Rendszeroptimalizálás
Pótzárthelyi feladatok
2019. május 7.

1. a) Írjuk fel a jobbra látható lineáris programozási feladat duálisát. (A felírás hasonló alakú legyen, mint a primál felírása, vagyis *ne* mátrixos alakot használjunk.)

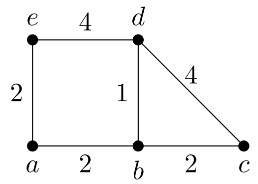
b) Igaz-e, hogy az $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 1$ választással a (primál) feladat egy maximumhelyét adtuk meg?

$\max\{x_2 + x_3 + 4x_4\}$
ha
$3x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 \leq 9$
$x_1 + x_3 - x_4 \geq 1$
$x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 8$

2. Egy minimális költségű folyamfeladatot lineáris programként modellezve a $\min\{cx : Ax \leq b, x \geq 0\}$ feladatot kapjuk, ahol A, b és c alább látható. Adjuk meg a szóban forgó minimális költségű folyamfeladatot: rajzoljuk fel a hozzá tartozó irányított gráfot és ezt egészítsük ki minden olyan (numerikus és nem numerikus) adattal, ami a folyamfeladat kitűzéséhez szükséges. (A megoldásból derüljön ki, hogy ezeknek az adatoknak mi a pontos szerepe a feladatban.)

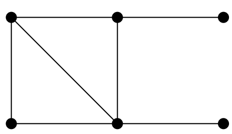
$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Futtassuk le és dokumentáljuk a Steiner-fa probléma közelítésére tanult approximációs algoritmust az alábbi bemeneten $T = \{a, c, d, e\}$ mellett.



4. a) Határozzunk meg egy minimális lefogó ponthalmazt az alábbi gráfban.

b) Mekkora lesz az a legkisebb lefogó ponthalmaz, melyet ebben a gráfban a minimális lefogó ponthalmaz probléma közelítésére tanult approximációs algoritmusok futtatásakor kaphatunk? (Mind a két tanult algoritmust vegyük figyelembe.)



5. Egy probléma bemenete pozitív egész számok egy $n, a_1, a_2, \ldots, a_n$ sorozata. Döntsük el, hogy egy, a problémára adott $\frac{1}{2^n}(a_1 + a_2 + \ldots + a_n)$ lépésszámú algoritmus polinomiális-e.

A feladatok megoldásához segédeszköz nem használható, a megoldásokat indokolni kell. A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc. Minden feladat 12 pontot ér. Az aláíráshoz szükséges minimális pontszám 24. Elégséges megajánlott jegyhez legalább 33, közepeshez 42, jóhoz 51 pontot kell elérni. Kérjük, hogy **minden feladat külön lapra** kerüljön. A lapok tetején jól láthatóan legyen feltüntetve a név, a Neptun-kód és a feladat sorszáma.