1. feladat (8 pont)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n)^n} x^n$$

Határozza meg a sor konvergenciasugarát!

2. feladat (5+3=8 pont)

$$f(x) = \sqrt{x}, \qquad\qquad x_0 = 9.$$

a) Adja meg az f függvény x_0 középpontú Taylor-sorát és a sor konvergenciasugarát! (Térjen át az $y = x - x_0$ változóra és alkalmazzon binomiális sorfejtést!)

b) Adja meg $\sqrt{10}$ közelítő értékét az $f(x)$ függvényt a másodrendű Taylor-polinomjával közelítve!

3. feladat (5+4=9 pont)
Határozza meg a következő függvények adott középpontú Taylor-sorát és a sor konvergenciatartományát!

a) $f(x) = \dfrac{1}{x-7}, \qquad x_0 = 4.$

b) $g(x) = \operatorname{ch}(3x), \qquad x_0 = 0.$

4. feladat (4+4=8 pont)

$$\text{a)}\quad f(x,y) = (3x^2+4y^2)\operatorname{arctg}\left(\frac{x}{y}\right), \qquad \text{b)}\quad g(x,y) = \operatorname{arctg}^2\left(\frac{x+1}{y}\right).$$

Határozza meg a fenti függvények határértékét az origóban!

5. feladat (1+8+4+4=17 pont)

$$f(x,y) = \sqrt{x^2+3y^2}, \qquad\qquad P(1,2).$$

a) Folytonos-e f az origóban?

b) Határozza meg f parciális deriváltjait $\mathbb{R}^2$ minden pontjában! (Az origóban a definícióval dolgozzon!)

c) Pontosan mely pontokban létezik a függvény gradiense? (Indokoljon!)

d) Írja föl az f függvény grafikonját a P pontban érintő sík egyenletét!