Molnár Martin
2018

Ellenőrző kérdések kidolgozása

Bilicz Sándor félév végi összefoglaló kérdéssorához

FIGYELEM! Az alábbi kidolgozás nem ellenőrzött, így hibák, pontatlanságok előfordulhatnak benne. Kérlek kezeljétek kritikával és odafigyeléssel, ez csupán egy kapaszkodó a szóbeli vizsgára való készüléshez.

Ismertesse a jel és a rendszer fogalmát, ill. ezek kapcsolatát. Mikor mondjuk, hogy egy rendszer lineáris, idő invariáns ill. kauzális?
A jel egy fizikai mennyiség, (pl. áramerősség vagy feszültség), a változó információt hordozó része. A rendszer egy objektum modellje, bemeneti és kimeneti jelekből áll. Nálunk a bementi jel a gerjesztés, a kimenő jel pedig a válasz. Linearitás fogalma matematikából definiált. Időinvariáns a rendszer, hogyha érzéketlen az időbeli eltolásra, időfüggetlen. A rendszer kauzális, ha az y(t0) válasz, csak u(t) t=<0 gerjesztés értékétől függ. A kauzalitás tárgya, hogy van-e ok-okozati összefüggés a rendszerben.

Mit értünk Kirchhoff-típusú és ezen belül villamos hálózat alatt? Hogyan reprezentálhat rendszert egy villamos hálózat?
A Kirchhoff-típusú hálózat komponensek összekapcsolásából áll, melyeknek karakterisztikája (viselkedése) előírt, és köztük az összekapcsolási kényszerek vannak. Villamos hálózatban a komponensek kétpólusok, melyek karakterisztikája az u-i kapcsolat. Rendszert reprezentálhat egy villamos hálózat, ha meg lehet adni, hogy miként transzformálja válasszá a gerjesztést a hálózat.

Mit értünk egy kétpólus karakterisztikája alatt? Definiálja a villamos hálózatot alkotó kétpólusokra a linearitás, invariancia és passzivitás fogalmát. Mi a különbség a rezisztív és a dinamikus kétpólusok között?
Karakterisztikának nevezzük egy kétpólus áram(i)-feszültség(u) kapcsolatát. Lineáris a kétpólus, ha lineáris kapcsolat van az áram és a feszültség között. Invariáns a kétpólus ha érzéketlen az áram-feszültség kapcsolat az időbeli eltolásra. Passzív a kétpólus, ha munkafüggvénye nem negatív, aktív, ha negatívvá is válhat. Egy hálózat rezisztív, ha nincsen benne dinamikus kétpólus, azaz a kétpólusok árama és feszültsége egyértelműen meghatározzák egymást. Dinamikus kétpólus karakterisztikájában van differenciál/integrál-operátor.

Mikor mondjuk, hogy két kétpólus csatolt? Soroljon fel néhány jellemző csatolt kétpóluspárt (girátor, vezérelt források, ...) és adja meg a karakterisztikájukat.
Egy kétpóluspár csatolt akkor, ha nem függetlenek egymásáramától és feszültségétől. Ilyenek például az ideális transzformátor (u1=n*u2, i2=-n*i2), girátor (u1=-r*i2, u2=r*i1), vezérelt források (pl. áramvezérelt áramforrás i=Alpha*iv, vagy áramvezérelt feszültségforrás u=r*iv).

Fogalmazza meg Kirchhoff áram- és feszültségtörvényét. Mit értünk fundamentális vágat- ill. hurokrendszer alatt, és mi ezek szerepe a hálózatanalízisben?
Kirchhoff-áramtörvénye értelmében bármely zárt felületre az áram előjeles összege zérus. A független áramtörvények száma r=n-1. A fundamentális áramtörvényrendszer maximális (n-1) számú független áramtörvényt tartalmaz. Legegyszerűbb előállítása, ha a n-1 csomópontra felírjuk az áramtörvényt. Kirchhoff-feszültségtörvénye értelmében bármely zárt görbére (hurokra) a feszültségek előjeles összege zérus. A független feszültségtörvények maximális száma l=b-n+1. Fundamentális feszültségtörvény-rendszert alkot maximális (b-n+1) számú független feszültségtörvény. Legegyszerűbb előállítása, ha sorrendben 1, 2, … , l db hurkot veszünk fel úgy, hogy minden egyes új hurok tartalmaz legalább egy olyan kétpólust, melyet az előzőek nem tartalmaztak. A hálózatanalízisben kitüntetett szerepük van, mert ezeken alapszik a csomóponti potenciálok és a hurokáramok módszere.

Mondja ki Tellegen tételét villamos hálózatokra. Mutassa meg a tétel alapján, hogy az energiamegmaradás elve teljesül villamos hálózatokra.

A tétel alapján tetszőleges hálózatok esetén az egyik hálózat adott ágának áramai és a másik hálózat ugyanazon ágának feszültségeit összegezve 0-t kapunk, amennyiben az egyes hálózatokban a a feszültségek és az áramok kielégítik a fundamentális FT/ÁT rendszerét. Tellegén tétele villamos hálózatokra kimondja, hogy az összetartozó u feszültségek és i áramok szorzatösszege nulla, így a hálózat összes teljesítménye nulla. Ez összhangban van az energiamegmaradás törvényével.

Hogyan lehet szisztematikusan fundamentális vágatill. hurokrendszert generálni?
Vágatrendszer: vegyük a hálózat egy helyettesítő gráfját, keressünk benne (pl. Kruskal-algoritmussal) feszítőfát, majd minden faélhez vegyünk egy vágást úgy, hogy csak azt az adott faélt tartalmazza, másiakt ne. → fundamentális ÁT
Hurokrendszer: vegyük a hálózat egy helyettesítő gráfját, keressünk benne (pl. Kruskal-algoritmussal) feszítőfát, majd minden kőtághoz vegyünk egy hurkot úgy, hogy csak azt az adott kötőágat tartalmazza, másikat ne. → fundamentális FT

Hogyan épül fel a hálózati egyenletek teljes rendszere? Nyilatkozzon az egyes egyenletcsoportok számosságáról, ill. az ismeretlenek számáról.
Legyen egy hálózatban b db kétpólus, ekkor 2b db változónk lesz (uk, ik ahol k=1,2,..b). Minden kétpólusra vonatkozik egy karakterisztika, ez k db egyenlet. A Kirchhoff-egyenletek: r=n-1 db áramtörvény, és l=b-n+1 db feszültségtörvény; ez összesen újabb k db egyenlet. Összegezve ez a 2k db egyenlet adja a hálózati egyenletek teljes rendszerét.

Mit érünk egy Kirchhoff-típusú hálózat regularitása alatt? Mutasson néhány példát nem-reguláris villamos hálózatra.
Egy Kirchhoff-típusú hálózat reguláris, ha a hálózati egyenletek teljes rendszeréből mindegyik ismertlen (uk, és ik) meghatározható. (nemreguláris hálózat: R + 3db áramforrás → ÁT)

Ismertesse a csomóponti potenciálok módszerének alkalmazását villamos hálózatok számítására. Hogyan célszerű a független feszültségforrásokat kezelni az egyenletek felírása során?
A csomóponti potenciálok módszere során a hálózatban maximum n-1 db ismeretlen csomóponti potenciált veszünk fel, ezeket tetszőlegesen elnevezzük célszerűen például fí0, fí1…-nek. Szabadon megválaszthatunk egy nulla potenciálú csomópontot, melyhez ezután a többit viszonyítjuk. Minden egyes csomópontra felírjuk az áramtörvényeket, és ad-hoc egyenletrendezéssel kifejezzük egymásból az ismeretleneket. Így reguláris hálózat esetén biztosan megoldásra jutunk. Ha tartalmaz független feszültségforrást a hálózat, akkor mivel ennek a feszültsége ismert, az ismeretlenek száma egyel csökken. Érdemes emiatt a nullpotenciált olyan helyre választani, hogy a feszültségforrás egyik pólusa csatlakozzon a csomóponthoz.

Ismertesse a hurokáramok módszerének alkalmazását villamos hálózatok számítására. Hogyan célszerű a független áramforrásokat kezelni az egyenletek felírása során?
A hurokáramok módszere során a hálózatban maximum b-n+1 db ismeretlen hurokáramot vezetünk be, ezeket tetszőlegesen elnevezzük célszerűen h1, h2..-nek. Minden egyes hurokra felírjuk a feszültségtörvényeket, és ad-hoc egyenletrendezéssel kifejezzük egymásból az ismeretleneket. Így reguláris hálózat esetén biztosan megoldásra jutunk. Ha tartalmaz független áramforrást a hálózat, akkor az áramforráson csak egy hurok haladhat át, és a hurok árama meg fog egyezni az áramforrás áramával. Ezáltal az ismeretlenek számát tovább csökkenthetjük.

Milyen feltételek mellett és hogyan alkalmazható a szuperpozíció elve több forrást tartalmazó villamos hálózatok számítására?
Ha egy hálózatban csak független források vannak, akkor alkalmazhatjuk a szuperpozíció elvét. Ennek lényege, hogy több forrás esetén, az egyes forrásokat külön-külön vesszük figyelembe, majd a részeredményeket összegezzük. Az éppen vizsgált forráson kívül a többit dezaktivizálni kell.

Mit ért egy összetett – független forrást nem tartalmazó – lineáris kétpólus eredő ellenállása alatt? Vezesse le az elemi összekapcsolásokra (soros és párhuzamos) vonatkozó formulákat.

Az eredő ellenállás egy olyan ellenállás, mellyel az összes többit egymagában helyettesíteni tudjuk. Soros eredő: R1+R2, párhuzamos eredő R1xR2. Igazolás Ohm-törvénnyel(sorosra U, párhuzamosra I).

Mit értünk egy összetett – független forrást is tartalmazó – lineáris kétpólus Thévenin ill. Norton helyettesítő generátora alatt? Hogyan lehet a helyettesítő generátorok paramétereit meghatározni?

Az összetett lineáris kétpólus elemi lineáris kétpólusok összekapcsolásából áll, és független forrást is tartalmazhat. Az ilyen összetett kétpólusok helyettesíthetők Thévenin és Norton generátorokkal. A Thévenin generátor egy olyan feszültséggenerátor, amely egy ideális feszforrásból és egy vele sorosan összekapcsolt ellenállásból áll. Az ellenállás nagysága a dezaktivizált hálózat eredője, a forrásfeszültség pedig a szakadási feszültség. Ennek párja a Norton generátor, amely egy olyan áramgenerátor, amely egy ideális áramforrásból és egy vele párhuzamosan kapcsolt ellenállásból áll, melynek nagysága szintén megegyezik a dezaktivizált hálózat eredőjével. Az áramforrás nagysága pedig a rövidzárási áram. A szakadási feszültség és a rövidzárási áram hányadosának -1-szerese az eredő ellenállást adja.

Hogyan határozható meg egy független forrást is tartalmazó kétpólusból kivehető maximális teljesítmény? Mit értünk teljesítményillesztés alatt?

Határozzuk meg hogy mekkora terhelő-ellenállás mellett lesz maximális a teljesítmény. Bizonyítható, hogy Rt teljesítménye akkor lesz maximális, ha Rt=Rb. A maximális teljesítmény pedig a szakadási feszültségből és Rt-ből számítható: Pmax=U0*U0/4Rb.

Mit értünk lineáris, rezisztív kétkapu alatt? Adja meg egy kétkapu lehetséges karakterisztikáit. Mi a különbség ill. hasonlóság négypólus, csatolt kétpólus és kétkapu között?

A lineáris, rezisztív kétkapu csak lineáris, rezisztív kétpólusokat tartalmaz, független forrásokat nem. Lehetséges karakterisztikák: impedancia (R), admittancia (G), hibrid (H), inverz-hibrid (K), lánc (A), inverz-lánc (B). A négypólus és a kétkapu szintén 4-4 pólussal rendelkezik, de a kétkapunak csak 4, míg a négypólusnak 6 független változója van. A kétpólusban és a kétkapuban sincsen független forrás, a kétkapu pedig egy speciális, kétpólussal lezárt kétpólus.

Mit értünk egy lineáris, rezisztív kétkapu vonatkozásában reciprocitás, szimmetria és passzivitás alatt? Adja meg reciprocitás és szimmetria feltételét az impedancia-karakterisztika alapján.

Egy kétkapu reciprok, ha a primer oldalra bekötött áramforrás és a szekunder oldalra kötött ideális feszültségmérő felcserélhetők (i1(1)=i2(2) → u2(1)=u1(2)). Ellenállások és IT összekapcsolásából reciprok kétkapuhoz jutunk. Szimmetrikus ha reciprok, és még teljesül, hogy u1(1)=u2(2). Impedancia karakterisztikából meghatározhatók a feltételek: Ha R12=R21, akkor reciprok, és ha ezen felül R11=R22 akkor szimmetrikus is.

Ismertesse a reciprok kétkapuk helyettesítését T- ill. Π-taggal. Hogyan határozhatók meg a helyettesítő kapcsolások paraméterei? Ismertesse a nemreciprok kétkapuk természetes helyettesítő kapcsolásait. Mutasson példát olyan kétkapura, amelynek valamely karakterisztikája nem értelmezett.

Kétkapu-helyettesítés egy olyan egyszerű kapcsolás, amely realizál egy adott karakterisztikát. T-tag esetén két sorosan kapcsolt ellenállás közé egy párhuzamos ellenállást kötünk (érdemes hurokáramokkal számolni), míg Π-tag esetén két párhuzamosan kötött ellenállás közé kötünk sorosan egy harmadikat (érdemes csomópontival számolni). A paraméterek meghatározhatók úgy, hogy az adott karakterisztikának megfelelő alakra hozzuk a hálózategyenleteket, és az együtthatók lesznek a karakterisztika-paraméterek.

Nemreciprok kétkapuk természetes helyettesítő kapcsolása esetén az adott karakterisztikából találunk ki kapcsolást. Ezt úgy tehetjük meg, hogy megnézzük a karakterisztika bal oldalán szereplő értéket. Feszültség esetén sorosan, áram esetén pedig párhuzamosan kell kötnünk egymással a komponenseket. A komponensek fajtáját az adott karakterisztika határozza meg (pl. hibrid-karakterisztikánál u1=H11*i1+H12*u2 esetén H11 nagyságú ellenállást kötünk sorba H12*u2 nagyságú feszvezérelt feszforrással).

Ismertesse a nemreciprok kétkapuk helyettesítését hibrid T- ill. Π-taggal. Hogyan határozhatók meg a helyettesítő kapcsolások paraméterei?

Nemreciprok T- és Π-tag esetén a kapcsolás egy-egy vezérelt forrással egészülnek ki. A reciprok kétkapukhoz hasonló módon kell meghatározni a paramétereket, érdemes T-tag esetén hurokáramokkal, Pí-tag esetén pedig csomóponti potenciálokkal számolni.

Mit értünk kétkapuk lánc-kapcsolása alatt, és hogyan határozható meg az eredő kétkapu valamely karakterisztikája?

Két kétkaput egymás után összekötve lánckapcsolt kétkaput kapunk. Az őket összekötő áram i0, a feszültség pedig u0 lesz, így a bementi paraméterek lesznek az i1, u1, a kimenetiek pedig az i2, u2 azonos irányban. Az eredő karakterisztika A1 és A2 mátrixok szorzataként adódik, ahol A1 az u0 és i0 kifejezése i1, u1-gyel, az A2 pedig u0, i0 karakterisztikája i2, u2-re.

Definiálja lezárt kétkapura a bemeneti ellenállás, feszültség- és áramátviteli tényező, valamint az átviteli konduktancia és átviteli rezisztencia fogalmát.

A bemeneti ellenállás adott lezárás mellett a primer oldali feszültség és áram hányadosa (u1=i1). A többi fogalom szintén csak adott lezárás mellett érvényes: a feszültségátviteli tényező=u2/u1, áramátviteli tényező=i2/i1, átviteli rezisztencia=u2/i1 és átviteli konduktancia=-i2/u1.

Definiálja a kondenzátort és a tekercset, mint villamos kétpólust. Írja fel ezek karakterisztikáját, ill. a tárolt energiát megadó formulákat.

A kondenzátor (kapacitás) elektromos energia tárolására alkalmas dinamikus kétpólus. Töltése Q=C*uc, árama ic=C*u’c, a tárolt energiája pedig Wc=1/2*(C*uc^2). Uc=0 esetén a kondenzátor energiamentes.
A tekercs (induktivitás) mágneses energia tárolására alkalmas dinamikus kétpólus. Fluxusa: FI=L*il, feszültsége ul=l*i’l, a tárolt energiája pedig Wl=1/2*(L*il^2). Il=0 esetén a tekercs energiamentes.

Mit értünk egy lineáris dinamikus hálózat állapotváltozós leírásának normál alakja alatt? Mely tulajdonságok definiálják az állapotváltozókat? A hálózat mely feszültségeit és áramait célszerű állapotváltozóknak választani?

Állapotváltozós leírása csak rendszernek lehet, így a hálózatban ki kell jelölni mindig egy gerjesztést és egy választ, melyre az állapotváltozós leírást előállítjuk. Az állapotváltozók értékei megadhatók egy t>t0 időintervallumon, ha értékei ismertek t=t0-ban, a rendszer leírása ismert t=>t0 időintervallumon, és ismert a gerjesztés t>t0 időintervallumon. Ezen felül szükséges, hogy ha t=t0-ban ismert a rendszer leírása és ismertek az állapotváltozók értékei, akkor megadható a rendszer válasza t=t0-ban. Az állapotváltozókat a minimális változóhalmaz adja, ezek célszerűen a kondik feszültségei és a tekercsek áramai. Az állapotváltozókat állapotvektorba foglalhatjuk, melynek elemei az állapotváltozók. A normálalak: x’=A*x+B*u és y=C^T*x+D*u, ahol x’ az állapotvektor deriváltja, u a gerjesztés, A a rendszermátrix (N*N-es), x az állapotvektor, B egy (1*N)-es oszlopvektor, C^T pedig egy (N*1)-es sorvektor, D pedig konstans.

Mit értünk egy rendszer rendszáma alatt? Mit jelent a dinamikus hálózat regularitása, és mi ennek kapcsolata az állapotváltozós leírással? Mutasson példát nem-reguláris dinamikus hálózatra.

Egy rendszer rendszámán (N) azt értjük, hogy hány dinamikus komponenst (tárolót) tartalmaz. Ezalapján beszélhetünk elsőrendű, másodrendű, és többtárolós rendszerekről. Az állapotváltozók száma megegyezik a rendszámmal. Egy dinamikus hálózat reguláris, ha a hálózati egyenletek egyértelműen megoldhatók bármely áramra, feszültségre bármely gerjesztés esetén; így időben véges forrásmennyiségekre időben véges áramot és feszültséget kapunk. Véges időben véges gerjesztés esetén az állapotváltozók értéke (kondi feszültsége, teki árama) nem ugorhat. ÁVLNA létezése ←→ reguláris hálózat. Nem reguláris például a csak feszforrásból és egy kondiból álló hálózat (kvázireguláris).

Ismertessen egy módszert, amellyel egy hálózat állapotváltozós leírása szisztematikusan előállítható. Definiálja a hálózatszámítás alapfeladatát dinamikus hálózatokra.

Az ÁVLNA előállítható ad-hoc egyenletrendezéssel. Írjuk fel a hálózatra a hálózategyenletek teljes rendszerét, majd használjuk a csomóponti potenciálok/hurokáramok módszerét. Fejezzük ki egymásból az ismeretleneket, és rendezzük az egyenleteket az állapotváltozók deriváltjaira, illetve a válaszra, így előáll az állapotváltozós leírás. Az így kapott egyenletrendszer egy differenciál-egyenletrendszer, ennek megoldása a hálózatszámítás alapfeladata dinamikus hálózat esetében.

Mit értünk bekapcsolási jelenség alatt? Mit értünk kiindulási és kezdeti érték alatt? Mit állíthatunk az állapotváltozók folytonosságáról korlátos ill. nem korlátos gerjesztés mellett?
A bekapcsolási jelenség esetében a gerjesztés t<0-ra u=0, ebből következik, hogy az állapotvektor -0-ban vett értéke nullvektor: x(-0)=0. A bekapcsolás a t=0 időpillanatban történik, ekkor adunk gerjesztést a hálózatra. A kiindulási érték az állapotváltozó t(-0)-beli, a kezdeti pedig t(+0)-beli értéke. A kiindulási érték az állapotváltozó a t -0-hoz tartó határértéke. Ha a gerjesztés korlátos, akkor az állapotváltozók folytonosak, így nem ugorhatnak → x(-0)=x(+0). Nem korlátos gerjesztés esetén nem folytonosak az állapotváltozók.

Ismertesse az összetevőkre bontás módszerének egyes lépéseit az állapotegyenletek megoldására.
Az összetevőkre bontás módszerének lényege, hogy az állapotváltozót x(t)=xf(t)+xg(t) szabad és gerjesztett összetevők összegeként határozzuk meg, melyet a válasz egyenletébe behelyettesítve megoldáshoz jutunk. A szabad összetevő meghatározásához szükségünk van a rendszer sajátértékeire és sajátvektoraira, ehhez a det(I*Lambda-A)=0 mátrixegyenletet kell megoldani. A sajátértékek és a hozzájuk tartozó sajátvektorok segítségével a szabad összetevő felírható Svektor*Konstas*$e^{Lambda*t}$ tagok összegeként. Ezen összeg K konstansait csak később tudjuk meghatározni. Az xg gerjesztett összetevőt az x'g=A*x+B*u egyenletből határozhatjuk meg; ez konstans gerjesztésre xg=A^{-1}*(-B*u) formában áll elő. Végül érvényesíteni kell a kezdeti feltételeket: x(+0)=xf(+0)+xg(+0) amelyből az e^0=1 a K konstansok előállíthatók. Az így megkapott állapotváltozók segítségével fejezzük ki a választ.

Mit értünk az állapotvektor szabad összetevője alatt? Mi ennek a fizikai tartalma?
A szabad összetevő az állapotvektor homogén, de általános megoldása. Fizikai értelemben ez a „magára hagyott" rendszer válasza.

Írja fel az állapotvektor szabad összetevőjének általános alakját, feltéve, hogy a rendszermátrix minden sajátértéke egyszeres. Hogyan viselkedik a szabad összetevő a t → ∞ esetben a sajátértékek különböző értékei mellett?
$xf(t)= \sum S_k*K_k*e^{L_k*t}$
Valós értékek esetén a szabad összetevő egy idő után (kb. t=5Tau) lecseng, és a hálózat nyugalomba kerül.
Konjugált komplex gyökpár esetén exponenciális lecsengő cosinusz függvényt kapunk válaszul, melynek csillapítási tényezője Ró=Re{Lambda}.

Írja fel egy másodrendű rendszer állapotvektorának szabad összetevőjének általános alakját akkor, ha a két sajátérték komplex konjugált párt alkot.
$xf(t)=e^{\sigma*t} * |M_1| * S_{1x} * e^{j*\rho} * e^{j*\omega*t} + (S_{1x}*) * e^{-j*\rho} * e^{-j*\omega*t}$

Mit értünk az állapotvektor gerjesztett összetevője alatt? Hogyan határozható meg a gerjesztett összetevő konstans gerjesztés esetén?
A gerjesztett összetevő az állapotvektor inhomogén, de egy partikuláris megoldása. Ha konstans a gerjesztés, akkor mivel (konstans)'=0 → xg=A^{-1}*(-B*u).

Írja fel egy egytárolós hálózat válaszának általános alakját t > 0-ra abban az esetben, amikor a gerjesztés állandó a t > 0 intervallumon. Mi az időállandó és hogyan befolyásolja a tranziens folyamat lefutását?
$y(t)=(y(+0)-y(\infty))*e^{-t/Tau}+y(\infty)$ ahol tau:=időállandó, amely tau= -1/lambda. A domináns időállandó van legnagyobb befolyással a lecsengés gyorsaságára, és általában t=5Tau időpillanat után nyugalomban lesz a hálózat.

Molnár Martin
2018

Hogyan határozható meg egy egyetlen kondenzátort vagy tekercset tartalmazó hálózat időállandója? Definiálja az egységugrás-függvényt és a Dirac-impulzust. Mi a kapcsolat e két jel között? Definiálja egy lineáris, invariáns rendszer ugrásválaszát és impulzusválaszát.
Ha egyetlen egy dinamikus elem van a hálózatban akkor az időállandó számítható Tau=C*Rb vagy L/Rb módon, ahol Rb a dezaktivizált hálózat eredője a dinamikus kétpólus helyéről nézve.
Az egységugrás függvény Epszilon(t) olyan belépő függvény (f(t)=0 ha t<0) amely t<0-ra 0, t>=0-ra pedig 1. Az egységugrás gerjesztésre adott válasz a rendszer ugrásválasza g(t). A Dirac-impulzus egy olyan disztribúció, amelyre igaz, hogy Delta(t)=0 ha t!=0 és Delta(t) -∞től ∞-ig vett t szerinti integrálja 1 (ez szemléletesen egy t=0-ban végtelen nagyságú impulzus). Az impulzusválasz h(t) a Dirac-delta gerjesztésre adott válasza a rendszernek. A kettő közötti kapcsolat az, hogy az ugrásválasz általánosított deriváltja az impulzusválasz: h(t)=Epszilon(t)*g'(t)+Delta(t)*g(+0).

Mi ezek dimenziója abban a négy különböző esetben, amikor a gerjesztés és a válasz rendre feszültség vagy áram?
Ugrásválasz/impulzusválasz
Gerjesztés áram, válasz áram: 1 / 1/s
Gerjesztés áram, válasz feszültség: ellenállás (Ohm) / induktivitás (L)
Gerjesztés feszültség, válasz feszültség: 1 / 1/s
Gerjesztés feszültség, válasz áram: vezetés (Siemens) / kapacitás (C)

Hogyan határozható meg egy lineáris, invariáns rendszer válasza egy adott gerjesztésre az impulzusválasz ismeretében? Térjen ki a belépő gerjesztés ill. a kauzális rendszer speciális esetére. Vázolja a konvolúciós integrál szemléletes jelentését.

Adja meg egy lineáris invariáns rendszer ugrásválaszának és impulzusválaszának kapcsolatát. Mit értünk általánosított derivált alatt?
A kettő közötti kapcsolat az, hogy az ugrásválasz általánosított deriváltja az impulzusválasz: h(t)=Epszilon(t)*g'(t)+Delta(t)*g(+0). Egy f(t) függvény általánosított deriváltja az a függvény, melyet integrálva megkapjuk az eredeti függvényünket: $f(t) = \int_{-\infty}^{t} f'(\tau)\, d\tau$ → ekkor f '(t) az f(t) általánosított deriváltja.

Hogyan és milyen feltétel mellett modellezhető egy lineáris rendszer bemenetére adott „rövid" feszültségimpulzus Dirac-impulzussal? Hogyan közelíthető ekkor a rendszer válasza?
X(-0)=0 kiindulási érték mellett a rendszer impulzusválasza közelíthető Dirac-impulzussal. Ekkor x(-0)!=x(+0). Az állapotvektor +0-beli értékét B oszlopvektorból kaphatjuk meg: x(+0)=B. Dirac-delta gerjesztés esetén a gerjesztett összetevő xg=0, így a K konstansokat könnyedén meghatározhatjuk, mert csak a szabad összetevő adja az állapotvektort. Ekkor K*M=B vagy mátrixosan: $K=M^{-1}*B$.

Definiálja az aszimptotikus stabilitás fogalmát, és adja meg a feltételét az állapotváltozós leírás ismeretében. Mit értünk a rendszermátrix karakterisztikus egyenlete alatt?
Egy rendszer A-stabilis ha a rendszert „magára hagyva" minden állapotváltozó bármely gerjesztés esetén zérushoz tart. Ennek feltétele, hogy a rendszermátrix sajátértékei negatív valósrészűek legyenek. Karakterisztikus egyenletet akkor kapunk a rendszermátrixból, ha a det(L*I-A)=0 egyenletet úgy oldjuk meg, hogy a mátrix determinánsát kifejtjük, és karakterisztikus polinomként írjuk fel az egyenletet 0-ra L^N-től L^0-ig.

Definiálja egy lineáris invariáns rendszer gerjesztés-válasz stabilitását, és adja meg ennek feltételét a rendszer impulzusválaszára vonatkozóan.
Egy rendszer GV-stabilis, ha bármely korlátos gerjesztésre korlátos választ ad. Csak és csakis akkor lesz GV-stabilis a rendszer, ha a rendszer impulzusválaszának abszolútértéke -∞től ∞ig abszolút integrálható (<∞).

Molnár Martin
2018

Mi a kapcsolat egy rendszer aszimptotikus stabilitása és gerjesztés-válasz (GV) stabilitása között? Adjon egy egyszerű példát arra az esetre, amikor a rendszer GV stabilis, de nem aszimptotikusan stabilis. Van-e gyakorlati jelentősége az ilyen elfajuló eseteknek?
Ha egy rendszer aszimptotikusan stabilis, akkor abból következik, hogy gerjesztés-válasz stabilis is. Ez fordítva viszont nem igaz. Nincsen gyakorlati jelentősége azoknak az eseteknek, amikor egy rendszer GV-stabilis, de nem A-stabilis. Egy hálózat stabilis, ha a belőle kapható összes részhálózat aszimptotikusan stabilis.

Milyen feltétel mellett alakul ki szinuszos állandósult állapot egy lineáris villamos hálózatban szinuszos gerjesztés hatására?
Szinuszos állandósult állapot csak GV-stabilis rendszereknél fordul elő, a rendszernek stabilisnak, lineárisnak és invariánsnak kell lennie. Az olyan rendszereket nevezzük szinuszos rendszernek, melyek gerjesztése szinuszos függvénnyel írható le.

Mit értünk egy időben szinuszosan változó jel komplex amplitúdója (fazorja) alatt? Hogyan ábrázolhatók a fazorok? A szinuszos jeleken végzett műveletek (jelek összeadása, skalárral szorzása, idő szerinti differenciálása) hogyan végezhetők el a fazorok segítségével?
Egy szinuszosan változó jel komplex amplitúdója az a csúcsérték, amelynél nagyobbat a jel nem vehet fel; ezt szokás fazornak is nevezni. Egy szinuszosan megadott jelből komplex csúcsértéket a következő módon állíthatunk elő: u(t)=3cos(wt+30) → $\underline{U}=3e^{j30}$. A fazorokat a komplex számsíkon ábrázolhatjuk, akár visszaalkítva algebrai alakra, de a hosszúság és a fí szög ismeretében enélkül is felrajzolhatóak. Értelmezettek és elvégezhetőek az alapvető műveletek fazorokkal is ha azonos frekvencián vannak. Az összeadás egyszerűen a valósrészek és az képzetesrészek külön-külön összeadása, a skaláris szorzás pedig a csúcsérték hosszának megszorzása. Az idő szerinti deriválás a komplex csúcsérték jw-val való szorzatának valósrésze (Re{jw*$\underline{Y}$}). A fazorábra kapacitív ha az áram siet a feszültséghez képest, induktív ha az áram késik a feszültséghez képest.

Definiálja az impedancia fogalmát, és ismertesse az elemi lineáris kétpólusok (ellenállás, kondenzátor, tekercs) impedanciáját. Hogyan vezethetők le ezek az időtartománybeli karakterisztikákból?
Az impedancia szinuszos állandósult rendszerben a komplex feszültség csúcsértékének és a komplex áram csúcsértékének hányadosa $\underline{Z}=\underline{U}/\underline{I}$.
Az ellenállás impedanciája tisztán valós $\underline{Z}$=R (u(t) = U*cos(ω*t +φ)→$\underline{U}$ és i(t) = I*cos(ω*t+ρ)→$\underline{I}$).
A kondenzátor impedanciája tisztán képzetes $\underline{Z}$=1/(jwC) (u(t) = U*cos(ω*t+φ)→$\underline{U}$ és i(t) = C*duc/dt = C*ω*j*cos(ω*t+ρ+π/2)→$\underline{I}$=jwC*$\underline{U}$).
A tekercs impedanciája szintén tisztán képzetes $\underline{Z}$=jwL (i(t) = U*cos(ω*t+ρ)→$\underline{I}$ és u(t) = L*di/dt = L*ω*j*cos(ω*t+φ+π/2)→$\underline{U}$=jwL*$\underline{I}$).

Mit értünk rezisztencia és reaktancia fogalma alatt?
Rezisztenciának nevezzük az impedancia valós részét (R), reaktanciának pedig a képzetes részét (X). X>0 esetén induktív, X<0 esetén kapacitív jellegű a reaktancia.

Mutassa meg, hogy Kirchhoff áram- és feszültségtörvénye a szinuszos áramok és feszültségek komplex amplitúdóira is érvényes egy villamos hálózatban. Mit állíthatunk ennek alapján a csomóponti potenciálok és a hurokáramok módszerének alkalmazhatóságáról?
Ha egy időtartományban megadott hálózat gerjesztését átírjuk frekvenciatartományba, akkor az adott frekvenciatartományon fiktív rezisztív hálozathoz jutunk, ha a dinamikus elemeket impedanciájukkal helyettesítjük. Az így kapott hálózatban minden feszültség és áram komplex (csúcs)érték. A tisztán rezisztív hálózatokon értelmezett Kirchhoff-törvények itt is alkalmazhatoák, kis módosításokkal. Az áramtörvény a komplex áramok csúcsértékeinek összegére, míg a feszültségtörvény a komplex feszültségek csúcsértékeinek összegére vonatkozik. Ezalapján használhatók komplex számítási módban is a csomóponti potenciálok illetve a hurokáramok módszere.

Ismertesse a soros és párhuzamos rezgőkörök impedanciájának frekvenciafüggését veszteséges és veszteségmentes esetben. Mit értünk rezonancia alatt?

Soros rezgőkörben megfelelő paraméterek mellett az induktivitás és a kapacitás reaktanciája megegyezik, ebben az esetben akkor is képes rezegni a rezgőkör, ha magára hagyjuk. Az ehhez szükséges rezonanciafrekvencia $w=1/(L*C)^{1/2}$. Ekkor veszteségmentes esetben a kondi és a tekercs feszültsége ellentétes irányú és egyenlő nagyságú, ezért a rezgőkör feszültsége csak az R ellenállástól és I áramtól függ → veszteségmentes (ideális R=0) rezgőkör impedanciája Z=jwL+i/(jwC). Az impedanciaminimum rezonanciafrekvencián alakul ki, míg 0 vagy végtelenhez tartó körfrekvencián végtelenül nagyra nő az impedancia. Rezonanciafrekvencia alatt induktív, felette pedig kapacitív az impedancia jellege.
Párhuzamos rezgőkörben megfelelő paraméterek mellett az induktivitás és a kapacitás reaktanciája megegyezik, ebben az esetben akkor is képes rezegni a rezgőkör, ha magára hagyjuk. Az ehhez szükséges rezonanciafrekvencia $w=1/(L*C)^{1/2}$. . Ekkor veszteségmentes esetben a kondi és a tekercs feszültsége ellentétes irányú és egyenlő nagyságú, ezért a rezgőkör feszültsége csak az R ellenállástól és I áramtól függ → veszteségmentes (ideális G=0) rezgőkör impedanciája $Z=wL/(1-w^2LC)$. A képletbe behelyettesítve a rezonanciafrekvenciát azt kapjuk, hogy az impedancia végtelen, tehát a soros rezgőkör ekkor szakadással modellezhető.
Rezonanciának nevezzük azt, amikor egy rezgőkörben $X_L=X_C$, ekkor a rezgőkör w_0 rezonanciafrekvencián rezeg, amely: $w=1/(L*C)^{1/2}$.

Ismertesse a pillanatnyi, hatásos, meddő, látszólagos és komplex teljesítmény fogalmát, és ezek kapcsolatát. Milyen jellegzetes tulajdonságokkal rendelkezik a teljesítmények szempontjából az ellenállás, a kondenzátor ill. a tekercs? Mi a teljesítménytényező?
A pillanatnyi teljesítmény szinuszos állandósult rendszerben elhanyagolható fontosságú, sokkal nagyobb jelentősége van az egy periódusra vett átlagos teljesítménynek. A pillanatnyi teljesítményt összegalakban felírhatjuk, ekkor az első tag ½*U*I*cosfí, amely az átlagos teljesítmény, a második tag pedig az időfüggő ½*U*I*cos(2wt+2ró+fí). A hatásos teljesítmény így a pillanatnyi teljesítmény állandó része ½*U*I*cosfí, ez azonban egy effektív érték. Ha -90<fí<90 akkor fogyasztói állapot áll fent, ekkor cosfí>0, P>0, azonban ha 90<|fí|<180, akkor termelői állapot áll fent, ekkor cosfí<0, P<0. A látszólagos teljesímény S=1/2*U*I. A komplex látszólagos teljesítmény $\underline{S}=1/2*\underline{U}*\underline{I}^*$. A meddő teljesítmény a látszólag komplex teljesítmény imaginárius, míg a hatásos teljesítmény annak valós része. Az ellenállás tisztán hatásos teljesítménnyel bír, nincsen meddője, a kondenzátor és a tekercs pedig reaktánsok, nincsen hatásos, csak meddő teljesítményük: a kondi meddőt termel, a tekercs meddőt fogyaszt. A meddő teljesítmény mértékegysége a var (voltamper reaktáns).
Teljesítménytényezőnek nevezzük Lambda=P/S=cosfí-t, amely 0-1 között fogyasztói, -1-0 között termelői állandó.

Mit érünk egy lineáris kétpólus passzivitása alatt szinuszos állandósult állapotban? Adja meg a passzivitás feltételeit az impedanciára vonatkozóan.
Egy kétpólus passzív, ha csak fogyasztói állapotokkal rendelkezik.

Ismertesse a teljesítményillesztés fogalmát és feltételét szinuszos áramú hálózatok esetén.
Szinuszos állandósult állapotban találkozhatunk azzal a problémával, amikor egy terhelőimpedanciát kell úgy megválasztanunk, hogy azon a lehető legnagyobb teljesítményt kapjuk szinuszon gerjesztés mellett. A teljesítmény ebben az esetben akkor lesz maximális, ha a lezáró impedancia a hálózat eredő impedanciájának konjugáltja $\underline{Z}_t=\underline{Z}^*$. Ekkor a maximálisan átvihető teljesítmény $P_{max}=U_0^2/8R_b$ ahol $R_b=Re\{\underline{Z}_t\}$.

Mit értünk egy lineáris, invariáns rendszer átviteli tényezője és átviteli karakterisztikája alatt? Milyen feltétel mellett értelmezettek e jellemzők? Adja meg az átviteli karakterisztika általános alakját, mint jω függvényét.
Egy lineáris, invariáns rendszer átviteli karakterisztikája olyan w frekvenciaparamétertől függő függvény, amely a válasz és a gerjesztés komplex csúcsainak hányadosa. Ha egy adott körfrekvencián vizsgáljuk ezt, akkor eltűnik az w paraméter, ekkor átviteli tényezőről beszélünk. A rendszernek GV-stabilisnak kell lennie, egyébként más szavakkal megfogalmazva az átviteli tényező a konstans, amellyel megszorozva a gerjesztést, a választ kapjuk eredményként. Meghatározható az ÁVLNA-ból

H = Y / U = CT (j*ω*E – A)-1 * B + D, általános alakja pedig:
$H(jw)=(b0+b1(jw)+b2(jw)^2+...+bm(jw)^m)/(1+a1(jw)+a2(jw)^2+…+an(jw)^n)$ ahol n>=m.

Definiálja a decibel egységet és a dekád fogalmát. Hogyan ábrázolható az átviteli karakterisztika Nyquist- és Bode-diagramon? Illusztrálja az elmondottakat egy elsőfokú átviteli karakterisztikára.
Az amplitúdó karakterisztika adott w frekvencián az átviteli karakterisztika abszolútértéke. A decibel (dB) logaritmukus egység K>0-ra k=20lgK [dB]. A dekád a logaritmikus lépték, amely 10^x hatványok egyenlő lépésközökkel ábrázolva. Ilyen léptékű skálán léptetjük a frekvenciát a Bode diagram esetében, míg lineáris léptékkel logaritmikus egységben az amplitúdó-karakterisztikát. A Nyquist diagramon az átviteli karakterisztika képzetes részét ábrázoljuk a valós rész függvényében. Nyquist diagram alkalmazásakor komplex számsíkon ábrázolhatunk értékeket, célszerűen w=0, w->∞ és w=együttható(jw). A három értékből már felrajzolható vázlatosan a görbe. Bode diagram használatakor két diagramot rajzolunk, az egyiken az amplitúdó-karakterisztikát az w függvényében, a másikon pedig a fáziskarakterisztikát az w függvényében. Az egységek és a léptékek a fennt említett módon vannak definiálva. A fáziskarakterisztika fí(w)=arg{H(jw)}.

Ismertesse a periodikus jelek különböző középértékeit: egyszerű, abszolút és négyzetes középérték, valamint ezek jellemző alkalmazását és fizikai jelentését.
Egy jel periodikus ha egy bizonyos idő után ugyan azt az értéket veszi fel u(t)=u(t+T).
Egyszerű középérték: $U0=1/T*{}_0\int^T u(t)dt$ megadja az egyoldalasan egyenirányított áram töltésszállító képességét
Abszolút középérték: $U0=1/T*{}_0\int^T|u(t)|dt$ kétoldalasan egyenirányított áram töltésszállító képessége
Négyzetes középérték: $Ueff=(1/T*{}_0\int^T u^2(t^2)dt)^{1/2}$ megadja hogy az ennek a szinuszos jelnek egyenáram/egyenfeszültség melletti megfelelője mennyi hőt fejlesztene

Mit értünk egy periodikus jel Fourier-sora alatt? Adja meg a sor különböző (matematikai és mérnöki valós, ill. komplex) alakjait, valamint ezek kapcsolatát.
Ha u(t) periodikus w alapkörfrekvencián, akkor u(t) Foruier-sorba fejthető. Ekkor az N-ed rendű Fourier-polinom: $u_N(t)=U_0+U_1^A coswt+U_1^B sinwt+U_2^A cos2wt+U_2^B sin2wt+…+U_N^B sinNwt$.
Az A-s tagok koszinuszosak, a B-s tagok szinuszosak, a k index pedig azt adja meg, hogy az adott tag hányszorosa az alap körfrekvenciának.
Matematikai alak: $u(t)=U_0+\sum(U_k^A coskwt+U_k^B sinkwt)$, ahol k=0→állandó összetevő, k=1→alapharmonikusok, és k>1 →felharmonikusok
Komplex alak: $U_k^C=(U_{-k}^C)^*$ → $U_k^A=2Re\{U_k^C\}$ és $U_k^B=-2Im\{U_k^C\}$
Mérnöki valós alak: $u(t)=U_0+\sum U_k cos(kwt+fí_k)$ ebből pedig $U_k^A=U_k cosfí_k$ és $U_k^B=U_k sinfí_k$ illetve $tgfí_k$=-Uka/Ukb

Hogyan számíthatók a periodikus jel egyes középértékei a jel Fourier-sorának együtthatóinak ismeretében?
Az egyszerű középérték nem változik.
Az effektív közép: $U_{eff}^2=U_0^2+1/2*\sum U_k^2$

Mit értünk azon, hogy a Fourier-sor négyzetes közép értelemben (energia-normában) konvergens? Hogyan viselkedik a szakaszonként folytonos függvények Fourier-sora a szakadási helyeken és ezek környezetében?

Hogyan becsülhető meg a Fourier-sor konvergenciájának sebessége a sorba fejtendő függvény differenciálhatósági tulajdonságai alapján?

Hogyan alkalmazható a Fourier-sorfejtés egy lineáris, invariáns rendszer periodikus gerjesztésre adott válaszának számítására? Milyen feltételt szükséges szabni a rendszerre nézve?

Hogyan számítható egy lineáris kétpólus hatásos teljesítménye a kétpólus feszültségének és áramának Fourier-sora alapján?