k(1+sT_d)$	$k[1+T_d \delta(t)]$ nem realizálható
PD	0	h_1	h_2	0	g_1	g_2	$h_1 \frac{dy}{dt} + h_2 y = g_1 \frac{du}{dt} + g_2 u$	$k \frac{1+sT_d}{1+sT}$	$k(1 + \frac{T_d - T}{T} e^{-\frac{t}{T}})$ $T_d > T$
PI	0	h_1	0	0	g_1	g_2	$h_1 \frac{dy}{dt} = g_1 \frac{du}{dt} + g_2 u$	$k \frac{1+sT_i}{sT_i}$	$k(1 + \frac{t}{T_i})$
O	h_0	0	h_2	0	0	g_2	$h_0 \frac{d^2 y}{dt^2} + h_2 y = g_2 u$	$k \frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2}$	$k(1 - \cos \omega_0 t)$

8. Mi a PID szabályozó, és mi az alkalmazásának indoka?

A folytonos működésű rendszerekben a folyamat igen gyakran két energia tárolás, holtidős, önbeálló tulajdonságokkal jellemezhető, a szabályozó **arányos-integráló-differenciáló** tagok párhuzamos kapcsolásával kialakított ún. **PID** struktúrával definiálható. A PID szabályozó a PI szabályozónak egy D (differenciáló) fokozattal történő kiegészítése, melynek célja a rendszer dinamikus tulajdonságainak további javítása.

9. Adja meg a PID és PIPD szabályozó átviteli- és átmeneti függvényét.

$$W_p(s) = \frac{k_p}{(1+sT_{p1})(1+sT_{p2})} e^{-sT_h}$$

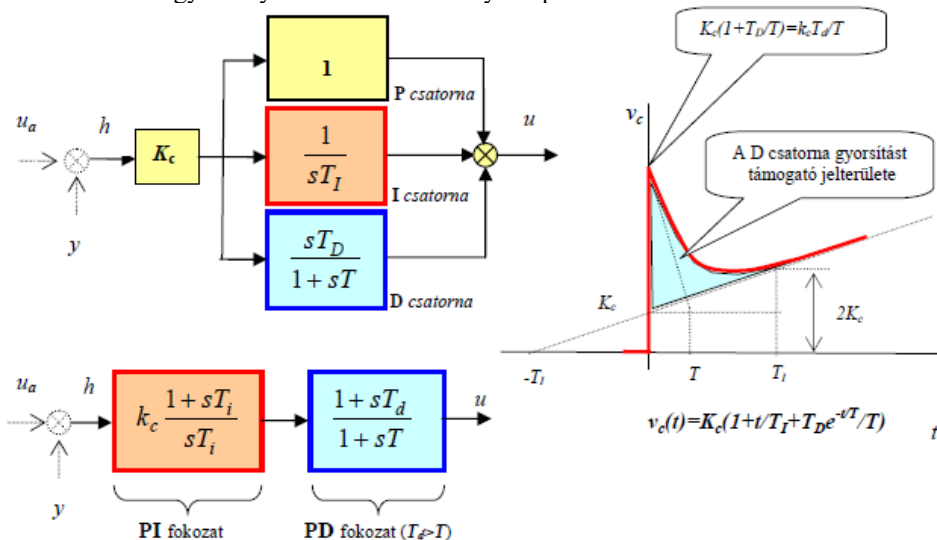
$$W_c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{sT_i} + \frac{sT_d}{1+sT} \right) = k_c \frac{1+sT_i}{sT_i} \frac{1+sT_d}{1+sT}$$

$$K_c = k_c \frac{T_i + T_d - T}{T_i} \quad T_i = T_i + T_d - T \quad T_d = \frac{(T_i - T)(T_d - T)}{T_i + T_d - T}$$

Átviteli függvények:

A PID szabályozó $W_c(s)$ átviteli függvényének kétféle alakját adtuk meg, az egyik alak P, I és realizálható D tagok *párhuzamos* kapcsolásával, a másik alak, pedig **PI** és **PD** tagok soros kapcsolásával, jellemzi a szabályozót (ez utóbbi alakot **PIPD** módon jelöljük). Mindkét alakban négy paraméter található (K_c , T_i , T_d , T , illetve k_c , T_i , T_d , T), és mivel egymással egyenértékű kifejezésekről van szó, a PID és a PIPD szabályozók paramétereit egymásba átszámíthatók.

- A PID alakot a szabályozó átmeneti függvényének analitikus felírásakor,
- a PIPD gyöktényezős alakot a szabályozó paramétereinek a méretezésekor célszerű használni.



A PID és a PIPD szabályozók hatásvázlata és átmeneti függvénye

10. Hogyan kompenzálható egy instabil pólus PID szabályozótervezéssel?

A pozitív valószínű pólust nem ejtjük ki, hanem a szabályozó paramétereit hangolva állítjuk be a zárt rendszer viselkedését. A stabilitás vizsgálatához használhatjuk többek között a Hurwitz-féle stabilitási kritériumot a zárt rendszeren, a Nyquist stabilitási kritériumot a felnyitott körön, a paraméterek meghatározásához pedig a gyökhely görbét.

11. Mi a túlvezérlési arány?

Az u irányító jel rendszerint a $t=0$ helyen veszi fel a maximumát, végértéke pedig $u(\infty)=1/k_p$. Az irányító jel $u(0)$ és $u(\infty)$ adataiból képzett $u_t=u(0)/u(\infty)$

$$u_t = \frac{u(0)}{u(\infty)} = \frac{K_c \left(1 + \frac{T_D}{T}\right)}{\frac{1}{k_p}} = \frac{k_c \frac{T_d}{T}}{\frac{1}{k_p}} = k_p K_c \left(1 + \frac{T_D}{T}\right) = k_p k_c \frac{T_d}{T}$$

hányados a rendszer irányító jelének az **u_t túlvezérlési aránya**, aminek technológia függő, megengedett értéke van. A méretezés során erre tekintettel kell lenni.

A SZABÁLYOZÁS TÍPUSSZÁMA. ÉRTÉKTARTÁS ÉS KÖVETÉS

1. Mit jelent a szabályozás típuszáma?

Az i típusszám (W_0 -nak a komplex számsík origójában lévő pólusainak száma) **azt mutatja meg, hogy a nyitott hurokban hány darab egymással soros kapcsolást alkotó, un. szabad (visszacsatolatlan) integráló tag van.**

Az $i \geq 1$ tulajdonságból mind a követésben, mind, pedig a zavarelhárításban számos előny származik, de sajnos a típusszám növelése a zárt szabályozási rendszer egyre jelentősebb stabilizálási problémáit is jelenti. A szabad integrátorok i számát a **szabályozás típuszámának** is nevezik.

- $i=0$ arányos (más néven 0 típusú) szabályozás
- $i>0$ integrálszabályozás (más néven 1, 2, ... stb. típusú szabályozást)

2. Mi a típusszám jelentősége a zavarelhárításban?

A szabályozott jellemző zavaró jeltől függő komponense zárt kör esetében:

$$y_{zR}(s) = \frac{W_z}{W_0} \frac{W_0}{1+W_0} u_z(s) = \frac{\frac{k_z}{s^j} Z_z(s)}{1 + \frac{k}{s^i} Z_0(s)} u_z(s) = s^{i-j} \frac{k_z Z_z(s)}{s^i + k Z_0(s)} u_z(s)$$

Ennek $u_z(t)=1(t)$ mellett a $t=\infty$ -ben felvett értéke mutatja meg, hogy (az aszimptotikusan stabilis zárt rendszerben) a zavaró jel mekkora $y_{zR}(\infty)$ mértékű változást okoz a szabályozott jellemzőben. A Laplace transzformáció végérték tételének alkalmazásakor vegyük figyelembe, hogy $Z_z(s)_{s=0} = Z_0(s)_{s=0} = 1$, ezért:

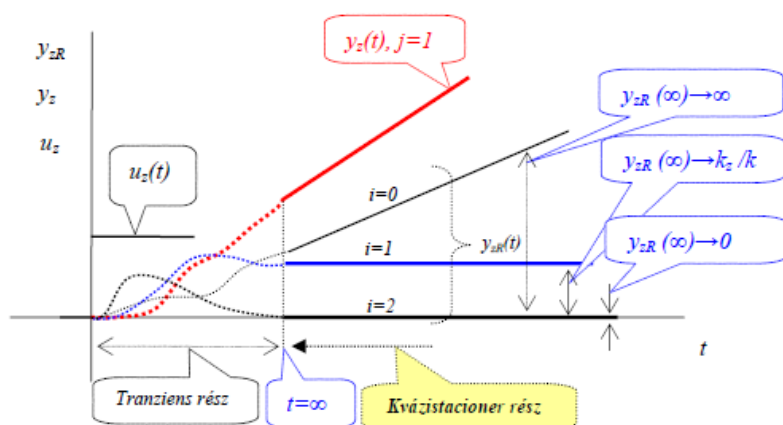
$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_{zR}(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s y_{zR}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s s^{i-j} \frac{k_z}{s^i + k} \frac{1}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} s^{i-j} \frac{k_z}{s^i + k}$$

Az $y_{zR}(\infty)$ értékeket táblázatba foglaljuk, i és j különféle értékei mellett:

i/j	$j=-1$	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$\rightarrow stb$
$i=0$	0	$k_z/(1+k)$	∞	∞	∞	
$i=1$	0	0	k_z/k	∞	∞	
$i=2$	0	0	0	k_z/k	∞	
$i=3$	0	0	0	0	k_z/k	

↓
stb

Például a $j=1$ jelentése az, hogy a zavarójel integráló tagon keresztül lép be a zárt szabályozási hurokba. Ezt a zavaró jelet az $i=0$ típusú arányos szabályozás az állandósult állapotban elhárítani nem tudja, mivel $y_{zR}(\infty)=\infty$. Az $i=1$ típusú integrálszabályozás képes a zavarás hatását mérsékelni: $y_{zR}(\infty)=k_z/k$, az $i=2$ típusú integrálszabályozás, pedig teljes mértékben elhárítani: $y_{zR}(\infty)=0$.



A zavarelhárítás folyamata sebességugrás szerint változó $y_z(t)$ esetében
0-, 1-, és 2 típusú szabályozás mellett

A táblázat adataiból az következne, hogy a típusszámot célszerű minél nagyobbra választani, mivel ekkor a zavarás elhárítása akkor is elfogadható lehetne, ha a zavarás többszörös integráló tagon keresztül támadná a szabályozási hatásláncot. A nyitott körbe alkalmazott visszacsatolatlan integráló tagok számának növekedésével azonban egyre jelentősebbek a zárt rendszer stabilizálásának nehézségei.

3. Mi a típuszám jelentősége a követésben?

A követési tulajdonságok vizsgálatához tételezzük fel, hogy előszűrőt nem alkalmazunk, és ezért $W_0(s)=1$, illetve az alapjel az időnek $u_a(t)=t^j/j!$ szerint változó hatványfüggvénye ($j \geq 1$). Ekkor $u_a(s)=1/s^{j+1}$. A rendszer követési hibája zérus zavarójel mellett $h(t)=u_a(t)-y(t)$. Ez az s operátor tartományban:

$$h(s) = u_a(s) - y(s) = u_a(s) - W_R(s)u_a(s) = \left[1 - \frac{W_0}{1+W_0}\right] u_a(s) = \frac{1}{1+W_0} u_a(s) = \frac{s^i}{s^i + kZ_0(s)} \frac{1}{s^{j+1}}$$

A követési hiba állandósult értéke az aszimptotikusan stabilis szabályozási rendszerben:

$$h(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sh(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^{i-j}}{s^i + k}$$

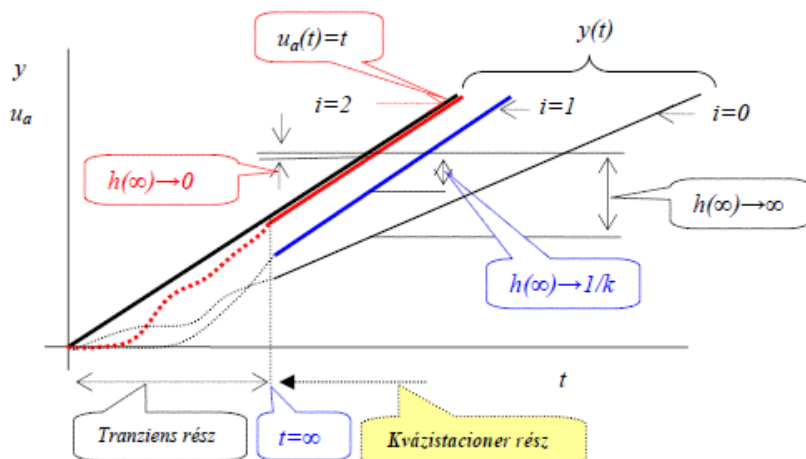
A $h(\infty)$ értékeket táblázatba foglalva:

i/j	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	→stb
$i=0$	$1/(1+k)$	∞	∞	∞	
$i=1$	0	$1/k$	∞	∞	
$i=2$	0	0	$1/k$	∞	
$i=3$	0	0	0	$1/k$	

↓
stb

Például $j=1$ esetében az u_a alapjel „sebességugrás”, vagyis időben lineárisan növekszik.

A táblázat szerint ezt az alapjelet az $i=0$ típusú arányos szabályozás nem képes követni, a hiba minden határon túl növekszik, végtér-
ke végtelenül nagy. Az $i=1$ típusú integrálszabályozás állandósult hibával, az $i \geq 2$ típusú integrálszabályozás állandósult hiba nélkül
követi a sebességugrást. Ábrán szemléltetve:



A sebességugrás ($j=1$) alapjel követése 0-, 1-, és 2 típusú szabályozás mellett

A táblázat adataiból most is az következne, hogy a nyitott kör W_0 átviteli függvényének az i típuszámát célszerű minél nagyobbra vá-
lasztani, mivel ekkor a magasabb hatványfüggvény szerint változó alapjelet is képes a rendszer zérus-, vagy állandósult hibával kö-
vetni. A valós helyzet azonban most is az, hogy a nyitott körbe alkalmazott integráló tagok számának növekedésével egyre jelentő-
sebbek a zárt rendszer stabilizálásának nehézségei. Mindezen okok miatt az i típuszám $i=2$ -nél nagyobbra történő választására ritkán
kerül sor.

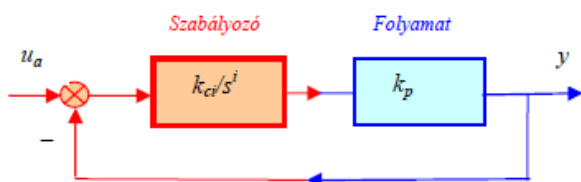
4. Az $i=2$ típusú, aszimptotikusan stabilis integrálszabályozás milyen alapjeleket képes állandósult hiba nélkül követni?

$j=0$

$j=1$: u_a alapjel „sebességugrás”, vagyis időben lineárisan növekszik.

5. Mi a típuszám jelentősége a szabályozási rendszer stabilitásában?

A típuszám növelése viszont egyre jelentősebb stabilizálási gondok forrása, egy olyan rendszeren mutatjuk be, melyben a folyamatot időkézés nélküli önbeálló tag jellemzi ($W_p(s)=k_p$), a szabályozót pedig i darab-, egymással soros kapcsolást alkotó integráló taggal írjuk le ($W_c(s)=k_c/s^i$).



A nyitott kör átviteli függvénye, és a zárt rendszer karakterisztikus egyenlete:

$$W_0(s) = W_c(s)W_p(s) = \frac{k_{ci}}{s^i} k_p = \frac{k}{s^i} \quad s^i + k = 0 \quad (k = k_{ci}k_p)$$

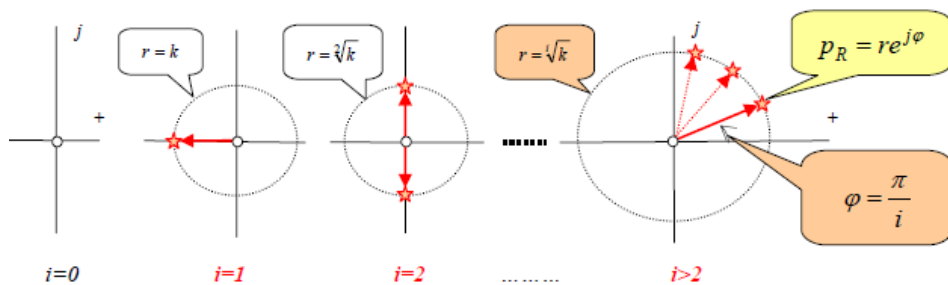
Az $i=0$ arányos szabályozást jelent, ekkor az adott struktúra algebrai hurok, ami negatív visszacsatolás esetében, és $k>0$ esetében bizonyosan stabilis.

Az $i=1$ esetben *egyetlen* integráló tag van negatívan visszacsatolva, ami $k>0$ mellett strukturálisan-, és aszimptotikusan stabilis dinamikus rendszer, hiszen egyetlen pólusa $p_R = -k$.

Azt a tulajdonság, hogy az $s^i + k$ polinom $i>1$ esetében nem Hurwitz polinom közvetlenül leolvasható, hiszen ekkor az együtthatók egy része zérus. Az $s^i + k = 0$ egyenletnek most i darab gyöke van, és ezek között szükségszerűen van zérus-, vagy pozitív valós részű gyök. Például az $i=2$ esetben ez a két gyök $p_{R1,2} = \pm j\sqrt{k}$, aminek jelentése most az, hogy a két, egymással soros kapcsolást alkotó integrátor negatív visszacsatolása már labilis rendszert eredményez. Az $i>2$ esetben a karakterisztikus egyenlet i számú gyökét $p_R = re^{j\varphi}$ alakban keressük.

Ha p_R a zárt rendszer karakterisztikus egyenletének a gyöke, akkor:

$$\begin{aligned} (re^{j\varphi})^i + k &= 0 \Rightarrow (re^{j\varphi})^i = -k \\ r^i &= k \Rightarrow r = \sqrt[i]{k} \\ i\varphi &= \pi + 2\pi l \Rightarrow \varphi = \frac{\pi + 2\pi l}{i} \quad l = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$



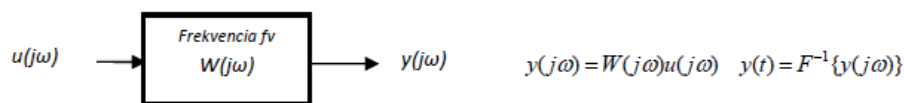
A zárt rendszer p_R pólusai az i típuszám különböző értékei mellett ($W_0(s)=k/s^i$)

A pólusokat tartalmazó ábrából látható, hogy a karakterisztikus egyenlet gyökei egy $r = (k)^{1/i}$ sugarú körön helyezkednek el, és mivel $i>2$ esetében a φ szög kisebb, mint $\pi/2$, ezért ekkor bizonyosan van labilitást okozó pozitív valós részű p_R pólus. Ezek száma annál nagyobb, minél nagyobb az i típuszám értéke.

SZABÁLYOZÁS VIZSGÁLATA A FREKVENCIA MÓDSZER ALAPJÁN

1. Mit értünk a lineáris tag frekvencia függvénye alatt?

A **frekvencia függvény**: a $w(t)$ súlyfüggvény $F\{w(t)\} = W(j\omega)$ Fourier transzformáltja, vagy az $u(t)$ bemenőjel és az $y(t)$ kimenőjel Fourier transzformáltjainak $W(j\omega) = y(j\omega)/u(j\omega)$ hányadosa, zérus kezdeti feltételek esetén.



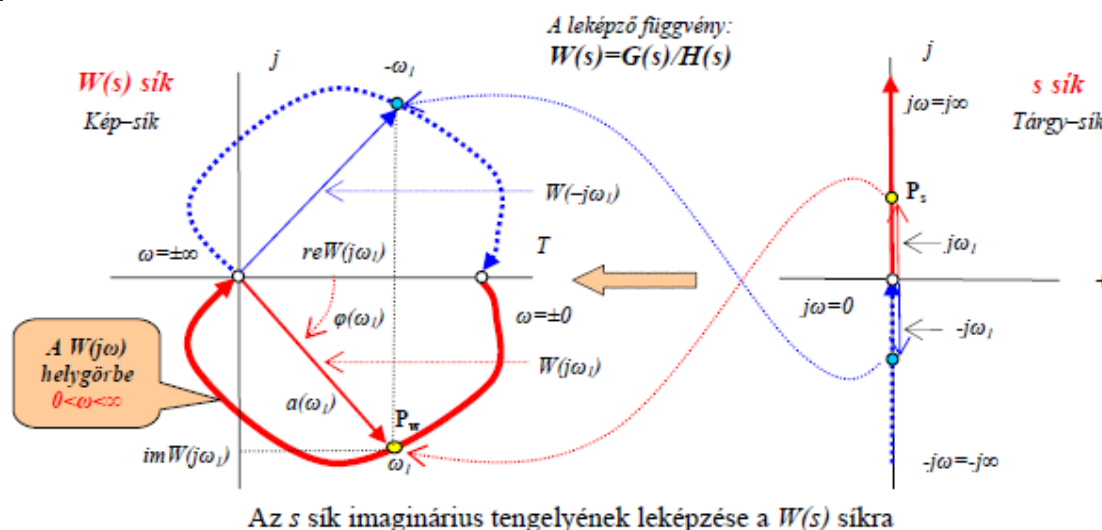
2. Az átviteli függvény ismeretében hogyan kell meghatározni a tag frekvencia függvényét?

$W(j\omega)$ frekvencia függvény formálisan a $W(s)$ átviteli függvény $s=j\omega$ helyen vett helyettesítésével kapható.

$$W(j\omega) = W(s)_{s=j\omega}$$

3. Mi a Nyquist helygörbe?

Az ábrázolás egyik formája a komplex számsíkon ábrázolt Nyquist helygörbe. Ezt a helygörbét egy olyan képfüggvénynek tekinthetjük, ahol a tárgyfüggvény az s sík $s=j\omega$ pozitív képzetes tengelye, amit a $W(s)$ függvény által meghatározott leképezés a $W(s)$ síkra képez le. Ábrázolva:



Ha az s -sík képzetes tengelyének minden $j\omega$ értékére meghatározzuk az $a(\omega)$ hosszúságú, és $\varphi(\omega)$ szögű komplex $W(j\omega)$ vektort (vagy az s sík P_s pontjának képét a W síkon: a P_w képpontot), akkor e vektorok végpontjainak mértani helye – miközben az ω körfrekvencia befutja a $0 < \omega < \infty$ intervallumot – a **Nyquist helygörbe**.

Ennek ismerete felvilágosítást ad arról, hogy az önbeálló tag a különféle körfrekvenciájú jeleket milyen amplitúdó „torzítással”, illetve milyen fázis „torzítással” engedi magán keresztül. A $W(j\omega)$ helygörbe leírja, hogy a jelátvivő tag – mint a harmonikus jeleket szűrő berendezés – milyen viselkedést mutat, mely frekvencia intervallumokban végez „kiemelést”, illetve milyen frekvencia intervallumokban végez „elnyomást”.

4. Mikor kör a Nyquist jelgörbe?

A lineáris törtfüggvény által létesített leképezés „**körtartó**”, ami azt jelenti, hogy az s síkon lévő kör képfüggvénye a $W(s)$ síkon, szintén kör. Mivel az s sík $s=j\omega$ ($-\infty < \omega < \infty$) képzetes tengelye egy végtelen sugarú körként értelmezhető, a lineáris törtfüggvény által létesített $W(s)$ képfüggvénynek is körnek kell lennie.

5. Adja meg a holtidős tag frekvencia függvényét és Nyquist helygörbét.

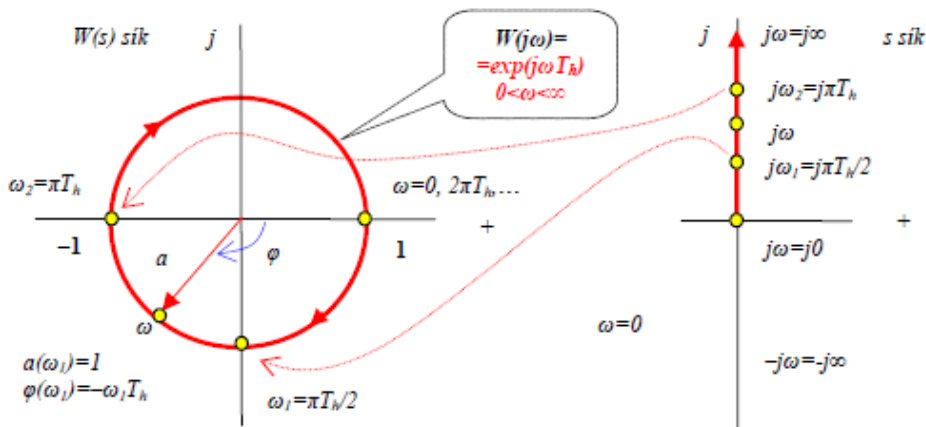
A $W(j\omega)$ most is a transzcendens $W(s)$ -ből $s=j\omega$ helyettesítéssel származtatható:

$$W(s) = e^{-sT_h} \Rightarrow W(j\omega) = e^{-j\omega T_h}$$

$$a(\omega) = 1$$

$$\varphi(\omega) = -\omega T_h$$

A Nyquist helygörbe:

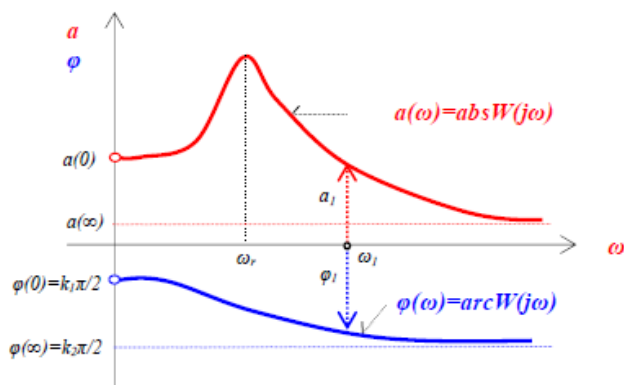


A $W(s)=\exp(-sT_h)$ átviteli függvényű holtidős tag Nyquist helygörbéje

A Nyquist helygörbéből láthatóan az egységnyi átviteli tényezővel rendelkező holtidős tag minden körfrekvenciájú jelet egységnyi amplitúdóval enged magán keresztül: $a(\omega)=1$ (mindent áteresztő szűrő). A kimenő jel és a bemenő jel közötti fáziseltolási szög ezzel szemben az ω körfrekvencia $\varphi(\omega)=-\omega T_h$ szerinti lineáris függvénye. Miközben a körfrekvencia befutja a $0 < \omega < \infty$ intervallumot, a $W(j\omega)$ helygörbe végtelen sokszor körbejárja a $W(s)$ sík origóját.

6. Mi a Bode diagram?

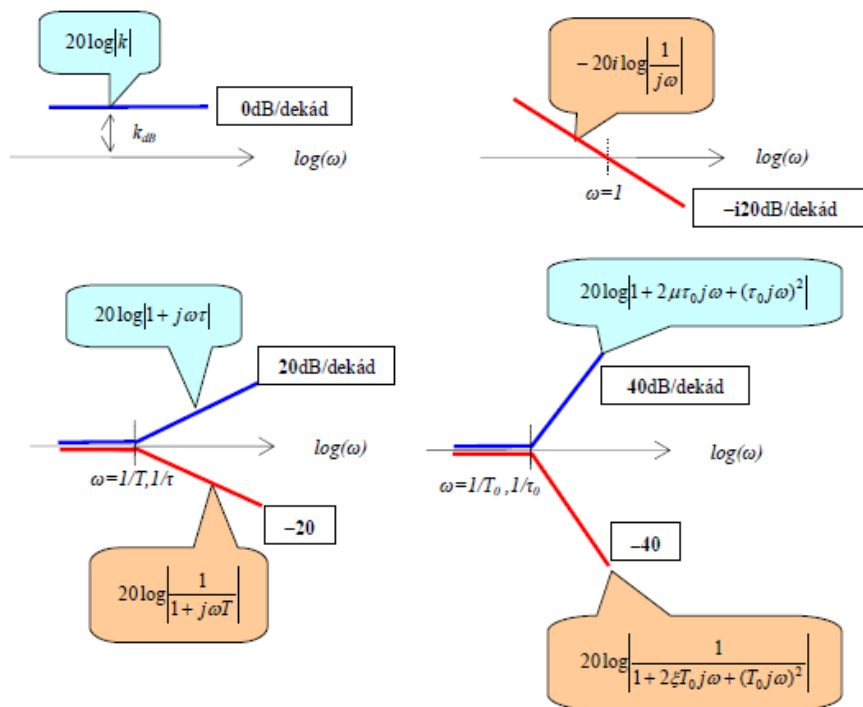
- egy egy bemenetű, egy kimenetű rendszer átviteli karakterisztikájának ábrázolására szolgál.
- a diagram részét alkotó két részdíagram az átviteli karakterisztika amplitúdóját illetve fázisát ábrázolja a frekvencia függvényében.
- az *amplitúdó-körfrekvencia* karakterisztika, illetve a *fázis-körfrekvencia* karakterisztika a körfrekvenciának magas fokszámú hatványfüggvénye, ezért ábrázolásuk nehézkes. Ezen segít a Bode diagram, amelyben logaritmikus léptéket veszünk fel az amplitúdó-, és a körfrekvencia tengelyeken egyaránt. Ez a léptékezés lehetőséget teremt arra, hogy a magas fokszámú hatványfüggvényeket egyenes szakaszokkal álló törtvonalakkal közelítsük.



Egy jellegzetes $a(\omega)$, és $\varphi(\omega)$ karakterisztika

7. Milyen aszimptotikus komponensei vannak a lineáris tag logaritmikus amplitúdómenetének?

Az amplitúdó menet komponenseinek aszimptotikus közelítéseit a soron következő ábrákon foglaltuk össze. Ezeken a vízszintes koordinátára a $\log(\omega)$ értéket vesszük (vagy logaritmikus léptékben skálázunk), a függőleges koordinátán pedig az amplitúdót decibelben mérjük: $a_{dB} = 20 \log a$.



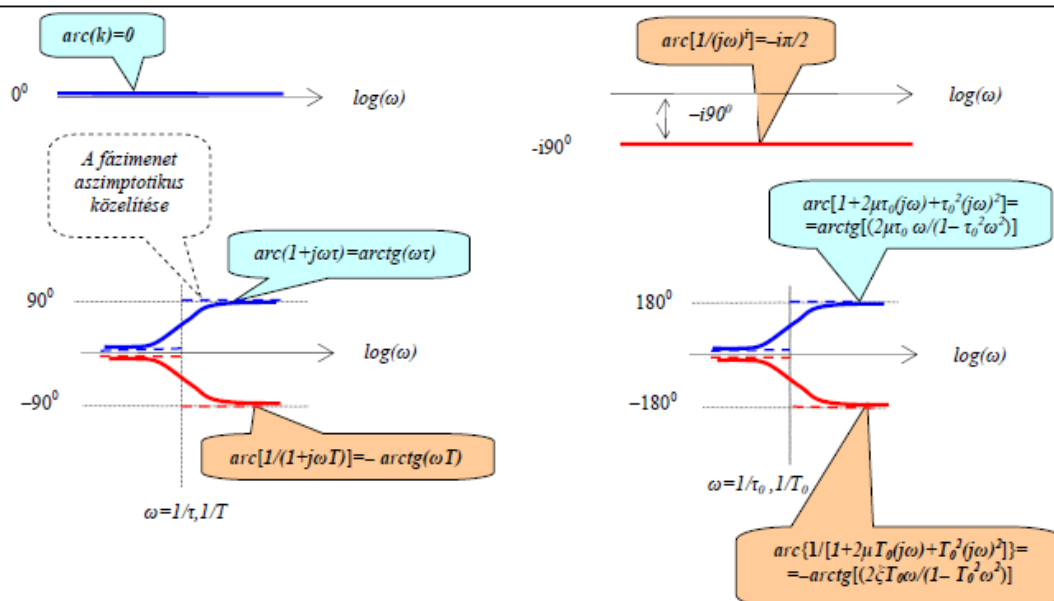
Az $a(\omega)_{dB}$ amplitúdó menet komponenseinek aszimptotikus közelítései

8. Milyen komponensekből áll a fázismenet?

$\varphi(\omega) = \arctan W(j\omega)$ fázis-körfrekvencia függvény (**fázismenet**)

A $\varphi(\omega)$ fázismenet komponensei vagy állandó értékek ($\pm\pi/2$ -nek egészszámú többszörösei), vagy pedig $\arctg$ típusú trigonometrikus függvények.

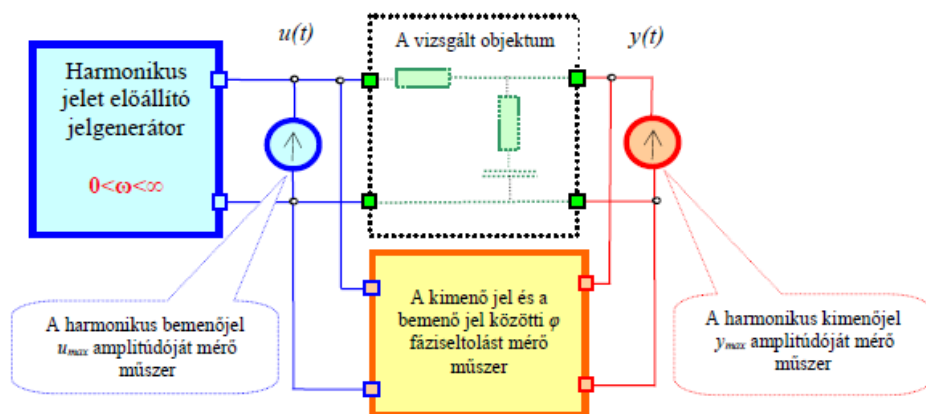
- Ha a frekvencia függvény holtidős tényezőt is tartalmaz, akkor a fázismenetnek $-\omega T_h$ komponense is van.



A $\varphi(\omega)$ fázismenet komponensei, és ezek aszimptotikus közelítései

9. Milyen módon lehet kísérletileg meghatározni a lineáris tag frekvenciafüggvényét?

Az önbeálló tagok $W(j\omega)$ frekvencia függvénye mérések sorozatával is meghatározható. A mérési eljárás lefolytatásához szükség van egy olyan, a harmonikus bemenő jelet előállító jelforrásra, amely széles frekvencia intervallumban képes állandó amplitúdójú harmonikus jel szolgáltatására. A kísérlet elvi elrendezése:



Mérési elrendezés a frekvencia függvény kísérleti meghatározására

Ez a mérési elrendezés arra az esetre vonatkozik, amikor a vizsgált objektum bemenő-, és kimenő jelei villamos egyenfeszültségek.

A jelgenerátoron be kell állítani egy adott f_1 [Hz] frekvencia értéket ($\omega_1 = 2\pi f_1$ [rad/sec]), valamint az objektumra kapcsolt jel u_{max1} amplitúdóját. Ezután meg kell várni az állandósult állapot kialakulását, és ezt követően kell leolvasni a kimenő jel y_{max1} amplitúdóját, és a bemenő jelhez viszonyított $\phi_1(\omega_1)$ fáziseltolási szögét. Az $y_{max1}/u_{max1} = a_1(\omega_1)$ érték lesz az adott ω_1 körfrekvenciához tartozó $abs W(j\omega_1)$, a $\phi_1(\omega_1)$ pedig az $arc W(j\omega_1)$. A mérést a körfrekvencia különféle értékeknél ismételt el kell végezni, a körfrekvencia olyan intervallumban, amely a vizsgált objektum szempontjából a meghatározó. A fáziseltolás mérésének igen egyszerű módszere (villamos feszültségek esetében), egy kétsugaras oszcilloszkópon a $u(t)$ és $y(t)$ jelek időfüggvényeinek-, vagy a jelek által képzett $y(u)$ Lissajous görbének az ábrázolása. Léteznek olyan – igencsak költségigényes – céleszközök, és mérési eljárások is, amelyek a Nyquist helygörbét, vagy az ennek megfelelő Bode diagramokat egyetlen „gombnyomásra” képernyőn, nyomtatott ábrán, vagy táblázatos formában produkálják.

10. Mikor alkalmazható, és hogy szól az egyszerűsített Nyquist stabilitási kritérium?

Stabilis a $W_R(s) = W_0(s)/[1 + W_0(s)]$ eredő átviteli függvénnyel rendelkező **zárt** szabályozási rendszer, ha a **stabilis nyitott kör** $W_0(s) = W_c(s)W_p(s)$ eredő átviteli függvényéhez rendelhető $W_0(j\omega)$ teljes (negatív körfrekvenciákra kiterjesztett) frekvencia függvénye (Nyquist diagramja) **nem** fogja körül a komplex sík $-1 + j0$ pontját ($-\infty < \omega < \infty$).

11. Mikor alkalmazható, és hogy szól a fázistöbblet stabilitási kritérium?

Stabilis a $W_R(s) = W_0(s)/[1 + W_0(s)]$ eredő átviteli függvénnyel rendelkező **zárt** szabályozási rendszer, ha a **stabilis nyitott kör** $W_0(s) = W_c(s)W_p(s)$ eredő átviteli függvényéhez rendelhető $W_0(j\omega)$ frekvencia függvényének (Nyquist diagramjának) $\phi_1(\omega_c) = \pi + arc W_0(j\omega_c)$ fázistöbblete (phase margin) **pozitív** ($abs W_0(j\omega_c) = 1, \phi_1(\omega_c) > 0$).

12. Mikor alkalmazható, és hogy szól az általános Nyquist stabilitási kritérium?

Stabilis a $W_R(s) = W_0(s)/[1 + W_0(s)]$ eredő átviteli függvénnyel rendelkező **zárt** szabályozási rendszer, ha a nyitott kör $W_0(s) = W_c(s)W_p(s)$ eredő átviteli függvényéhez rendelhető $W_0(j\omega)$ teljes (negatív ω körfrekvenciákra kiterjesztett) frekvencia függvénye (Nyquist diagramja) annyiszor fogja körül az óramutató járásával ellentétes irányban a komplex sík $-1 + j0$ pontját, ahány labilis pólusa van a $W_0(s)$ **nyitott** kör átviteli függvényének ($-\infty < \omega < \infty$).

13. Mi a Nyquist út?

c kontúrgörbe : az s sík egy adott tartományát határoló zárt kontúrgörbe, az óramutató járásával megegyező körüljárási irányítással

14. Hogyan változtatja a fázismentet a holtidő jelenléte? Hogyan járna el holtidő kompenzálására?

A holtidő módosítja a szakasz fázismentét $-\omega T_h$ -val, ahol T_h a holtidőt, ω pedig a körfrekvenciát jelöli.

Ezt szabályozótervezésnél két módon vehetjük figyelembe:

a.) A holtidőt egy átviteli függvénnyel közelítjük (pl.: Pade), azt a szakasz részévé tesszük, és erre a módosított rendszerre tervezünk szabályozót.

b.) A felnyitott kör fázistartalékának beállításánál figyelembe vesszük a holtidő fázisrontását.

Az integrátorral kompenzáljuk a konstans referenciajelre adott válasz maradó hibáját, továbbá az esetleges zavarásokból és modellezési pontatlanságokból adódó hibákat. Több integrátor használata esetén az egység-sebességugrás gerjesztésre adott maradó hibát, stb. tudjuk eltüntetni, de ne felejtjük el, hogy minden integrátor 90° -al csökkenti a fázist, és ez megnehezíti a megfelelő fázistartalék beállítását.

A SZABÁLYOZÁS RENDSZERTECHNIKAI MÉRETEZÉSE

1. Mit értünk a szabályozás rendszerteknikai méretezése alatt?

A méretezési feladat során követelményeket állítunk fel a zárt szabályozási rendszer értéktartási-, és követési tulajdonságait meghatározó minőségi jellemzőire, ezután megválasztjuk a szabályozási algoritmust (ezt a műveletet tekintjük a szabályozó rendszerteknikai méretezésének), majd megtervezük azt a technikai eszközt, amely a szabályozási algoritmust realizálja.

Lineáris szabályozás esetében a rendszerteknikai méretezés azt jelenti, hogy a folyamat $W_p(s)$ átviteli függvényének ismeretében meg kell határozni a szabályozó $W_c(s)$ átviteli függvényét, miközben a zárt rendszer $W_R(s) = W_0(s)/(1 + W_0(s))$ eredő átviteli függvényére, $W_R(j\omega)$ frekvencia függvényére, vagy a $v_R(t)$ átmeneti függvényére különféle követelményeket írunk elő.

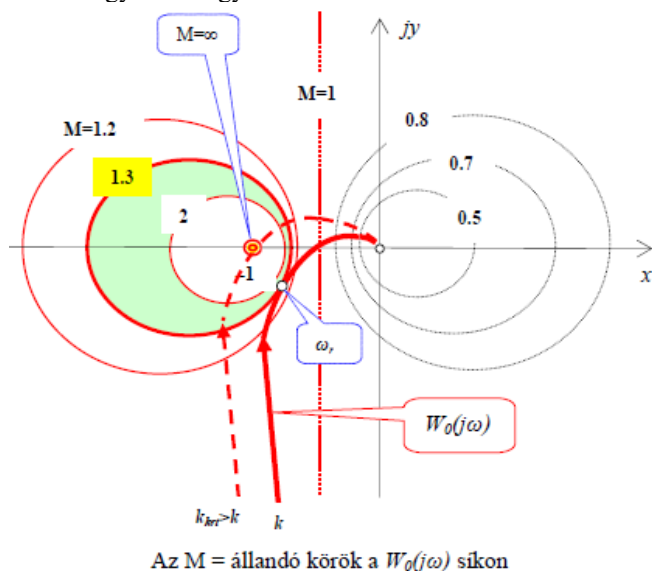
2. Mit értünk az $M(\omega)$ és $a(\omega)$ görbék alatt?

A zárt rendszer $M(\omega) = |W_R(j\omega)|$ és $a(\omega) = \arg W_R(j\omega)$ görbéi

Az azonos M értékekhez tartozó pontok egyenlete az $x-y$ síkon:

$$\left(x - \frac{M^2}{1-M^2}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{M}{1-M^2}\right)^2$$

Rögzített M esetében ez egy $x_0 = M^2/(1-M^2)$, $y_0 = 0$ középpontú, $R_M = |M/(1-M^2)|$ sugarú kör egyenlete, amely $M=1$ esetén elfajul, és az $x=-1/2$ egyenesre egyszerűsödik. Ezek a körök a zárt rendszer un. **M görbéi**.



Az M görbékhez hasonlóan meghatározhatók az $x-y$ sík $a(\omega) = \arg W_R(j\omega) = \text{állandó}$ értékekhez tartozó un. **a görbék** is, amelyeknek egyenlete:

$$\alpha(\omega) = \arg W_R(j\omega) = \arctg \frac{y}{x} - \arctg \frac{y}{1+x} = \arctg \frac{\frac{y}{x} - \frac{y}{1+x}}{1 + \frac{y}{x} \frac{y}{1+x}} = \arctg \frac{y}{x^2 + x + y^2}$$
$$\tg \alpha = \frac{y}{x^2 + x + y^2} \Rightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2 \tg \alpha}\right)^2 = \frac{1 + \tg^2 \alpha}{4 \tg^2 \alpha} = R_a^2$$

Ez $\tg \alpha = \text{állandó}$ mellett szintén egy körsereget meghatározó kifejezés, ahol az R_a sugarú körök (x_0, y_0) középpontjainak $(-1/2, 1/(2 \tg \alpha))$ koordinátái az $x=-1/2$ egyenesen vannak.

3. Milyen kapcsolat van az $M_{\max}(\omega_r)$ és a zárt rendszer átmeneti függvényének $v_{R\max}$ értéke között?

Amikor az ω_p körfrekvencia környezetében $W_0(j\omega_p) \approx -1$ értéket vesz fel, akkor ott $M(\omega_p) = |W_0/(1+W_0)|_{\omega=\omega_p} > 1$ érték lehet, vagyis általában az $M(\omega)$ amplitúdó menetnek egy ω_r rezonancia körfrekvencián $M(\omega_r) = M_{\max}$ kiemelése (**rezonancia csúcsa**) van. Ennek értéke szoros kapcsolatba van a zárt rendszer $v_R(t)$ átmeneti függvényének $v_{R\max}$ maximális értékével. Ezek a tapasztalati értékek:

$$M_{\max} \geq 1.5 \rightarrow v_{R\max} \leq M_{\max} - 0.1$$

$$1.25 \leq M_{\max} \leq 1.5 \rightarrow v_{R\max} = M_{\max}$$

$$M_{\max} \leq 1.25 \rightarrow v_{R\max} < M_{\max}$$

Ha a $v_R(t)$ átmeneti függvényre 25% alatti túllendülést akarunk elérni, akkor a rezonancia csúcsra $M_{\max} < 1.25$ értéket kell betartani.

4. A nyitott kör frekvencia függvényének mely adatai szabják meg a zárt rendszer átmeneti függvényének a túllendülését, a szabályozási idejét, és az állandósult hibáját?

A szabályozási rendszer minőségi jellemzőit a zárt kör $v_R(t)$ átmeneti függvénye alapján szokás megfogalmazni. Ezen minőségi jellemzők fontosabb típusai – mint már korábban láttuk – a $\sigma(\%) = \{[v_{Rmax} - v_R(\infty)] / v_R(\infty)\} \cdot 100$ túllendülés, a T_d szabályozási idő, a 2Δ dinamikus hibaszáv, és a $h(\infty) = 1 - v_R(\infty)$ állandósult hiba.

A nyitott kör $W_0(j\omega)$ frekvencia függvényének meghatározó adatai:

- az **ω_c vágási körfrekvencia** (az ω körfrekvencia azon értéke, amelynél a $W_0(j\omega)$ Nyquist helygörbe az egységsugarú körbe belép, vagy ahol az $a(\omega)_{dB}$ amplitúdó menet metszi a 0 dB tengelyt, $absW_0(j\omega_c)=1$),
- a **$\varphi(\omega_c)$ fázisszög** (a $W_0(j\omega)$ komplex vektor szöge az ω_c vágási körfrekvencián),
- a **$\varphi_i(\omega_c)=\pi+\varphi(\omega_c)$ fázistöbblet**,
- az **ω_p körfrekvencia**, (amely körfrekvenciánál a $W_0(j\omega)$ Nyquist helygörbe metszi a negatív képzetes tengelyt, illetve ahol a $W_0(j\omega_p)$ komplex vektor szöge $-\pi$),
- az **$a(\omega_p)$ amplitúdó többlet** (a -szeresére lehet növelni $W_0(j\omega_p)$ erősítését ahhoz, hogy a rendszer a stabilitás határára kerüljön,
- a **k körerősítés** (az $i=0$ típusú arányos szabályozás nyitott körű átviteli függvényének eredő átviteli tényezője, dimenziótlan), a **k integrálási körerősítés** (az $i>0$ típusú integrálszabályozás nyitott körű átviteli függvényének integrálási átviteli tényezője, $dim[k_i]=[1/sec]$),
- az **i típusszám** (a nyitott körben lévő szabad integrátorok darabszáma).

Ezen jellemzők közül az **ω_c vágási körfrekvencia** a **T_d szabályozási időt**-, a **$\varphi_i(\omega_c)=\pi+\varphi(\omega_c)$ fázistöbblet** a **σ túllendülést**-, a **k körerősítés** és az **i típusszám** a **$h(\infty)$ állandósult hibát** befolyásolja.

5. Miért célszerű a nyitott kör amplitúdó menetén minél hosszabb -20 dB/dekád meredekségű szakaszt kialakítani?

Ezt azt jelenti, hogy abban az esetben, ha a nyitott kör frekvenciafüggvényének a logaritmikus amplitúdó menetén, a $dloga(\omega)/dlog\omega$ meredekség az ω_c vágási körfrekvencián -1 (vagyis a logaritmikus léptékezés miatt -20 dB/dekád), akkor itt a fázisszög $\varphi(\omega_c) \sim -\pi/2$. Ekkor a $\varphi_i(\omega_c) = \pi + \varphi(\omega_c) \approx \pi - \pi/2 = \pi/2$ fázistöbblet meghaladja a $\pi/3$ értéket.

Az ebből származtatható „ökölszabály” szerint tehát **űgy kell kialakítani a nyitott kör $W_0(j\omega)$ frekvencia függvényének $a(\omega)_{dB}$ amplitúdó menetét, hogy az egy elegendő hosszúságú szakaszon -20 dB/dekád meredekséggel messe a 0 dB-es tengelyt.**

Ez az eredmény – a gyakorlat által is visszaigazolt módon – támpontot ad a szabályozó méretezésére.

6. A folyamat Bode diagramjának alapján hogyan célszerű megválasztani a PIPD szabályozó paramétereit?

PIPD szabályozó paramétereit úgy célszerű megválasztani, hogy a **$T_i = T_1$** , és **$T_d = T_2$** értékadással kompenzáljuk (egyszerűsítéssel „kiejtjük”) a folyamat két legnagyobb időállandójából származó pólusait, a **k_c** erősítéssel beállítjuk az ω_c vágási körfrekvenciát, a PD fokozat **T** időállandójával pedig korlátozzuk a túlvezérlési arányt.

7. Miért nem szabad a póluskiejtés elvén kompenzálni a folyamat labilis pólusait?

Fizikai rendszerekben egzakt paraméterek nincsenek, ennél fogva a „póluskiejtés” is csak közelítő lehet. A folyamat egy adott labilis pólusának helyén ugyan elméletileg elhelyezhetjük a kompenzáló tag pozitív valós részű zérusát¹⁹ (aminek látszata az, mintha a labilis pólust eltüntetnénk volna), de a paraméterek nem egzakt volta miatt ez csupán a pólusnak egy kis környezetében tehető meg.

Mindezek miatt **a folyamat pólusának a szabályozó zérusával történő pontos „kiejtése” a gyakorlati megoldásban nem lehetséges.**

Ez a stabilis pólusok vonatkozásában nem jelent lényeges problémát (mivel a pontatlan kompenzáció ellenére a pólus a stabilis tartományban marad), szemben a labilitást előidéző pozitív valós részű pólusokkal, amelyek a rendszernek – a pontatlan kompenzáció miatt – továbbra is labilitást okozó részesei maradnak.

- Mindezek miatt **a labilis pólus pozitív valós részű zérussal történő kompenzálásának tilalmát általános érvényű szabállynak kell tekintenünk.**

8. Mit értünk a „labilis zérus” alatt?

A pozitív valós részű zérust „labilis zérusnak” is nevezik, bár az átviteli függvény zérusainak az adott tag stabilitásra befolyásuk nincs.

GYAKORLÓ FELADATOK

1. Milyen műveletek végezhetők Matlabbal egy mátrix-al?

Mátrix- és vektorműveletek:

ha $x=[1\ 2\ 3]$; $y=[4\ 5\ 6]$; $A, B=[3 \times 3\text{-as mátrixok}]$:

$C=A'$; transzponált (+konjugált). $C=A \setminus B$; $A * C=B$ megoldása. $C=A/B$; $C * A=B$ megoldása. $B/A=(A \setminus B)'$.

$A.^n$: A hatványa; $A.^n : A(k,l)^n$ (elemenként!) $2.^{[x\ y]}=[2^x\ 2^y]$.

$y * x=[3 \times 3\text{-as mátrix}]$. $b=A * x$; 3 elemű vektor. $y-1=[3\ 4\ 5]$ lesz. $x * y=32$. $2 * y=[8\ 10\ 12]$ lesz.

$f=A \setminus y$: az $A * f=y$ megoldása. $f=x \setminus y$: az $x * f=y$ megoldása. $C=y/x$: a $C * y=x$ megoldása.

$x.*y'=[4\ 10\ 18]$. $x.\setminus y'=[4\ 2.5\ 2]$. $x./y'=[0.25\ 0.4\ 0.5]$. $x.^y'=[1\ 32\ 729]$. $x.^2=[1\ 4\ 9]$.

$\text{inv}(A)$; inverz.

$\text{expm}(A)=\exp(1)^A$.

$\text{sqrtm}(A)$; az A mátrix gyöke (mátrix értelemben!).

$\text{logm}(A)$; $\ln(A)$ mátrix értelemben.

$r=\text{poly}(A)$; a karakterisztikus polinom ($\det(sI-A)$). $\text{poly}(r)=A$ -t adja vissza.

$\det(A)$; mátrix determinánsa.

$\text{rank}(A)$; mátrix rangja.

$\text{eig}(A)$; sajátértékek. $[X,D]=\text{eig}(A)$; sajátvektorok, -értékek ($A * X=X * D$). $[X,D]=\text{eig}(A,B)$; ($A * X=B * X * D$).

2. Mire szolgál a Szimulink könyvtár?

Modellalkotás, szimuláció, modellanalízis

- „grafikus programozás”

- folytonos és diszkrét idejű működés

- gyakorlatilag a Matlab része, mindent lehet használni amit a Matlabban és viszont

- a legtöbb toolboxnak vannak Simulink elemei

- stabil kommunikáció perifériákkal

- hátrány: lassú, bonyolultabb feladtnál könnyen válik áttekinthetetlenné

A Simulink egy grafikus programcsomag, amely blokk diagramon alapuló szimuláció végrehajtására képes. Egy Simulink szimuláció két lépésből áll. Először létrehozunk egy modellt, majd futtatásokat végzünk a kívánt paraméterbeállítások mellett. A Simulink-ben egy dinamikus rendszert blokk diagrammal lehet megadni. A rendszer definiálása a blokk diagram megrajzolását jelenti. A blokkokat nem kell külön előállítani, egy könyvtárból ki lehet őket másolni. A könyvtár blokkjai működésük szerint külön könyvtárakban helyezkednek el.

3. Mire szolgálnak a Matlab/Control system step, impulse és lsim függvényei?

step(H) - átmeneti függvény

impulse(H) - súlyfüggvény

[y,t,x]=lsim(sys,u,t,x0) - lineáris rendszer adott $u(t)$ gerjesztésre és $x(0)$ kezdeti feltételre vonatkozó mozgásának számítása és ábrázolása.

4. Mikor alkalmazzuk az ss2tf és a tf2ss függvényeket?

[G,H] = ss2tf(A,B,C,D) : Állapotegyenlet kanonikus alakjából átviteli függvényt számol

[A,B,C,D] = tf2ss(G,H) : Átviteli függvényből megadja az állapotegyenlet kanonikus alakját

5. Egy lineáris rendszer A,B,C,D állapot-egyenletrendszerre adott, hogyan vizsgálhatjuk a Matlab segítségével a stabilitási tulajdonságát?

bode(): Bode diagram

nyquist(): Nyquist diagram

margin() : ez az utasítás kiértékeli a frekvenciafüggvény jellemzőit, kiszámítja a stabilitásra jellemző mutatókat

roots(): polinom gyökök számítása

pzmap(): pólusok és zérusok ábrázolása

6. Mire szolgálnak a conv, parallel, series, cloop, feedback függvények?

sys = series(sys1,sys2): soros kapcsolás, a parancs a tagok szorzását jelenti: $\text{sys} = \text{sys2} * \text{sys1}$

sys = parallel(sys1,sys2): párhuzamos kapcsolás, a parancs a tagok összeadását jelenti: $\text{sys} = \text{sys1} + \text{sys2}$

sys = feedback(sys1,sys2): a default feedback negatív visszacsatolást jelent / Pozitív visszacsatolás: $\text{sys} = \text{feedback}(\text{sys1}, \text{sys2}, +1)$

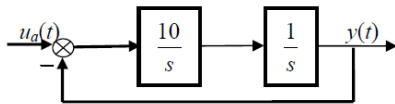
conv() – polinom szorzás

cloop() - egységnyi visszacsatolás esetén a zárt kör eredő átviteli függvénye számítható

7. Mit számol ki a $[n,d]=\text{pade}(0.5, 5)$ függvény? Rajzolja fel a tagot, amelyet közelít!

5-öd rendű Padé közelítés

8. Adott az alábbi integrálszabályozási rendszer:



Adja meg a zárt rendszer eredő átviteli függvényét, karakterisztikus egyenletét és ennek gyökeit. **Stabilis-e** a rendszer?

9. Egy lineáris szabályozási rendszerben a PI szabályozó és az egytárolós holtidős folyamat átviteli függvényei:

$$W_c(s) = k_c \frac{1 + 10s}{10s} \quad W_p(s) = \frac{1}{(1 + 10s)} e^{-5s}$$

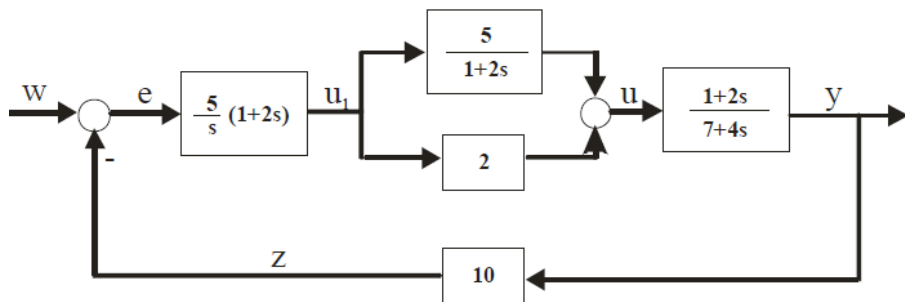
- Mi a magyarázata annak, hogy a szabályozónak célszerű **integráló** tulajdonságot adni?
- Indokolja meg azt, hogy a k_c átviteli tényezőnek van olyan $k_c > 0$ értéke, amelynél a **zárt** szabályozási rendszer labilissá válik.

10. Egy SISO tag jelátviteli tulajdonságait leíró differenciálegyenlet:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 3 \frac{dy(t)}{dt} = 3u(t) + \frac{du(t)}{dt}$$

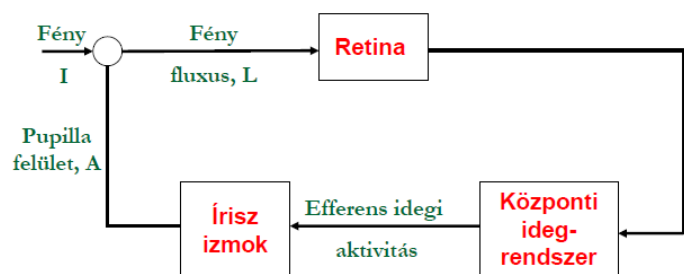
- Adja meg a tag **átviteli függvényét**.
- Indokoljuk meg a tag jelátvitelének ama tulajdonságát, hogy $u(t)=1(t)$ gerjesztő jelre $y(t)=t*1(t)$ választ ad.

11. Adott az 1. ábra alapján leírt rendszer hatásvázlata.



- Határozza meg a zárt rendszer eredő átviteli függvényét.
- Határozza meg az 1. ábra által adott rendszer összes jelének **állandósult állapotbeli értékét**, ha a rendszer kimenő jelének végértéke $y_{\infty} = 7$.

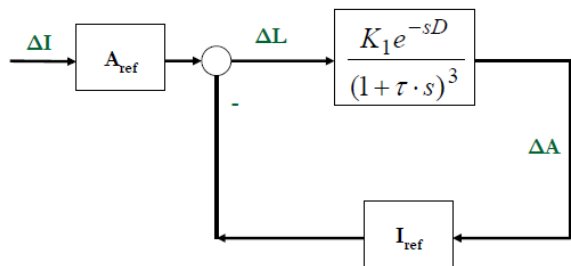
12. Rajzolja fel a pupillareflex élettani folyamat szabályozási blokkdiagrammját.



- Direkt fényreakció: a megvilágított szem pupillája összehúzódik
- Cél: a retinát érő fény szabályozása + pupilla tágulat/összehúzódás szabályozása (fókuszálás)

Manfred Clynes (1960): 3-rendű linearizált modell

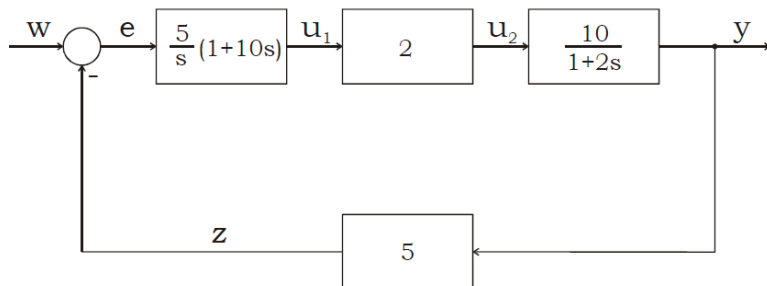
$$W_0(s) = \frac{K e^{-sD}}{(1 + \tau \cdot s)^3}, \text{ ahol } K = I_{\text{ref}} K_1, K = 0.16, D = 0.18 \text{ sec.}, \tau = 0.1 \text{ sec.}$$



13. Adott az 1. ábra alapján leírt rendszer hatásvázlata.

a. Határozza meg a zárt rendszer eredő átviteli függvényét.

b. Határozza meg az 1. ábra által adott rendszer összes jelének **állandósult állapotbeli értékét**, ha a rendszer bemenő jelének végértéke $w_\infty = 10$.



14. Egy lineáris szabályozási rendszerben a szabályozó és a folyamat átviteli függvényei:

$$W_c(s) = k_c \frac{1+10s}{10s} \quad W_p(s) = \frac{1}{(1+10s)(1+2s)(1+s)}$$

A k_c átviteli tényező **mekkora** értékénél lenne a zárt szabályozási rendszer a **stabilitás határhelyzetében**?

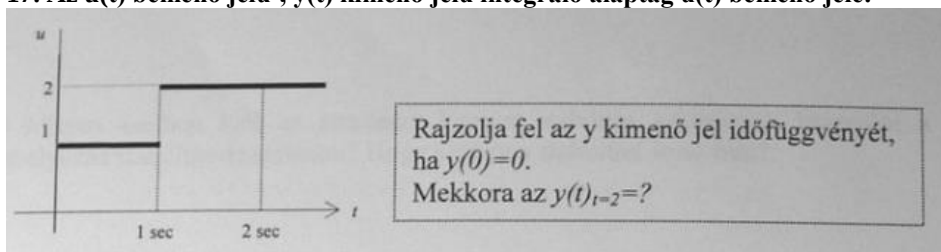
15. Csupán az állapotváltozók közötti kapcsolatokat vizsgálva határozza meg, hogy az alábbi rendszer mely állapotváltozói irányíthatók az egyes bemenetek által (u_1, u_2), illetve mely állapotváltozók megfigyelhetők.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0.5 \\ 0 & 0 & -0.5 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix} \quad C = [1 \quad 0 \quad 0] \quad D = [0 \quad 0]$$

16. Rajzolja fel jellegre helyesen az alábbi átviteli függvénnyel rendelkező rendszer Bode diagrammját.

$$W(s) = K \frac{\tau s + 1}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1} \quad K = 10 \quad T = 10 \quad \tau = 1 \quad \xi = \text{ kicsi}$$

17. Az $u(t)$ bemenő jelű-, $y(t)$ kimenő jelű integráló alaptag $u(t)$ bemenő jele:



18. Egy lineáris szabályozás nyitott körének átviteli függvénye:

$$W_0(s) = k \frac{1 + 2s}{(1 + 3s)(1 + 4s)}$$

Indokolja meg azt a tényt, hogy a zárt rendszer bármekkora $k > 0$ mellett aszimptotikusan stabilis.

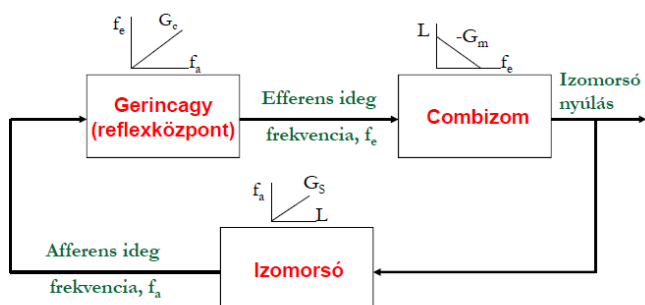
19. Egy önbeálló folyamat az állandó értékű Δu_{z0} zavaró jele, állandósult állapotban, a szabályozott jellemzőben $(\Delta y)_n = 10$ egységnyi változást okoz. Mekkora legyen az arányos szabályozás k hurokerősítése, ha szabályozás mellett, ugyanekkora zavaró jel, állandósult állapotban csupán $\Delta y = 0,5$ változást okozhat?

20. PID szabályzó átviteli függvénye:

$$W_{PID}(s) = 10 \left(1 + \frac{1}{2s} + \frac{5s}{1+s} \right)$$

Analitikusan írja fel és léptékhelyesen ábrázolja a szabályzó átmeneti függvényét.

21. Izomfeszítés reflex modell



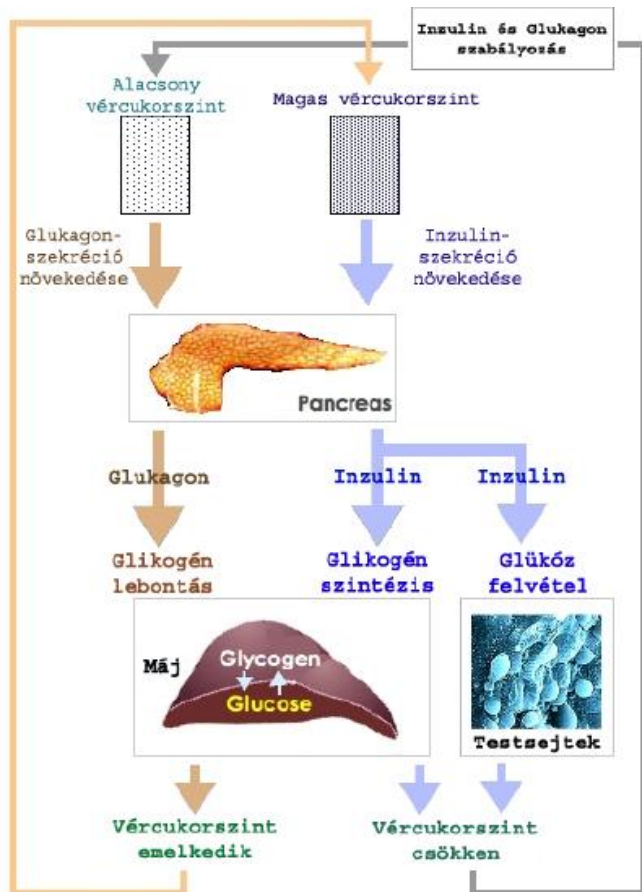
Tényleges egyensúlyi pont nem létezik fiziológiai rendszerekben.



Hogyan tovább?

22. Adja meg rendszeranalízis szempontjából a cukorbetegség élettani szabályozásának fontosabb irányelveit (bemenet, kimenet, zavarás, szabályozás célja, nehézségek, alkalmazhatóság). Melyik cukorbeteg típus modellezését lehet elvégezni és miért?

Mesterséges pancreas blokk-diagram



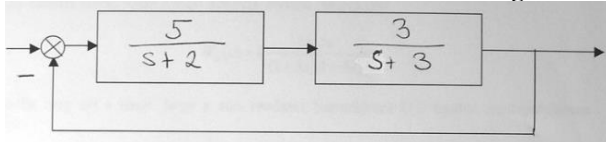
- Az emberi test vércukor szabályozásának felborulása
- A hasnyálmirigy (pancreas) károsodása következtében megszűnik az inzulintermelés

Típusai

- 1-es típus (inzulinfüggő):
 - gyermek és ifjúkorban (genetikailag öröklődő)
 - autoimmun folyamat, amely elpusztítja a hasnyálmirigy inzulintermelő β -sejtjeit
 - glukagon termelés elszabadulása
- 2-es típus (inzulintól nem függő):
 - életmódi problémák következtében (inzulin-érzékeny sejtjei érzéketlenné válnak)
 - Gesztációs típus (terhesség alatt jelentkező)
 - Egyéb típusok (pl. genetikai defektusok (inzulin hatékonyság, β -sejt-funkció), stb.)

22. Hogyan dönthetjük el egy visszacsatolt zárt rendszerről a stabilitást, ha adott $W_0(s)$?

23 Állítsa elő a következő hatásvázlatnak megfelelő rendszer átviteli függvényét Matlab utasításokkal.



24. Mit nevezünk kanonikus transzformációnak? Mi köze van a kanonikus transzformációnak A sajátértékeihez?

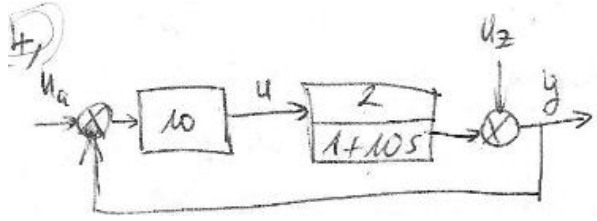
25. $F(s)=10/(1+5s)$ – $f(t)=?$

$f(t)=2+3t$ – $F(s)=?$

26. Számolja ki az $u(t)$ és $y(t)$ időfüggvényeket! Szabályozás nélkül a zavarójel milyen hatást gyakorolna a szabályozó jellemzőre?

$u_a(t) = 1(t)$

$u_z(t) = 1(t)$



27. Minőségileg helyesen ábrázolja az integráló szabályozás zárt körének eredő átmeneti függvényét!

29. Adja meg a PID szabályzó gyakorlatban is használt verziójának komplex frekvenciatárománybeli felírási módját!

30. Melyek a rendszeranalízis alapvető feladatai. Sorolja fel a folytonos dinamikus rendszer alapstruktúrákat és emeljen ki mindegyiknél 1-1 előnyt és hátrányt.

31. Mi a Kessler féle modulusz és szimmetrikus kritériumok közötti különbség? Hogyan alkalmazható a kritérium, ha a rendszer átviteli függvénye nagyobb fokszámú, mint a táblázatban szereplő esetetek?

32. Milyen előnyöket és hátrányokat tudna felsorolni a Kessler-féle módszer és a Ziegler-Nichols módszerek között?

33. Sorolja fel a Ziegler Nichols módszer stabilitás határának elérésén alapuló változatának tervezési lépéseit!

34. Sorolja fel a Ziegler Nichols módszer kísérleti identifikáción alapuló változatának tervezési lépéseit! Indokolja meg, miért alkalmazható a rendszer csak holtidővel rendelkező rendszer esetén.