

2023 január 26.
Munkaidő: 110 perc

KALKULUS VIZSGA 4

BME, Természettudományi Kar, Matematika Intézet

Név:

Neptun kód:

--	--	--	--	--	--	--	--

1.	2.	3.	4.	5.	6.	+	Σ

- Engedélyezem**, hogy a pontszámomat és a jegyemet a Neptun kódommal (de név nélkül) feltüntessék nyilvánosan az előadás Teams csoportjában.
- Nem engedélyezem**, hogy a pontszámomat és a jegyemet a Neptun kódommal (de név nélkül) feltüntessék nyilvánosan az előadás Teams csoportjában.

1. (20 p) Legyen \mathbf{A} az alábbi mátrix:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 5 & -6 \\ -2 & 2 & 0 \\ 10 & 2 & 4 \end{bmatrix}.$$

Oldja meg az $\mathbf{A} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 \\ 8 \\ 10 \end{bmatrix}$ egyenletet, számítsa ki \mathbf{A} determinánsát és adja meg \mathbf{A} rangját!

2. (15 p) Számítsa ki az alábbi sorozat határértékét!

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{n-1} - 2 \cdot 2^n - 5n^4}{1 - 100n^2 - 7^n + \sqrt{n}}$$

3. (15 p) Számítsa ki az alábbi határértéket, amennyiben léteznek!

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 5x}{6x - 2x^2}$$

Két oldalas a feladatsor.

4. (15 p) Adja meg az

$$f(x) = \frac{x^3 - 3x}{x - 1}$$

függvény értelmezési tartományát és derivált függvényét! Emellett adja meg az $(x_0, f(x_0))$ ponton áthaladó érintőjének az egyenletét, ha $x_0 = 2$.

5. (8p+12p) Számítsa ki az alábbi integrálokat!

$$a) \int e^{3x+1} dx \qquad b) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x) \cdot \cos^3(x) dx$$

6. (15 p) Határozza meg az $f(x) = -x^2 - x$ és a $g(x) = x^2 + x - 40$ függvények grafikonja által határolt korlátos síkidom területét! Készítsen vázlatos ábrát is!

Az alábbi feladatot csak a 40% eléréséhez javítjuk ki.

(15 p) Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$z^2 - 10z + 34 = 0$$

*Részleges megoldásért részpontszám adható, de indoklás nélküli eredményközlésért nem jár pont. Az előadáson vagy gyakorlatokon bizonyított állítások felhasználhatók bizonyítás nélkül az állítást pontosan idézve (például "Előadáson/Gyakorlaton bizonyítottuk, hogy. . ."), kivéve ha a feladat éppen a szerepelt állítás bizonyítása. **Semmilyen segédeszköz nem használható, számológép sem! Mobiltelefont használni tilos! Ha egy feladatnál egyértelműen megállapítható az egymásról másolás ténye, akkor a megoldások beküldőinek (beleértve azt is, akiről történt a másolás) nem jár pont. Jó munkát!***