

1. Feladat (16 pont)

a) $\lim_{x \rightarrow -3+0} f(x) = 5$

b) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$

c) $\operatorname{ch} x$, $\operatorname{sh} x$ függvények. Mutassa meg, hogy $(\operatorname{ch} x)' = \operatorname{sh} x$.

Bizonyítsa be, hogy $(\operatorname{arch} x)' = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$!

2. Feladat (9 pont)

$x(t) = 2t + \cos 4t \quad y(t) = (\sin 2t)^2$

a) $\dot{x}(t) = ?$, $\dot{y}(t) = ?$

b) Írja fel a fenti paraméteres alakban megadott görbe $t_0 = \frac{\pi}{8}$ pontbeli érintőjének egyenletét Descartes koordinátákban.**3. Feladat (16 pont)**

Konvergens-e, illetve abszolút konvergens-e az alábbi sor?

a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n + \sqrt{n+2}}$

4. Feladat (9 pont)

$f(x) = \sqrt[3]{x^2} \sin \sqrt[3]{x}$

Írja fel a deriváltfüggvényt, ahol az létezik!

5. Feladat (16 pont)

a) $\int x e^{-5x^2} dx = ?$

b) $\int x e^{-5x} dx = ?$

c) $\int_0^{\infty} x e^{-5x} dx = ?$

6. Feladat (9 pont)

$$\int_2^5 \frac{1}{\sqrt{x-1}(x+1)} dx = ? \quad (t = \sqrt{x-1} \text{ helyettesítéssel oldja meg!})$$

7. Feladat (13 pont)

$$\int \frac{2+8x}{\sqrt{4-16x^2}} dx = ?$$

8. Feladat (12 pont)a) Definiálja az $a_n = o(b_n)$ fogalmat!b) Mutassa meg, hogy $\sqrt[n]{(4n)!} = o(n^5)$. (Tudjuk, hogy $n! \sim \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n}$)